Soluciones

1
6676

$p(B\cap B) = p(\text{"par"})\cdot p((B\cap B)/\text{"par"}) + p(\text{"impar"})\cdot p((B\cap B)/\text{"impar"}) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}\right) + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}\right) = \boxed{\frac{7}{24}}$

2
6680

a. M: el alumno elegido aprueba Matemáticas

I: el alumno elegido aprueba Inglés

$p(M) = 0{,}6$; $p(I) = 0{,}5$; $p(M\cap I) = 0{,}3$

$p(M\cup I) = p(M) + p(I) - p(M\cap I) = 0{,}6 + 0{,}5 - 0{,}3 = \boxed{0{,}8}$

b. $p(M/I) = \frac{p(M\cap I)}{p(I)} = \frac{0{,}3}{0{,}5} = \boxed{0{,}6}$

3
6694

a. $E = \{HH,\ HL,\ LL\}\ \begin{cases} p(\text{"harina"}) = p(HH) + p(HL) = 0{,}70 \\ p(\text{"los dos productos"}) = p(HL) = 0{,}40 \end{cases}$

$p(\text{"leche"}) = p(HL) + p(LL) = p(HL) + 1 - (p(HH) + p(HL)) = 0{,}40 + 1 - 0{,}70 = \ = \boxed{0{,}70}$

b. $p(\text{"un solo tipo de producto"}) = p(HH) + p(LL) = 1 - p(HL) = 1 - 0{,}40 = \boxed{0{,}60}$

c. $p(\text{"harina"}/\text{"leche"}) = \frac{p(\text{"los dos productos"})}{p(\text{"leche"})} = \frac{0{,}40}{0{,}70} = \boxed{\frac{4}{7}\approx 0{,}5714}$

4
6706

Descripción de sucesos y probabilidades

H: el paciente elegido es hombre

M: el paciente elegido es mujer

C: el paciente elegido se cura con el tratamiento

C': el paciente elegido no se cura con el tratamiento

$p(H) = 0{,}6$; $p(M) = 0{,}4$; $p(C/H) = 0{,}7$; $p(C/M) = 0{,}8$

a. $p(C) = p(H)\cdot p(C/H) + p(M)\cdot p(C/M) = 0{,}6\cdot 0{,}7 + 0{,}4\cdot 0{,}8 = \boxed{0{,}74}$

b. $p(M/C) = \frac{p(M)\cdot p(C/M)}{p(C)} = \frac{0{,}4\cdot 0{,}8}{0{,}74} \approx \boxed{0{,}4324}$

5
6771

Descripción de sucesos y probabilidades

A: la resistencia ha sido producida por el operario A

B: la resistencia ha sido producida por el operario B

C: la resistencia ha sido producida por el operario C

D: la resistencia es defectuosa

$p(A) = 0{,}50$; $p(B) = 0{,}30$; $p(C) = 0{,}20$

$p(D/A) = 0{,}06$; $p(D/B) = 0{,}05$; $p(D/A) = 0{,}03$

a. 1. $p(D) = p(A)\cdot p(D/A) + p(B)\cdot p(D/B) + p(C)\cdot p(D/C) =$

$= 0{,}5\cdot 0{,}06 + 0{,}3\cdot 0{,}05 + 0{,}2\cdot 0{,}03 = \boxed{0{,}051}$

2. $p(A/D) = \frac{p(A)\cdot p(D/A)}{p(D)} = \frac{0{,}5\cdot 0{,}06}{0{,}051} \approx \boxed{0{,}5882}$

b. 1. $p = p(B) = 0{,}3$

$P[X=3] = \binom{5}{3} 0{,}3^5\cdot 0{,}7^2 \approx \boxed{0{,}1323}$

2. $P[X\geq 2] = 1 - P[X<2] = 1 - (P[X=0] + P[X=1]) = 1 - \left(\binom{5}{0}0{,}3^0\cdot 0{,}7^5 + \binom{5}{1}0{,}3^1\cdot 0{,}7^4\right) =$

$= 1 - (0{,}16807 + 0{,}36015) = \boxed{0{,}47178}$

6
6890

V: el socio elegido es varón

M: el socio elegido es mujer

B, N, T: el socio elegido es de la sección de baloncesto/natación/tenis

$p(M) = 0{,}4$; $p(V) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

$p(B) = \frac{400}{1000} = 0{,}4$; $p(M/B) = \frac{120}{400} = 0{,}3$; $p(V/B) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

$p(N) = \frac{350}{1000} = 0{,}35$; $p(M/N) = \frac{180}{350} = \frac{18}{35}$; $p(V/N) = 1 - \frac{18}{35} = \frac{17}{35}$

$p(T) = 1 - (0{,}4 + 0{,}35) = 0{,}25$; $p(M/T) = \frac{400-(120+180)}{1000-(400+350)} = \frac{100}{250} = 0{,}4$; $p(V/T) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

$p(V \cap T) = p(V/T) \cdot p(T) = 0{,}6 \cdot 0{,}25 = \boxed{0{,}15}$

El problema se puede resolver de una forma más sencilla con una tabla de contingencia como la que se muestra a continuación. Solo hay que llevar a ella los datos del enunciado y calcular el valor de las casillas sombreadas para que las sumas cuadren.

