

## Problemas de Cálculo de Probabilidades

- 1 Se dispone de dos cajas con bolas blancas y negras. La caja A contiene 6 bolas blancas y 3 negras; y la caja B contiene 4 bolas blancas y 5 negras. Se lanza un dado y si sale par se sacan dos bolas de la caja A, una tras otra, sin reponer ninguna. Por su parte, si sale impar al lanzar el dado se sacan dos bolas de la caja B, también una tras otra, sin reponer ninguna.
- ¿Cuál es la probabilidad de extraer exactamente dos bolas blancas?

- 2 En una clase de bachillerato, el 60% de los alumnos aprueban matemáticas, el 50% aprueban inglés y el 30% aprueban las dos asignaturas. Calcule la probabilidad de que un alumno elegido al azar:
- Apruebe alguna de las dos asignaturas (una o las dos).
  - Apruebe Matemáticas sabiendo que ha aprobado inglés.

- 3 En un asociación benéfica se reparten dos productos, harina y leche. Todas la personas que entran cogen dos unidades a elegir entre los dos tipos de producto. El 70% de las personas que entran cogen harina y el 40% los dos productos. Calcule:
- La probabilidad de que una persona que entre coja leche.
  - La probabilidad de que una persona que entre coja un solo tipo de producto.
  - Una persona que sale de la asociación lleva leche. ¿Cuál es la probabilidad de que haya cogido también harina?

- 4 En una cierta enfermedad el 60 % de los pacientes son hombres y el resto mujeres. Con el tratamiento que se aplica se sabe que se curan un 70 % de los hombres y un 80 % de las mujeres. Se elige un paciente al azar.
- Calcule la probabilidad de que se cure de la enfermedad.
  - Si un paciente no se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

- 5 a. Los operarios A, B y C producen, respectivamente, el 50%, el 30% y el 20% de las resistencias que se utilizan en un laboratorio de electrónica. Resultan defectuosas el 6% de las resistencias producidas por A, el 5% de las producidas por B y el 3% de las producidas por C. Se selecciona al azar una resistencia:
- Calcule razonadamente la probabilidad de que sea defectuosa.
  - Si es defectuosa, calcule razonadamente la probabilidad de que proceda del operario A.
- b. Las resistencias se empaquetan al azar en cajas de cinco unidades. Calcule razonadamente la probabilidad de:
- Que en una caja haya exactamente tres resistencias fabricadas por B.
  - Que en una caja haya al menos dos fabricadas por B.

$$P[X = k] = \binom{5}{k} p^k (1-p)^{5-k}$$

	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1350	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3325	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3275	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1613	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0397	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0039	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313

- 6 Una asociación deportiva tiene 1 000 socios, el 40 % de ellos mujeres. Están repartidos en tres secciones, y cada socio solo pertenece a una sección. En la sección de baloncesto hay 400 socios, 120 de ellos mujeres, en la de natación hay 350 socios, 180 de ellos mujeres, y en la de tenis están el resto de los socios. Calcule la probabilidad de que un socio seleccionado al azar sea varón y de la sección de tenis.

- 7 a. En un experimento aleatorio,  $A$  y  $B$  dos sucesos con  $P(\bar{A}) = 0,4$  y  $P(B) = 0,7$ . Si  $A$  y  $B$  son independientes, calcule  $P(A \cup B)$  y  $P(A - B)$ . (Nota:  $\bar{A}$  es el suceso contrario o complementario de  $A$ ).
- b. En un grupo de 100 personas hay 40 hombres y 60 mujeres. Se eligen al azar 4 personas del grupo, ¿cuál es la probabilidad de seleccionar más mujeres que hombres?

- 8 En un estudio realizado en un centro de salud, se observó que el 30% de los pacientes son fumadores y de estos, el 60% son hombres. Entre los pacientes que no son fumadores, el 70% son mujeres. Elegido un paciente al azar,
- Calcule la probabilidad de que el paciente sea mujer.
  - Si el paciente elegido es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que sea fumador?

- 9 Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos con  $P(A) = 0,7$ ;  $P(B) = 0,6$  y  $P(A \cup B) = 0,9$ .
- ¿Son  $A$  y  $B$  sucesos independientes? Justifique la respuesta.
  - Calcule  $P(A - B)$  y  $P(A/\bar{B})$ . (Nota:  $\bar{B}$  es el suceso contrario o complementario de  $B$ ).

