Soluciones

1
6722

[Distribución normal]

a. x: tiempo en minutos en el que el alumno está concentrado

$x \sim N(\mu,\sigma) \begin{cases} \mu = 15 \text{ minutos} \\ \sigma = 5 \text{ minutos} \end{cases}$

$p(x > 20) = p\left(z > \frac{20-15}{5}\right) = p(z > 1) = 1 - p(z \le 1) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}8643 = \boxed{0{,}1357}$

b. $p(10 < x < 30) = p\left(\frac{10-15}{5} < z < \frac{30-15}{5}\right) = p(-1 < z < 3) = p(z < 3) - p(z < -1) =$

$= p(z < 3) - (1 - p(z < 1)) \underset{\text{tabla}}{=} 0{,}9987 - (1 - 0{,}8643) = \boxed{0{,}8630}$

c. $p(x > x_0) = 0{,}75$, ¿ x_0?

$p(z > z_0) = p(z < -z_0) = 0{,}75 \xrightarrow[\text{tabla}]{} -z_0 = 0{,}674$; $z_0 = -0{,}674 = \frac{x_0 - 15}{5}$

$x_0 = 15 - 5 \cdot 0{,}674 = \boxed{11{,}63 \text{ minutos}}$

2
6936

[Distribución normal]

a. x: ventas diarias (euros)

$x \sim N(\mu,\sigma)$, $\begin{cases} \mu = 1220 \text{ €} \\ \sigma = 120 \text{ €} \end{cases}$

$p(x > 1400) = p\left(z > \frac{1400-1220}{120}\right) = p(z > 1{,}5) = 1 - p(z \le 1{,}5) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}9332 = \boxed{0{,}0668}$

b. $p(x < 980) = p\left(z < \frac{980-1220}{120}\right) = p(z < -2) = p(z > 2) = 1 - p(z \le 2) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}9772 = \boxed{0{,}0228}$

3
7631

[Distribución normal]

a. x: calificación del opositor

$x \sim N(\mu,\sigma)$; $\begin{cases} \mu = 6{,}5 \\ \sigma = 2 \end{cases}$

x_0 : nota de corte para los admitidos

$\frac{2500-300}{2500} = 0{,}88 = p(x < x_0) = p(z < z_0) \xrightarrow[\text{tabla}]{} z_0 = 1{,}175$

$z_0 = 1{,}175 = \frac{x_0 - \mu}{\sigma}$; $x_0 = 1{,}175 \cdot \sigma + \mu = 1{,}175 \cdot 2 + 6{,}5 = \boxed{8{,}85}$

b. $p(x > 9) = p\left(z > \frac{9-6{,}5}{2}\right) = p(z > 1{,}25) = 1 - p(z \le 1{,}25) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}8944 = \boxed{0{,}1056}$

4
7650

[Distribución normal]

a. $X \sim N(\mu,\sigma)$: $\begin{cases} \mu = 0{,}35 \\ \sigma = 0{,}1 \end{cases}$

$p(X > 0{,}45) = p\left(z > \frac{0{,}45-0{,}35}{0{,}1}\right) = p(z > 1) = 1 - p(z \le 1) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}8413 = \boxed{0{,}1587}$

b. $p(X \le 0{,}30) = p\left(z \le \frac{0{,}30-0{,}35}{0{,}1}\right) = p(z \le -0{,}5) = 1 - p(z \le 0{,}5) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}6915 = 0{,}3085$

Número de años $N = n\,p = 10 \cdot 0{,}3085 = 3{,}085 \approx \boxed{3 \text{ años}}$