	B	*N*	*T*	sumas
V	280	170	150	600
M	120	180	100	400
sumas	400	350	250	1000

7
6916

a. $p(\overline{A}) = 0{,}4$; $p(A) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$; $p(B) = 0{,}7$; $p(\overline{B}) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A) \cdot p(B) = 0{,}6 + 0{,}7 - 0{,}6 \cdot 0{,}7 = \boxed{0{,}88}$

$p(A - B) = p(A \cap \overline{B}) = p(A) \cdot p(\overline{B}) = 0{,}6 \cdot 0{,}3 = \boxed{0{,}18}$

b. $p(\text{"cuatro mujeres"}) = p(MMMM) = \frac{60}{100} \cdot \frac{59}{99} \cdot \frac{58}{98} \cdot \frac{57}{97} \approx 0{,}12436$

$p(\text{" tres mujeres y un hombre "}) = 4p(HMMM) = 4 \cdot \frac{40}{100} \cdot \frac{60}{99} \cdot \frac{59}{98} \cdot \frac{58}{97} \approx 0{,}34907$

$p(\text{"más mujeres que hombres"}) = p(MMMM) + 4p(HMMM) \approx \boxed{0{,}47343}$

8
6920

Descripción de sucesos y probabilidades

F: el paciente elegido es fumador $\left(F': \text{ no lo es}\right)$

H: el paciente elegido es hombre

M: el paciente elegido es mujer

$p(F) = 0{,}3$; $p(H/F) = 0{,}6$; $p\left(M/F'\right) = 0{,}7$

$p\left(F'\right) = 1 - p(F) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$; $p(M/F) = 1 - p(H/F) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

a. $p(M) = p\left(M/F'\right) \cdot p\left(F'\right) + p(M/F) \cdot p(F) = 0{,}7 \cdot 0{,}7 + 0{,}4 \cdot 0{,}3 = \boxed{0{,}61}$

b. $p(F/H) = \frac{p(H/F) \cdot p(F)}{p(H)} = \frac{p(H/F) \cdot p(F)}{1 - p(M)} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}3}{1 - 0{,}61} = \boxed{\frac{6}{13} \approx 0{,}4615}$

9
6932

a. $p(A) = 0{,}7$; $p(B) = 0{,}6$; $p(A \cup B) = 0{,}9$

$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}9 = 0{,}4$

$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0{,}4}{0{,}6} = \frac{2}{3} \approx 0{,}6667 \neq 0{,}7 = p(A) \Rightarrow \boxed{A \text{ y } B \text{ no son independientes}}$

b. $p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) = 0{,}7 - 0{,}4 = \boxed{0{,}3}$

$p(A/\overline{B}) = \frac{p(A \cap \overline{B})}{p(\overline{B})} = \frac{p(A - B)}{1 - p(B)} = \frac{0{,}3}{1 - 0{,}6} = \frac{3}{4} = \boxed{0{,}75}$

10 6962

a. $p(A) = 0{,}3$; $p(B) = 0{,}6$; $p(A \cap B) = 0{,}2$

$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}3} = \boxed{\frac{2}{3} \approx 0{,}667}$

b. $p\left(A' \cap B'\right) \underset{\text{Morgan}}{=} p\left((A \cup B)'\right) = 1 - p(A \cup B) =$

$= 1 - (p(A) + p(B) - p(A \cap B)) = 1 - (0{,}3 + 0{,}6 - 0{,}2) = \boxed{0{,}3}$

11 6997

a. $p(A) = \frac{4}{9}$, $p(B) = \frac{1}{2}$, $p(A \cup B) = \frac{2}{3}$

$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \frac{4}{9} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{8+9-12}{18} = \frac{5}{18}$

$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{5/18}{1/2} = \frac{5}{9} \neq \frac{4}{9} = p(A) \Rightarrow$ $\boxed{\text{los sucesos } A \text{ y } B \text{ no son independientes}}$

b. $p(\overline{A}/B) = 1 - p(A/B) = 1 - \frac{5}{18} = \boxed{\frac{13}{18}}$

12 7021

G_1: el examen elegido es de un alumno del primer grupo

G_2: el examen elegido es de un alumno del segundo grupo

A: el examen elegido está aprobado

$p(G_1) = \frac{25}{25+30} = \frac{5}{11}$; $p(G_2) = \frac{30}{25+30} = \frac{6}{11}$

