$\boxed{31}$ $\int_1^4 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx \Longrightarrow \int_2^4 f(x)dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$

$$\int_2^4 5 f(x)dx = 5 \int_2^4 f(x)dx$$

Por tanto:

$$\int_2^4 5 f(x)dx = 5\left[\int_1^4 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx\right] = 5\left[-4-2\right] = -30$$

$\boxed{32}$ $f(x) = x^2 - 2x + 1$ es una función continua en $[1,2]$.
Por el Teorema del Valor Medio del cálculo Integral, existe $c \in (1,2)$ tal que

$$\int_1^2 f(x)dx = f(c)\cdot(2-1) = f(c)$$

Cálculo de c:

$$\int_1^2 x^2 - 2x + 1 \, dx = \int_1^2 (x-1)^2 dx = \left[\frac{(x-1)^3}{3}\right]_1^2 = \frac{8}{3} \, u^2$$

$$f(c) = \frac{8}{3} \Rightarrow (c-1)^2 = \frac{8}{3} \Rightarrow c-1 = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_1 = 1 + \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad c_2 = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Como buscamos $c \in (1,2)$, $c = 1 + \frac{2\sqrt{2}}{3}$