5
7661

[Distribución normal]

a. x: producción (kg) del árbol

$$x \sim N(\mu, \sigma) : \begin{cases} \mu = 54{,}3 \text{ kg} \\ \sigma = 6{,}5 \text{ kg} \end{cases}$$

$$p(x > 57) = p\left(z > \frac{57 - 54{,}3}{6{,}5}\right) = p(z > 0{,}415) = 1 - p(z \le 0{,}415) \underset{\text{tabla}}{=}$$

$$= 1 - 0{,}661 = 0{,}339 = \boxed{33{,}9\%}$$

b. $$p(50 < x < 57) = p(x < 57) - p(x < 50) = 1 - p(x > 57) - p\left(z < \frac{50 - 54{,}3}{6{,}5}\right) =$$

$$= 0{,}661 - p(z < -0{,}6615) = 0{,}661 - (1 - p(z \le 0{,}6615)) = p(z \le 0{,}6615) - 0{,}339 \underset{\text{tabla}}{=}$$

$$= 0{,}746 - 0{,}339 = 0{,}407 = \boxed{40{,}7\%}$$

c. $$p(z \le z_0) = 0{,}7 \xrightarrow[\text{tabla}]{} z_0 = 0{,}5244 = \frac{x_0 - 54{,}3}{6{,}5} \;\; ; \;\; x_0 = 54{,}3 + 0{,}5244 \cdot 6{,}5 \approx \boxed{57{,}71 \text{ kg}}$$

6
7922

[Distribución normal]

a. n: número de pasos

$$n \sim N(\mu, \sigma) : \begin{cases} \mu = 100 \text{ pasos} \\ \sigma = 20{,}5 \text{ pasos} \end{cases}$$

$$p(n > 125) = p\left(z > \frac{125 - 100}{20{,}5}\right) = p(z > 1{,}220) = 1 - p(z \le 1{,}220) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}8888 = \boxed{0{,}1112}$$

b. $p(n < x) = 0{,}45$

$$p(n < x) = p\left(z < \frac{x - 100}{20{,}5}\right) = 0{,}45$$

$$p\left(z \ge \frac{x - 100}{20{,}5}\right) = 1 - 0{,}45 = 0{,}55$$

$$p\left(z \le \frac{100 - x}{20{,}5}\right) = 0{,}55 \xrightarrow[\text{tabla}]{} \frac{100 - x}{20{,}5} = 0{,}156$$

$$x = 100 - 0{,}156 \cdot 20{,}5 \approx \boxed{97 \text{ pasos}}$$

7
8023

a. x: número de bombillas defectuosas (que se distribuye de forma binomial)

$$x \sim B(n, p) : \begin{cases} n = 6 \\ p = 0{,}1 \;\; (q = 1 - p = 0{,}9) \end{cases}$$

$$p(x = 0) = \binom{6}{0} 0{,}1^0 \cdot 0{,}9^6 = \boxed{0{,}531441}$$

b. $$p(x > 2) = 1 - p(x \le 2) = 1 - (p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2)) =$$

$$= 1 - \left(\binom{6}{0} 0{,}1^0 \cdot 0{,}9^6 + \binom{6}{1} 0{,}1^1 \cdot 0{,}9^5 + \binom{6}{2} 0{,}1^2 \cdot 0{,}9^4\right) = \boxed{0{,}01585}$$

c. $\overline{x} = n \cdot p = 6 \cdot 0{,}1 = \boxed{0{,}6 \text{ bombillas}}$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{6 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx \boxed{0{,}7348 \text{ bombillas}}$$

8
8043

[Distribución normal]

a. x: número de veces que sale el 7 en n extracciones

$$x \sim B(n,p) : \begin{cases} n = 5 \text{ extracciones} \\ p = 0{,}1 \text{ (probabilidad de salir 7 en una extracción)} \end{cases}$$

$q = 1 - p = 0{,}9$

$$p(x < 2) = p(x = 0) + p(x = 1) = \binom{5}{0} 0{,}1^0 \cdot 0{,}9^5 + \binom{5}{1} 0{,}1^1 \cdot 0{,}9^4 = \boxed{0{,}91854}$$

b.
$$x \sim B(n,p) : \begin{cases} n = 100 \text{ extracciones} \\ p = 0{,}1 \text{ (probabilidad de salir 7 en una extracción)} \end{cases}$$

$q = 1 - p = 0{,}9$

$$p(x < 9) = \sum_{i=0}^{8} p(x = i) = \sum_{i=0}^{8} \left(\binom{100}{i} 0{,}1^i \cdot 0{,}9^{100-i} \right) \approx \boxed{0{,}32087}$$