$p(A/G_1) = 0{,}64$; $p(A/G_2) = 0{,}70$

$p(A) = p(A/G_1) \cdot p(G_1) + p(A/G_2) \cdot p(G_2) = 0{,}64 \cdot \frac{5}{11} + 0{,}70 \cdot \frac{6}{11} = \frac{37}{55}$

$p(G_1/A) = \frac{p(A/G_1) \cdot p(G_1)}{p(A)} = \frac{0{,}64 \cdot \frac{5}{11}}{\frac{37}{55}} = \boxed{\frac{16}{37} \approx 0{,}4324}$

13 7041

$p(A) = \frac{3}{5}$, $p(B) = \frac{7}{10}$, $p(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{10}$

$p(A \cup B) = 1 - p(\overline{A \cup B}) \underset{\text{Morgan}}{=} 1 - p(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - \frac{1}{10} = \boxed{\frac{9}{10}}$

$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \frac{3}{5} + \frac{7}{10} - \frac{9}{10} = \frac{4}{10} = \boxed{\frac{2}{5}}$

$p(\overline{B}/A) = 1 - p(B/A) = 1 - \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = 1 - \frac{2/5}{3/5} = \boxed{\frac{1}{3}}$

14 7524

a. $p(F \cup B) = p(F) + p(B) - p(F \cap B) = 0{,}8 + 0{,}4 - 0{,}3 = \boxed{0{,}9}$

b. Se trata ahora de una distribución binomial (fútbol/no fútbol) con probabilidad:

$p = p(F) = 0{,}8$

$p(x = 3) = \binom{10}{3} p^3 (1-p)^{10-3} = \binom{10}{3} 0{,}8^3 \cdot 0{,}2^7 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} \cdot 0{,}8^3 \cdot 0{,}2^7 \approx \boxed{0{,}0007864}$

15 7532

Descripción de sucesos y probabilidades

A: el trabajador elegido es de la categoría A

B: el trabajador elegido es de la categoría B

C: el trabajador elegido es de la categoría C

I: el trabajador elegido habla inglés

$p(A) = 0{,}30$; $p(B) = 0{,}25$; $p(C) = 1 - (0{,}30 + 0{,}25) = 0{,}45$

$p(I/A) = 0{,}05$; $p(I/B) = 0{,}20$; $p(I/C) = 0{,}60$

a. $p(I) = p(I/A) \cdot p(A) + p(I/B) \cdot p(B) + p(I/C) \cdot p(C) =$

$= 0{,}05 \cdot 0{,}30 + 0{,}20 \cdot 0{,}25 + 0{,}60 \cdot 0{,}45 = \boxed{\frac{67}{200} = 0{,}335}$

b. $p(C/I) = \frac{p(I/C) \cdot p(C)}{p(I)} = \frac{0{,}60 \cdot 0{,}45}{0{,}335} = \boxed{\frac{54}{67} \approx 0{,}8060}$

16
7551

a. $p(A \cap B) = 0{,}3$ y $p(A/B) = 0{,}5$

A y B son independientes, por lo que $p(A) = p(A/B) = 0{,}5$; $\boxed{p(A) = 0{,}5}$

$p(A \cap B) = p(A/B) \cdot p(B)$; $p(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A/B)} = \frac{0{,}3}{0{,}5} = 0{,}6$; $\boxed{p(B) = 0{,}6}$

b. $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}5 + 0{,}6 - 0{,}3 = 0{,}8$; $\boxed{p(A \cup B) = 0{,}8}$

$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0{,}3}{0{,}5} = 0{,}6 = p(B)$ (independientes) ; $\boxed{p(B/A) = 0{,}6}$

c. $p\left(A' \cap B'\right) \underset{\text{Morgan}}{=} p\left((A \cup B)'\right) = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$; $\boxed{p\left(A' \cap B'\right) = 0{,}2}$

17
7555

Completando la tabla se obtiene una tabla de contingencia:

	fumador	no fumador	sumas
hombre	10	30	40
mujer	20	40	60
sumas	30	70	100

a. $p(\text{fumador}) = \frac{30}{100} = \boxed{\frac{3}{10} = 0{,}3}$

b. $p(\text{mujer/fumador}) = \frac{20}{30} = \boxed{\frac{2}{3}}$

c. $p(\text{una fume y otra no}) = p(\text{fume primera y no segunda}) + p(\text{no fume primera y si segunda}) =$

$= \frac{30}{100} \cdot \frac{70}{99} + \frac{70}{100} \cdot \frac{30}{99} = 2 \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{70}{99} = \boxed{\frac{14}{33}}$

