

$$\boxed{4} \quad f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{1 - e^{-x}}$$

$$\operatorname{Dom} f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 - e^{-x} \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$1 - e^{-x} = 0 \iff e^{-x} = 1 \iff x = 0$$

Por tanto, f es continua al menos en $\mathbb{R} - \{0\}$.

En $x=0$:

$$\left. \begin{aligned} f(0) \text{ no existe} \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 - e^{-x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{L'Hôp}} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{1+x^2}}{e^{-x}} = 1 \in \mathbb{R} \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 - e^{-x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{L'Hôp}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{1}{1+x^2}}{e^{-x}} = 1 \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\}$$

$\implies f$ tiene una discontinuidad evitable en $x=0$

ASÍNTOTAS VERTICALES: No hay

ASÍNTOTAS HORIZONTALES:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 - e^{-x}} = \frac{\pi/2}{1-0} = \frac{\pi}{2} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 - e^{-x}} = \frac{-\pi/2}{+\infty} = 0 \end{aligned} \right\} \implies$$

$$\implies y = \frac{\pi}{2} \text{ (cuando } x \rightarrow +\infty), y = 0 \text{ (} x \rightarrow -\infty)$$

ASÍNTOTAS OBLICUAS: No puede haber al haber dos asíntotas horizontales