- 10 En una universidad el 30% de los alumnos va a la cafetería A, el 60% va a la cafetería B y el 20% va a ambas cafeterías.
- Si se elige al azar un estudiante que va a la cafetería A, halle la probabilidad de que también vaya a la cafetería B.
  - Si se elige al azar un estudiante de esa universidad, calcule la probabilidad de que no vaya a la cafetería A ni a la cafetería B.

- 11 Dados dos sucesos,  $A$  y  $B$ , de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que

$$p(A) = \frac{4}{9}, \quad p(B) = \frac{1}{2}, \quad p(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

se pide:

- Comprobar si los sucesos  $A$  y  $B$  son independientes o no lo son.
- Calcular  $p(\bar{A}/B)$ , donde  $\bar{A}$  denota el suceso complementario de  $A$ .

12

Dos aulas de 2º de bachillerato hacen conjuntamente un examen de Matemáticas. En el primer grupo hay 25 alumnos de los cuales aprueba el 64%, mientras que en el segundo grupo, de 30 alumnos, lo hace el 70%. De entre todos los exámenes se elige uno al azar y resulta que está aprobado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de un alumno del primer grupo?

13

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos aleatorios tales que:

$$p(A) = \frac{3}{5}, \quad p(B) = \frac{7}{10}, \quad p(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{10}$$

Calcule:  $p(A \cup B)$ ,  $p(A \cap B)$ ,  $p(\bar{B}/A)$ . (Donde, si  $C$  y  $D$  son sucesos,  $\bar{C}$  denota el suceso complementario de  $C$ , y  $P(C/D)$  denota la probabilidad del suceso  $C$  condicionada al suceso  $D$ ).

14

Al 80% de los alumnos de una clase les gusta el fútbol; al 40% les gusta el balonmano y al 30% les gustan ambos deportes.

- Si se elige un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste alguno de los dos deportes (uno o los dos)?
- Se eligen 10 alumnos al azar con reemplazamiento, es decir, cada vez que se elige un alumno se le pregunta por sus gustos y se repone a la clase, pudiendo ser elegido nuevamente. Calcule la probabilidad de que solo a 3 les guste el fútbol (NO es preciso finalizar los cálculos, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen y sin hacer los cálculos).

15

En una empresa los trabajadores se clasifican en tres categorías:  $A$ ,  $B$  y  $C$ . El 30% de los trabajadores pertenecen a la categoría  $A$ ; el 25% a la categoría  $B$  y el resto a la categoría  $C$ .

Además, se sabe que de los trabajadores de la categoría  $A$  un 5% habla inglés; mientras que de la categoría  $B$  un 20% habla inglés y de los trabajadores de la categoría  $C$  un 60% habla inglés.

- Si se elige al azar un trabajador de la empresa, ¿Cuál es la probabilidad de que hable inglés?
- Si se elige al azar un trabajador de la empresa y resulta que SÍ habla inglés, ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca a la categoría  $C$ ?

16

En un espacio muestral se tienen dos sucesos independientes:  $A$  y  $B$ . Se conocen las siguientes probabilidades:  $p(A \cap B) = 0,3$  y  $p(A/B) = 0,5$ . Calcule:

- $p(A)$  y  $p(B)$
- $p(A \cup B)$  y  $p(B/A)$
- La probabilidad de que no ocurra ni el suceso  $A$  ni el suceso  $B$ .

17

En la siguiente tabla se muestra la distribución de un grupo de personas en relación al consumo de tabaco:

	fumador	no fumador
hombre	10	30
mujer	20	40

Se elige en ese grupo una persona al azar. Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos diferentes:

- Sea fumador.
- Sabiendo que es fumador, se trate de una mujer.
- Se extrae una segunda persona al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que una fume y la otra no?

18

a. Una planta industrial tiene tres máquinas. La máquina  $A$  produce 500 condensadores diarios, con un 3% de defectuosos, la máquina  $B$  produce 700 con un 4% de defectuosos y la  $C$  produce 800 con un 2% de defectuosos. Al final del día se elige un condensador al azar.

- Calcule razonadamente la probabilidad de que sea defectuoso.
- Si es defectuoso, calcule razonadamente la probabilidad de que haya sido producido por la máquina  $A$ .

b. Se lanza un dado perfecto cinco veces. Sea  $X$  la variable "Número de múltiplos de tres que pueden salir".