18
7586

a. Descripción de sucesos y probabilidades

A: el condensador elegido ha sido fabricado en A

B: el condensador elegido ha sido fabricado en B

C: el condensador elegido ha sido fabricado en C

D: el condensador elegido es defectuoso $\left(D': \text{no lo es}\right)$

$p(A) = \frac{500}{500+700+800} = \frac{500}{2000} = \frac{5}{20}$; $p(B) = \frac{700}{2000} = \frac{7}{20}$; $p(C) = \frac{800}{2000} = \frac{8}{20}$

$p(D/A) = 0{,}03$; $p(D/B) = 0{,}04$; $p(D/C) = 0{,}02$

1. $p(D) = p(D/A) \cdot p(A) + p(D/B) \cdot p(B) + p(D/C) \cdot p(C) =$

$= 0{,}03 \cdot \frac{5}{20} + 0{,}04 \cdot \frac{7}{20} + 0{,}02 \cdot \frac{8}{20} = \boxed{\frac{59}{2000} = 0{,}0295}$

2. $p(A/D) = \frac{p(D/A) \cdot p(A)}{p(D)} = \frac{0{,}03 \cdot \frac{5}{20}}{\frac{59}{2000}} = \boxed{\frac{15}{59} \approx 0{,}2542}$

b. 1. Se trata de una distribución binomial en la que la probabilidad p de que en un dado salga un múltiplo de tres es: $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

La media para los cinco lanzamientos es $\overline{X} = n\,p = 5 \cdot \frac{1}{3} = \boxed{\frac{5}{3} \approx 1{,}6667}$

Y la desviación típica es $\sigma = \sqrt{n\,p\,(1-p)} = \sqrt{5 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \boxed{\frac{\sqrt{10}}{3} \approx 1{,}0541}$

2. $p(X \geq 4) = p(X = 4) + p(X = 5) = \binom{5}{4} p^4 (1-p)^1 + \binom{5}{5} p^5 (1-p)^0 =$

$= 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 + 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{10}{3^5} + \frac{1}{3^5} = \frac{11}{3^5} = \boxed{\frac{11}{243} \approx 0{,}04527}$

19
7643

Descripción de sucesos y probabilidades

A: el/la estudiante ha votado al partido A

B: el/la estudiante ha votado al partido B

O: el/la estudiante ha votado a otros partidos

V: el/la estudiante es varón

M: el/la estudiante es mujer

$p(A) = \frac{200}{500} = 0{,}4$; $p(B) = \frac{100}{500} = 0{,}2$; $p(O) = 1 - (p(A) + p(B)) = 0{,}4$

$p(V) = \frac{200}{500} = 0{,}4$; $p(M/A) = 0{,}4$; $p(V/B) = 0{,}5$

a. $p(O \cap M) = p(M) - p(A \cap M) - p(B \cap M) =$

$= 1 - p(V) - p(M/A) \cdot p(A) - p(M/B) \cdot p(B) =$

$= 1 - p(V) - p(M/A) \cdot p(A) - (1 - p(V/B)) \cdot p(B) =$

$= 1 - 0{,}4 - 0{,}4 \cdot 0{,}4 - (1 - 0{,}5) \cdot 0{,}2 = \boxed{0{,}34}$

b. $p(A/V) = \frac{p(V/A) \cdot p(A)}{p(V)} = \frac{(1 - p(M/A)) \cdot p(A)}{p(V)} = \frac{(1 - 0{,}4) \cdot 0{,}4}{0{,}4} = \boxed{0{,}6}$

c. $p(M/O) = \frac{p(O \cap M)}{p(O)} = \frac{0{,}34}{0{,}4} = \boxed{0{,}85}$

También con una simple tabla de contingencia, en la que no hay más que ir rellenando/calculando las casillas sombreadas.

	A	B	O	sumas
chico	120	50	30	200
chica	80	50	170	300
sumas	200	100	200	500

20
7654

a. $p(\overline{A}) = 0{,}4$; $p(B) = 0{,}7$

$p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$; $p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) =$

$= p(A) + p(B) - p(A) \cdot p(B) = 0{,}6 + 0{,}7 - 0{,}6 \cdot 0{,}7 = \boxed{0{,}88}$

Si A y B son independientes, A y $\overline{B}$ también lo son, por lo que:

$p(A - B) = p(A \cap \overline{B}) = p(A) \cdot p(\overline{B}) = 0{,}6 \cdot 0{,}3 = \boxed{0{,}18}$

b. M: mujer ; H: hombre

$p(MMMM) = \frac{60}{100} \cdot \frac{59}{99} \cdot \frac{58}{98} \cdot \frac{57}{97} \approx 0{,}124358$

$p(HMMM) = \frac{40}{100} \cdot \frac{60}{99} \cdot \frac{59}{98} \cdot \frac{58}{97} \approx 0{,}087269$