El cálculo realizado puede ser muy complejo para una calculadora elemental, por lo que otra posibilidad consiste en aproximar la binomial a una normal:

$$x' \sim N(\mu, \sigma) : \begin{cases} \mu = np = 100 \cdot 0{,}1 = 10 \\ \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} = 3 \end{cases}$$

$$p(x < 9) = p\left(x' < 8{,}5\right) = p\left(z < \frac{8{,}5 - 10}{3}\right) = p(z < -0{,}5) =$$

$$= 1 - p(z \le 0{,}5) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}6915 = \boxed{0{,}3085}$$

Lo que permite, por otro lado, percibir la bondad de la aproximación empleada.

9
8868

a. $p = 0{,}75$ probabilidad de que un mensaje no tenga faltas de ortografía

$q = 1 - p = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$ probabilidad de que un mensaje tenga faltas

n: nº de mensajes sin faltas de ortografía en un día; se distribuye de forma binomial

$$p(n = 10) = \boxed{\binom{20}{10} \cdot 0{,}75^{10} \cdot 0{,}25^{10} \approx 0{,}009922}$$

b.
$$p(n = 20) = \boxed{\binom{20}{20} \cdot 0{,}75^{20} \cdot 0{,}25^{0} \approx 0{,}003171}$$

c. $p(\text{"18 o más tengan faltas"}) = p(n = 0) + p(n = 1) + p(n = 2) =$

$$= \boxed{\binom{20}{0} \cdot 0{,}75^0 \cdot 0{,}25^{20} + \binom{20}{1} \cdot 0{,}75^1 \cdot 0{,}25^{19} + \binom{20}{2} \cdot 0{,}75^2 \cdot 0{,}25^{18} \approx 1{,}6107 \cdot 10^{-9}}$$

[El cálculo – no requerido – se podría también realizar mediante la aproximación a la distribución normal.

Con Derive: COMB(20,n) * 0.75^n * 0.25^(20 – n)

Con Wiris: $\binom{20}{n} \cdot 0.75^n \cdot 0.25^{20-n}$

Atención al separador decimal; tanto Derive como Wiris exijen el punto.]

10
9028

[Distribución normal]

a. x: nota de examen

$x \sim N(\mu, \sigma) : \begin{cases} \mu = 6{,}5 \text{ puntos} \\ \sigma = 2 \text{ puntos} \end{cases}$

$p(x > 8) = p\left(z > \frac{8-6{,}5}{2}\right) = p(z > 0{,}75) = 1 - p(z \leq 0{,}75) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}7734 = \boxed{0{,}2266}$

b. $p(x < 5) = p\left(z < \frac{5-6{,}5}{2}\right) = p(z < -0{,}75) = 1 - p(z \leq 0{,}75) = 0{,}2266$

$n = 500 \cdot 0{,}2266 = 113{,}3 \approx \boxed{113 \text{ alumnos}}$

11
9173

[Distribución normal]

a. $p = 0{,}1$; $q = 1 - p = 0{,}9$

$n = 10$ peces

X: nº de peces que superan los cinco años

$p(\text{"al menos dos"}) = 1 - p(\text{"menos de dos"}) = 1 - (p(X = 0) + p(X = 1)) =$

$= 1 - \left(\binom{5}{0}0{,}9^5 + \binom{5}{1}0{,}1 \cdot 0{,}9^4\right) = 1 - \left(0{,}9^5 + 5 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^4\right) = \boxed{0{,}08146}$

b. $n = 200$ peces

$X \approx X' \sim N(\mu, \sigma) : \begin{cases} \mu = np = 200 \cdot 0{,}1 = 20 \text{ peces} \\ \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} \approx 4{,}24264 \end{cases}$

$p(X \geq 10) = p\left(X' \geq 9{,}5\right) = p\left(z \geq \frac{9{,}5-20}{4{,}24264}\right) = p(z \geq -2{,}475) = p(z < 2{,}475) \underset{\text{tabla}}{=} \boxed{0{,}9933}$

12
9213

[Distribución normal]

a. x: tiempo (h)

