$\boxed{3}$

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{-x+2}}{1+x} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{e^{-x+2}}{1+x} & \text{si} \quad 0 \leq x < 2 \\ \dfrac{x^3}{1-x^2} & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

$\text{Dom} f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

f es continua al menos en $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 0, 2\}$.

En $x = -1$:

$f(-1)$ no existe

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{e^{-x+2}}{1+x} = \frac{e^3}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} \frac{e^{-x+2}}{1+x} = \frac{e^3}{0^-} = -\infty$$

$\Longrightarrow$ Hay una discontinuidad de salto infinito en $x = -1$

En $x=0$:

$$\left.\begin{array}{l} f(0)=e^2 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{e^{-x+2}}{1-x}=e^2 \\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{e^{-x+2}}{1+x}=e^2 \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$\Longrightarrow f$ continua en $x=0$

En $x=1$:

$f(1)$ no existe

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+} \frac{e^{-x+2}}{1-x}=\frac{e}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-} \frac{e^{-x+2}}{1-x}=\frac{e}{0^+}=+\infty$$

$\Longrightarrow f$ tiene una discontinuidad de salto infinito en $x=1$

En $x=2$:

$$\left.\begin{array}{l} f(2) = -\dfrac{8}{3} \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^3}{1-x^2} = -\dfrac{8}{3} \\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{e^{-x+2}}{1-x} = -1 \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$\Longrightarrow$ Hay una discontinuidad de salto finito en $x=2$

Por tanto, f es continua en $\mathbb{R}-\{-1,1,2\}$

ASÍNTOTAS VERTICALES:

$x=1, \quad x=-1$

ASÍNTOTAS HORIZONTALES

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} \frac{e^{-x+2}}{1+x} = \frac{+\infty}{-\infty} \overset{\text{L'Hosp.}}{\Longrightarrow}$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{-e^{-x+2}}{1} = -\infty \notin \mathbb{R}$$

ASÍNTOTAS HORIZONTALES

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{e^{-x+2}}{1+x} = \frac{+\infty}{-\infty} \xRightarrow{L'Hosp.}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-e^{-x+2}}{1} = -\infty \notin \mathbb{R}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^3}{1-x^2} = -\infty \notin \mathbb{R}$$

No hay asíntotas horizontales

ASÍNTOTAS OBLICUAS

$$m = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{e^{-x+2}}{1+x}}{x} =$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{e^{-x+2}}{x+x^2} = \frac{+\infty}{+\infty} \xRightarrow{L'Hosp.}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-e^{-x+2}}{1+2x} = \frac{-\infty}{-\infty} \xRightarrow{L'Hosp.}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{e^{-x+2}}{2} = +\infty \notin \mathbb{R}$$

$x \to -\infty$

$$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{x^3}{1-x^2}}{x} =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{x - x^3} = -1 \in \mathbb{R}$$

$$n = \lim_{x \to +\infty} \left(f(x) - mx \right) = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^3}{1-x^2} + x \right) =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\cancel{x^3} + x - \cancel{x^3}}{1 - x^2} \right) = 0 \in \mathbb{R}$$

Asintota obliqua: $y = -x$

Microsoft Whiteboard