$p($"un hombre y tres mujeres"$) = 4 \cdot p(HMMM) \approx 0{,}349075$

$p($"más mujeres que hombres"$) = p(MMMM) + 4 \cdot p(HMMM) \approx \boxed{0{,}4734}$

Puesto que $N = 100$ personas es un grupo "bastante" numeroso, se podría haber aproximado los cálculos mediante la distribución binomial:

X: nº de mujeres al elegir 4 personas

$p($"más mujeres que hombres"$) = p(X = 3) + p(X = 4) =$

$= \binom{4}{3} p^3 q + \binom{4}{4} p^4 = 4 \cdot 0{,}6^3 \cdot 0{,}4 + 0{,}6^4 = 0{,}4752$

Adviértase del error cometido: $0{,}4752 - 0{,}4734 = 0{,}0018$ (error relativo del cuatro por mil)

21
7937

A: el motor elegido ha sido fabricado en A

B: el motor elegido ha sido fabricado en B

C: el motor elegido ha sido fabricado en C

D: el motor elegido es defectuoso $\left(D': \text{ no lo es}\right)$

$p(A) = 0{,}3$; $p(B) = 0{,}2$; $p(C) = 0{,}5$

$p(D/A) = 0{,}05$; $p(D/B) = 0{,}20$; $p(D/C) = 0{,}10$

a. $p(D) = p(D/A) \cdot p(A) + p(D/B) \cdot p(B) + p(D/C) \cdot p(C) =$

$= 0{,}05 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 0{,}2 + 0{,}1 \cdot 0{,}5 = \boxed{0{,}105}$

b. $p\left(C'/D\right) = 1 - p(C/D) = 1 - \frac{p(D/C) \cdot p(C)}{p(D)} = 1 - \frac{0{,}1 \cdot 0{,}5}{0{,}105} = \boxed{\frac{11}{21} \approx 0{,}5238}$

22
7966

a. A: la lámpara elegida es del proveedor A

B: la lámpara elegida es del proveedor B

C: la lámpara elegida es del proveedor C

D: la lámpara elegida es defectuosa $\left(D': \text{ no lo es}\right)$

$p(A) = 0{,}2$; $p(B) = 0{,}1$; $p(C) = 0{,}7$

$p(D/A) = 0{,}05$; $p(D/B) = 0{,}04$; $p(D/C) = 0{,}02$

1. $p(D) = p(D/A) \cdot p(A) + p(D/B) \cdot p(B) + p(D/C) \cdot p(C) =$

   $= 0{,}05 \cdot 0{,}2 + 0{,}04 \cdot 0{,}1 + 0{,}02 \cdot 0{,}7 = 0{,}028$

   $p\left(D'\right) = 1 - p(D) = 1 - 0{,}028 = \boxed{0{,}972}$

2. $p(B/D) = \frac{p(D/B) \cdot p(B)}{p(D)} = \frac{0{,}04 \cdot 0{,}1}{0{,}028} = \boxed{\frac{1}{7} \approx 0{,}1429}$

b. 1. Distribución binomial con $\begin{cases} n = 5 \text{ pruebas} \\ p = q = 0{,}5 \end{cases}$

   x: nº de aciertos

   $p(x \geq 3) = p(x = 3) + p(x = 4) + p(x = 5) = \binom{5}{3} 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^2 + \binom{5}{4} 0{,}5^4 \cdot 0{,}5 + \binom{5}{5} 0{,}5^5 =$

   $= 0{,}5^5 \left(\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} \right) = 0{,}5^5 (10 + 5 + 1) = \boxed{0{,}5}$

2. Distribución binomial con $\begin{cases} n = 5 \text{ pruebas} \\ p = 0{,}25 \ ; \quad q = 1 - p = 0{,}75 \end{cases}$

x: nº de aciertos

$$p(x \geq 3) = p(x = 3) + p(x = 4) + p(x = 5) = \binom{5}{3} 0{,}25^3 \cdot 0{,}75^2 + \binom{5}{4} 0{,}25^4 \cdot 0{,}75 + \binom{5}{5} 0{,}25^5 =$$

$$= 10 \cdot 0{,}25^3 \cdot 0{,}75^2 + 5 \cdot 0{,}25^4 \cdot 0{,}75 + 0{,}25^5 = \boxed{\frac{53}{512} \approx 0{,}1035}$$

23
7971

[Distribución normal]

a. B: el estudiante elegido aprueba Biología

M: el estudiante elegido aprueba Matemáticas

$p(B) = 0{,}8 \ ; \ \ p(M) = 0{,}7 \ ; \ \ p(B \cap M) = 0{,}6$

1. $p(B \cup M) = p(B) + p(M) - p(B \cap M) = 0{,}8 + 0{,}7 - 0{,}6 = \boxed{0{,}9}$