$x \sim N(\mu, \sigma)$: μ, σ: desconocidas

$p(x < 5061{,}2) = 0{,}695$; $p(x > 5116{,}4) = 0{,}166$

$p(5061{,}2 \leq x \leq 5116{,}4) = p(x \leq 5116{,}4) - p(x \leq 5061{,}2) =$

$= 1 - p(x > 5116{,}4) - p(x \leq 5061{,}2) = 1 - 0{,}166 - 0{,}695 = \boxed{0{,}1390}$

b. $p(x < 5061{,}2) = 0{,}695$; $p\left(z < \frac{5061{,}2-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}695 \xrightarrow[\text{tabla}]{} z_1 = \frac{5061{,}2-\mu}{\sigma} = 0{,}5100$

$p(x > 5116{,}4) = 0{,}166 = 1 - p(x \leq 5116{,}4)$

$p(x \leq 5116{,}4) = 1 - 0{,}166 = 0{,}834$

$p(x \leq 5116{,}4) = p\left(z < \frac{5116{,}4-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}833 \xrightarrow[\text{tabla}]{} z_2 = \frac{5116{,}4-\mu}{\sigma} = 0{,}9700$

$\begin{cases} 0{,}51\sigma + \mu = 5061{,}2 \\ 0{,}97\sigma + \mu = 5116{,}4 \end{cases} ; \begin{cases} \sigma = \frac{5116{,}4-5061{,}2}{0{,}97-0{,}51} = 120 \\ \mu = 5061{,}2 - 0{,}51\sigma = 5000 \end{cases} ; \boxed{\begin{cases} \mu = 5000 \text{ h} \\ \sigma = 120 \text{ h} \end{cases}}$

13
9231

a. $p = 0{,}40$; $n = 9$ flechas

X: número de flechas que dan en la diana

$\boxed{X \sim B(n, p) : \text{ distribución binomial } \begin{cases} n = 9 \\ p = 0{,}4 \end{cases}}$

b. Media $\overline{X} = np = 9 \cdot 0{,}4$; $\boxed{\overline{X} = 3{,}6}$

Desviación típica $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{9 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6}$; $\boxed{\sigma \approx 1{,}4697}$

c. $p(X \geq 5) = p(X=5) + p(X=6) + p(X=7) + p(X=8) + p(X=9) =$

$$= \binom{9}{5}0{,}4^5 \cdot 0{,}6^4 + \binom{9}{6}0{,}4^6 \cdot 0{,}6^3 + \binom{9}{7}0{,}4^7 \cdot 0{,}6^2 + \binom{9}{8}0{,}4^8 \cdot 0{,}6 + \binom{9}{9}0{,}4^9 =$$

$$= 126 \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^4 + 84 \cdot 0{,}4^6 \cdot 0{,}6^3 + 36 \cdot 0{,}4^7 \cdot 0{,}6^2 + 9 \cdot 0{,}4^8 \cdot 0{,}6 + 0{,}4^9 \approx \boxed{0{,}2666}$$

14
9285

[Distribución normal]

a. $p = \frac{1}{6}$ probabilidad de que salga un cinco (éxito)al lanzar el dado (prueba)

X: nº de veces que sale el cinco al repetir n veces la prueba

$X \sim B(n,p)$ la variable se distribuye de forma binomial

Para valores grandes de n se aproxima a la normal $X' \sim N(\mu,\sigma): \begin{cases} \mu = np \\ \sigma = \sqrt{np(1-p)} \end{cases}$

$$\begin{cases} \mu = 6000 \cdot \frac{1}{6} = 1000 \\ \sigma = \sqrt{6000 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} \approx 28{,}87 \end{cases}$$

$$p(X > 1500) = p\left(X' > 1500{,}5\right) = p\left(z > \frac{1500{,}5 - 1000}{28{,}87}\right) = p(z > 17{,}33) =$$

$$= 1 - p(z \leq 17{,}33) \approx \boxed{0}$$

b. $p(1000 < X < 1100) = p\left(X' < 1099{,}5\right) - p\left(X' < 1000{,}5\right) =$

