

3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x+2}}{1+x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{-x+2}}{1+x} & \text{si } 0 < x < 2 \\ \frac{x^3}{1-x^2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

f es continua al menos en $\mathbb{R} - \{-1, 1, 0, 2\}$.

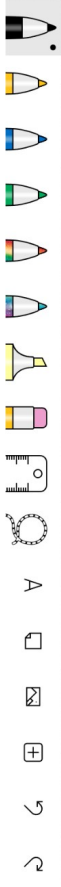
En $x = -1$:

$f(-1)$ no existe

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{e^{-x+2}}{1+x} = \frac{e^3}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{e^{-x+2}}{1+x} = \frac{e^3}{0^-} = -\infty$$

\Rightarrow Hay una discontinuidad de salto infinito en $x = -1$



En $x=0$:

$$f(0) = e^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-x+2}}{1-x} = e^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{-x+2}}{1+x} = e^2$$

$\Rightarrow f$ continua en $x=0$

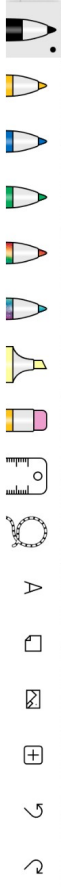
En $x=1$:

$f(1)$ no existe

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{e^{-x+2}}{1-x} = \frac{e}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{e^{-x+2}}{1-x} = \frac{e}{0^+} = +\infty$$

$\Rightarrow f$ tiene una discontinuidad de salto infinito en $x=1$



En $x=2$:

$$f(2) = -\frac{8}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3}{1-x^2} = -\frac{8}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{e^{-x+2}}{1-x} = -1$$

\Rightarrow Hay una discontinuidad de salto finito en $x=2$

Por tanto, f es continua en $\mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$

ASÍNTOTAS VERTICALES:

$$x=1, \quad x=-1$$

ASÍNTOTAS HORIZONTALES

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x+2}}{1+x} = \frac{+\infty}{-\infty} \Rightarrow \text{L'hop.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-e^{-x+2}}{1} = -\infty \notin \mathbb{R}$$

ASÍNTOTAS HORIZONTALES

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x+2}}{1+x} = \frac{+\infty}{-\infty} \Rightarrow \text{L'osp}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-e^{-x+2}}{1} = -\infty \notin \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{1-x^2} = -\infty \notin \mathbb{R}$$

No hay asíntotas horizontales

ASÍNTOTAS OBLICUAS

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{e^{-x+2}}{1+x}}{x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x+2}}{x+x^2} = \frac{+\infty}{+\infty} \Rightarrow \text{L'osp.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-e^{-x+2}}{1+2x} = \frac{-\infty}{-\infty} \Rightarrow \text{L'osp.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x+2}}{2} = +\infty \notin \mathbb{R}$$

$x \rightarrow -\infty$ ←

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x^3}{1-x^2}}{x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x - x^3} = -1 \in \mathbb{R}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{1-x^2} + x \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\cancel{x^3} + x - \cancel{x^3}}{1-x^2} \right) = 0 \in \mathbb{R}$$

Asintota obliqua: $y = -x$