2. $p(M/B) = \frac{p(B \cap M)}{p(B)} = \frac{0{,}6}{0{,}8} = \boxed{0{,}75}$

b. 1. x: cantidad que descarga el dispensador

$$x \sim N(\mu, \sigma) : \begin{cases} \mu = 25 \text{ cl} \\ \sigma = \sqrt{\text{var}} = \sqrt{4} = 2 \text{ cl} \end{cases}$$

$$p(22 \leq x \leq 28) = p\left(\frac{22-25}{2} \leq z \leq \frac{28-25}{2}\right) = p(-1{,}5 \leq z \leq 1{,}5) = p(z \leq 1{,}5) - p(z \leq \ -1{,}5) =$$

$$= p(z \leq 1{,}5) - (1 - p(z \leq 1{,}5)) = 2 \cdot p(z \leq 1{,}5) - 1 \underset{\text{tabla}}{=} 2 \cdot 0{,}9332 - 1 = \boxed{0{,}8664}$$

2. $p(x > x_0) = 0{,}025$ (2,5%)

$$p(x > x_0) = p\left(z > z_0 = \frac{x_0 - 25}{2}\right) = 0{,}025$$

$$p\left(z \leq z_0 = \frac{x_0 - 25}{2}\right) = 1 - 0{,}025 = 0{,}975 \xrightarrow[\text{tabla}]{} z_0 = 1{,}96$$

$$z_0 = \frac{x_0 - 25}{2} = 1{,}96 \ ; \ \ x_0 = 2 \cdot 1{,}96 + 25 = 28{,}92 \approx \boxed{29 \text{ cl}}$$

24
8034

A: la bufanda elegida es de la marca A (A': no es de esa marca)

B: la bufanda elegida es de la marca B (B': no es de esa marca)

C: la bufanda elegida es de la marca C (C': no es de esa marca)

D: la bufanda elegida es defectuosa (D': no lo es)

$n = 200 + 150 + 50 = 400$ bufandas

$p(A) = \frac{200}{400} = 0{,}5 \ ; \ \ p(B) = \frac{150}{400} = \frac{3}{8} = 0{,}375 \ ; \ \ p(C) = \frac{50}{400} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

$p(D/A) = 0{,}01 \ ; \ \ p(D/B) = 0{,}02 \ ; \ \ p(D/C) = 0{,}04$

a. $p(D) = p(D/A) \cdot p(A) + p(D/B) \cdot p(B) + p(D/C) \cdot p(C) =$

$$= 0{,}01 \cdot 0{,}5 + 0{,}02 \cdot 0{,}375 + 0{,}04 \cdot 0{,}125 = \frac{7}{400} = 0{,}0175$$

$$p(D \cap A) = p(D/A) \cdot p(A) = 0{,}01 \cdot 0{,}5 = 0{,}005$$

$$p(A \cup D) = p(A) + p(D) - p(D \cap A) = 0{,}5 + 0{,}0175 - 0{,}005 = \boxed{\frac{41}{80} = 0{,}5125}$$

b. $p\left(D' \cap C'\right) = 1 - p(C \cup D) = 1 - (p(C) + p(D) - p(C \cap D)) =$

$$= 1 - (0{,}125 + 0{,}0175 - 0{,}04 \cdot 0{,}125) = \boxed{\frac{69}{80} = 0{,}8625}$$

c. $p\left(B/D'\right) = \frac{p\left(D'/B\right)\cdot p(B)}{p\left(D'\right)} = \frac{(1-p(D/B))\cdot p(B)}{1-p(D)} = \frac{(1-0{,}02)\cdot 0{,}375}{1-0{,}0175} = \boxed{\frac{49}{131} = 0{,}3740}$

También, con una tabla de contingencia:

	A	B	C	sumas
D	2	3	2	7
D´	198	147	48	393
sumas	200	150	50	400

25
8078

a. D: la persona elegida es diabética (D': no lo es)

$D\cap S$: la persona elegida es diabética y lo sabe ($D\cap S'$: es diabética y no lo sabe)

$p(D) = 0{,}138$; $p\left(S'/D\right) = 0{,}43$

$p(D\cap S) = p(S/D)\cdot p(D) = \left(1-p\left(S'/D\right)\right)\cdot p(D) = (1-0{,}43)\cdot 0{,}138 = \boxed{0{,}07866}$

$p\left(D'\cup S'\right) \underset{\text{Morgan}}{=} p\left((D\cap S)'\right) = 1-p(D\cap S) = 1-0{,}07866 = \boxed{0{,}92134}$

b. P: la persona elegida da positivo en el test (P': da negativo)

$p(P/D) = 0{,}96$; $p\left(P/D'\right) = 0{,}02$

$p(D/P) = \frac{p(P/D)\cdot p(D)}{p(P)} = \frac{p(P/D)\cdot p(D)}{p(P/D)\cdot p(D)+p\left(P/D'\right)\cdot p\left(D'\right)} =$