$$= p\left(z < \frac{1099{,}5 - 1000}{28{,}87}\right) - p\left(z < \frac{1000{,}5 - 1000}{28{,}87}\right) =$$

$$= p(z < 3{,}481) - p(z < 0{,}017) = 0{,}9997 - 0{,}5068 = \boxed{0{,}4929}$$

15
9364

[Distribución normal]

a. $p = \frac{12}{25} = 0{,}48$; $1 - p = 0{,}52$

X: nº de veces que gana

Se trata de una distribución binomial $B(n,p): \begin{cases} n = 100 \text{ veces} \\ p = 0{,}48 \end{cases}$

$$p(X = 10) = \binom{100}{10} p^{10}(1-p)^{90} = \boxed{\binom{100}{10} 0{,}48^{10} \cdot 0{,}52^{90} \approx 3{,}097 \cdot 10^{-16}}$$

b. Se trata de una distribución binomial $X \sim B(n,p): \begin{cases} n = 200 \text{ veces} \\ p = 0{,}48 \end{cases}$

Que se puede aproximar por la normal:

$$X' \sim N(\mu,\sigma): \begin{cases} \mu = np = 200 \cdot 0{,}48 = 96 \\ \sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{200 \cdot 0{,}48 \cdot 0{,}52} \approx 7{,}0654 \end{cases}$$

$$p(90 \leq X \leq 100) = p\left(89{,}5 \leq X' \leq 100{,}5\right) = p\left(X' \leq 100{,}5\right) - p\left(X' \leq 89{,}5\right) =$$

$$= p\left(z \leq \frac{100{,}5 - 96}{7{,}0654}\right) - p\left(z \leq \frac{89{,}5 - 96}{7{,}0654}\right) = p(z \leq 0{,}637) - p(z \leq -0{,}920) =$$

$$= p(z \leq 0{,}637) - (1 - p(z \leq 0{,}920)) \underset{\text{tabla}}{=} 0{,}7379 - (1 - 0{,}8212) = \boxed{0{,}5591}$$

16
9374

[Distribución normal]

a. x: estatura (m)

$$x \sim N(\mu,\sigma):\begin{cases}\mu = 1{,}78 \text{ m}\\ \sigma = 0{,}65 \text{ m} \quad (??)\end{cases}$$

$$p(x > 1{,}90) = p\left(z > \frac{1{,}90-1{,}78}{0{,}65}\right) = p(z > 0{,}185) =$$

$$= 1 - p(z \le 0{,}185) \underset{\text{tabla}}{=} 1 - 0{,}5734 = 0{,}4266 = \boxed{42{,}66\,\%}$$

b. $p(z \ge z_0) = 0{,}30 = 1 - p(z < z_0)$

$$p(z < z_0) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7 \xrightarrow[\text{tabla}]{} z_0 = 0{,}524$$

$$z_0 = \frac{x_0 - \mu}{\sigma} \;;\; x_0 = \mu + z_0 \cdot \sigma = 1{,}78 + 0{,}524 \cdot 0{,}65 \approx \boxed{2{,}12 \text{ m}}$$

17

9390

[Distribución normal]

a. x: peso (kg)

$$x \sim N(\mu,\sigma):\begin{cases}\mu = 85 \text{ kg}\\ \sigma = 15 \text{ kg}\end{cases}$$

$$p(x > 100) = 1 - p(x \le 100) = 1 - p\left(z \le \frac{100-85}{15}\right) = 1 - p(z \le 1) \underset{\text{tabla}}{=}$$

$$= 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587 = \boxed{15{,}87\,\%}$$

b. $p(z \le z_0) = 0{,}40 = 1 - p(z \le -z_0)$

$$p(z \le -z_0) = 1 - 0{,}40 = 0{,}60 \xrightarrow[\text{tabla}]{} -z_0 = 0{,}253$$

$$z_0 = -0{,}253 = \frac{x_0 - \mu}{\sigma} \;;\; x_0 = \mu - 0{,}253 \cdot \sigma = 85 - 0{,}253 \cdot 15 = \boxed{81{,}205 \text{ kg}}$$