$= \frac{0{,}96\cdot 0{,}138}{0{,}96\cdot 0{,}138+0{,}02\cdot(1-0{,}138)} = \boxed{\frac{3312}{3743} \approx 0{,}885}$

26
8986

[Distribución normal]

a. S_1: se activa el primer sensor; S_2: se activa el segundo sensor

$p(S_1) = 0{,}98$; $p(S_2) = 0{,}96$

1. $p(S_1\cup S_2) = p(S_1)+p(S_2)-p(S_1\cap S_2) = 0{,}98+0{,}96-0{,}98\cdot 0{,}96 = \boxed{0{,}9992}$
2. $p\left(S_1\cap S_2'\right)+p\left(S_1'\cap S_2\right) = 0{,}98(1-0{,}96)+(1-0{,}98)0{,}96 = \boxed{0{,}0584}$

b. 1. $x \sim N(10,2): \begin{cases}\mu = 10\text{ h}\\ \sigma = 2\text{ h}\end{cases}$

$p(6{,}5\le x\le 13) = p(x\le 13)-p(x\le 6{,}5) = p\left(z\le\frac{13-10}{2}\right)-p\left(z\le\frac{6{,}5-10}{2}\right) =$

$= p(z\le 1{,}5)-p(z\le -1{,}75) = p(z\le 1{,}5)-(1-p(z\le 1{,}75)) \underset{\text{tabla}}{=} 0{,}9332-(1-0{,}9599) =$

$= 0{,}8931 = \boxed{89{,}31\%}$

2. $p(x<7) = p\left(z<\frac{7-10}{2}\right) = p(z< -1{,}5) = 1-p(z\le 1{,}5) \underset{\text{tabla}}{=} 1-0{,}9332 = 0{,}0668 = \boxed{6{,}68\%}$

27
9053

a. $P(I/A) = \frac{15}{50} = \boxed{0{,}3}$; $P(I/B) = \frac{6}{30} = \boxed{0{,}2}$; $P(I/C) = \frac{3}{20} = \boxed{0{,}15}$

b. $P(A) = \frac{50}{100} = 0{,}5$; $P(B) = \frac{30}{100} = 0{,}3$; $P(C) = \frac{20}{100} = 0{,}2$

$P(A/I) = \frac{P(I/A)\cdot P(A)}{P(I)} = \frac{P(I/A)\cdot P(A)}{P(I/A)\cdot P(A)+P(I/B)\cdot P(B)+P(I/C)\cdot P(C)} =$

$= \frac{0{,}3\cdot 0{,}5}{0{,}3\cdot 0{,}5+0{,}2\cdot 0{,}3+0{,}15\cdot 0{,}2} = \frac{5}{8} = \boxed{0{,}625}$

28
9192

[Distribución normal]

a. X: nº de amigos seleccionados

$$X \sim B(n,p) : \begin{cases} n = 8 \text{ amigos (repeticiones)} \\ p = 0{,}4 \text{ (probabilidad de éxito)} \end{cases}$$

$q = 1 - p = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

$p(\text{"al menos dos seleccionados"}) = p(X \geq 2) = 1 - p(X < 2) = 1 - (p(X = 0) + p(X = 1)) =$

$$= 1 - \left(\binom{8}{0}0{,}6^8 + \binom{8}{1}0{,}4 \cdot 0{,}6^7\right) = 1 - \left(0{,}6^8 + 8 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^7\right) \approx \boxed{0{,}8936}$$

b. X: puntuación

$$X \sim N(\mu,\sigma) : \begin{cases} \mu = 5{,}6 \\ \sigma: \text{ desconocida} \end{cases}$$

$p(X \leq 8{,}2) = 0{,}67$

$$p(X \leq 8{,}2) = p\left(z \leq \frac{8{,}2 - 5{,}6}{\sigma}\right) = p\left(z \leq \frac{2{,}6}{\sigma}\right) = 0{,}67 \xrightarrow[\text{tabla}]{} \frac{2{,}6}{\sigma} = 0{,}44$$

$\sigma = \frac{2{,}6}{0{,}44}$; $\boxed{\sigma \approx 5{,}909}$

29
9378

a. C: el alumno estudia la opción científico-tecnológica $\left(C': \text{ no lo estudia}\right)$

F, B, O: el alumno practica fútbol (F), baloncesto (B), otros deportes (O)

D: el alumno practica deporte $\left(D': \text{ no lo hace}\right)$

$p(C) = \frac{200}{500} = 0{,}4$; $p(F) = \frac{150}{500} = 0{,}3$; $p(B) = \frac{100}{500} = 0{,}2$; $p(F \cap B) = 0$

$p(C/B) = \frac{70}{100} = 0{,}7$; $p\left(C' \cap D'\right) = \frac{150}{500} = 0{,}3$

$p(C \cap B) = p(C/B) \cdot p(B) = 0{,}7 \cdot 0{,}2 = 0{,}14$

Tal y como se muestra en las siguientes tablas de contingencia, el problema no se puede abordar (llegar a solución) pues nada se sabe de los alumnos que practican otros deportes (O), por lo que conviene reinterpretar el enunciado rechazando esta posibilidad, esto es, los alumnos practican fútbol o baloncesto o no practican deporte. Se obtiene así la segunda tabla de contingencia, en la que no hay más que ir rellenando/calculando el valor de las casillas sombreadas, que son simples sumas y restas. A partir de ahí solo hay que aplicar la Ley de Laplace para responder a las cuestiones que se demandan.

	F	*B*	*O*	*D´*	sumas
C		0,14			0,40
C´		0,06		0,30	0,60
sumas	0,30	0,20			1,00

	F	*B*	*D´*	sumas
C	0,06	0,14	0,20	0,40
C´	0,24	0,06	0,30	0,60
sumas	0,30	0,20	0,50	1,00

$p\left(C \cap D'\right) = \boxed{0{,}2}$

b. $p(C/F) = \frac{0{,}06}{0{,}30} = \boxed{0{,}2}$

c. $p(C/F) = 0{,}2 \neq 0{,}4 = p(C)$ por lo que $\boxed{C \text{ y } F \text{ NO son independientes}}$

30
9411

[Distribución normal]

a. $p(B) = 0{,}8$; $p(A \cap B) = 0{,}2$; $p(A \cup B) = 3p(A)$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$3p(A) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$2p(A) = p(B) - p(A \cap B)$

$p(A) = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{2} = \frac{0{,}8 - 0{,}2}{2} = \boxed{0{,}3}$

b. x: temperatura (ºC)

$x \sim N(\mu, \sigma): \begin{cases} \mu = 25 \text{ ºC} \\ \sigma = 4 \text{ ºC} \end{cases}$

$p(21 \le x \le 27{,}2) = p(x \le 27{,}2) - p(x \le 21) = p\left(z \le \frac{27{,}2 - 25}{4}\right) - p\left(z \le \frac{21 - 25}{4}\right) =$

$= p(z \le 0{,}55) - p(z \le -1) = p(z \le 0{,}55) - (1 - p(z \le 1)) \underset{\text{tabla}}{=}$

$= 0{,}7088 - (1 - 0{,}8413) = \boxed{0{,}5501}$

Julio tiene 31 días, por lo que $N = 31 \cdot 0{,}5501 = 17{,}0531 \approx \boxed{17 \text{ días}}$

31
9427

[Distribución normal]

a. $p(A) = 0{,}2$; $p(B) = 0{,}4$; $p(A \cup B) = 0{,}5$

$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0{,}2 = \boxed{0{,}8}$

$p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0{,}4 = \boxed{0{,}6}$

$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0{,}2 + 0{,}4 - 0{,}5 = \boxed{0{,}1}$

$p(\overline{A} \cup \overline{B}) = p(\overline{A \cap B}) = 1 - p(A \cap B) = 1 - 0{,}1 = \boxed{0{,}9}$

$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0{,}1}{0{,}4} = 0{,}25 \ne 0{,}2 = (A) \Rightarrow \boxed{A \text{ y } B \text{ no son independientes}}$

b. $p = 0{,}7$; $q = 1 - p = 0{,}3$

$n = 5$ penaltis

X: nº de goles (penaltis marcados)

$p(X = 0) = q^5 = 0{,}3^5 = \boxed{0{,}00243}$

$p(X \ge 2) = 1 - p(X < 2) = 1 - (p(X = 0) + p(X = 1)) = 1 - \left(0{,}00243 + \binom{5}{1} p \cdot q^4\right) =$

$= 1 - \left(0{,}00243 + 5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3^4\right) = \boxed{0{,}96922}$

$p(X = 5) = p^5 = 0{,}7^5 = \boxed{0{,}16807}$

$n = 2100$ penaltis

X se distribuye de forma binomial; $X \sim B(n, p)$, que se puede aproximar a una normal:

$X \approx X' \sim N(\mu, \sigma): \begin{cases} \mu = np = 2100 \cdot 0{,}7 = 1470 \\ \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{2100 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3} = 21 \end{cases}$

$p(X \ge 1450) = p\left(X' \ge 1449{,}5\right) = p\left(z \ge \frac{1449{,}5 - 1470}{21}\right) = p(z \ge -0{,}9762) =$

$= p(z < 0{,}9762) \underset{\text{tabla}}{=} \boxed{0{,}8355}$