- Calcule razonadamente la media y la desviación típica de la variable  $X$ .
- Calcule razonadamente la probabilidad de obtener cuatro o más múltiplos de tres.

19

Se quiere hacer un estudio de las opiniones políticas de los estudiantes de primer curso de una universidad. Para ello, se ha tomado una muestra representativa de 500 estudiantes de primer curso y se les ha preguntado por el partido político que votaron en las últimas elecciones. De los 500 estudiantes, 200 respondieron que votaron al partido  $A$ , 100 el partido  $B$  y el resto a otras formaciones políticas. Sabiendo que 200 de los estudiantes eran chicos, que el 40% de los votantes de  $A$  son chicas y que el 50% de los votantes de  $B$  son chicos, se pide:

- La probabilidad de que un estudiante haya votado otras formaciones políticas y sea chica.
- La probabilidad de que un chico haya votado al partido  $A$ .
- La probabilidad de que un estudiante que ha votado otras formaciones políticas sea chica.

20

a. En un experimento aleatorio,  $A$  y  $B$  son dos sucesos con  $p(\bar{A}) = 0,4$ ;  $p(B) = 0,7$ . Si  $A$  y  $B$  son independientes, calcule  $p(A \cup B)$  y  $p(A - B)$ . (Nota:  $\bar{A}$ : suceso contrario o complementario de  $A$ ).

b. En un grupo de 100 personas hay 40 hombres y 60 mujeres. Se eligen al azar 4 personas del grupo, ¿cuál es la probabilidad de seleccionar más mujeres que hombres?

21

Tres fábricas  $A$ ,  $B$  y  $C$ , producen respectivamente el 30%, 20% y 50% de los motores agrícolas que se demandan en la industria. Los inspectores de calidad saben que son defectuosos el 5% de los motores producidos por la fábrica  $A$ , el 20% de los producidos por la fábrica  $B$  y el 10% de los que se fabrican en la  $C$ .

- a. Un inspector de calidad elige un motor al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que esté defectuoso?
- b. Si el inspector comprueba que el motor agrícola que elige está defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sido producido por la fábrica C?
- 22
- a. En una tienda de lámparas tienen tres proveedores A, B y C. A suministra el 20%, B el 10% y C el resto. De las lámparas de A salen defectuosas el 5%, de las de B el 4% y de las de C el 2%. Elegida una lámpara al azar de la tienda, calcule razonadamente la probabilidad de que:
1. No sea defectuosa.
  2. Si resultó defectuosa, que fuera suministrada por B.
- b. Una parte de un examen consta de cinco preguntas tipo test. Se aprueba dicha parte si se contesta correctamente al menos tres preguntas. Calcule razonadamente la probabilidad de aprobar dicha parte, contestando al azar, cuando:
1. Cada respuesta tiene dos ítems, solamente uno verdadero.
  2. Cada respuesta tiene cuatro ítems, solamente uno verdadero.
- 23
- a. El 80% de los alumnos de una clase aprueba la asignatura de Biología, el 70% aprueba la asignatura de Matemáticas y el 60% aprueba Biología y Matemáticas.
1. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe alguna de las asignaturas?
  2. Si se elige un estudiante y ha aprobado Biología, ¿cuál es la probabilidad de que también haya aprobado Matemáticas?
- b. Un dispensador de cierto refresco está regulado de manera que descargue 25 cl de media cada vez. La cantidad de líquido dispensado sigue una distribución normal de variancia 4:
1. Calcule la probabilidad de que descargue entre 22 y 28 cl.
  2. Calcule la capacidad mínima de los vasos que se usen, redondeada a cl, para que la probabilidad de que se derrame el líquido sea inferior al 2,5%.
- 24
- En las rebajas de unos grandes almacenes se encuentran a la venta 200 bufandas de la marca A, 150 de la marca B y 50 de la marca C. La probabilidad de que una bufanda de la marca A sea defectuosa es 0,01, 0,02 si es de la marca B y 0,04 si es de la marca C. Una persona elige al azar una bufanda.
- a. Calcule la probabilidad de que la bufanda elegida sea de la marca A o defectuosa.
  - b. Calcule la probabilidad de que la bufanda elegida no sea defectuosa ni de la marca C.
  - c. Si la bufanda elegida no es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca B?
- 25
- Según los datos de la Fundación para la Diabetes, el 13,8% de los españoles mayores de 18 años tiene diabetes, aunque el 43% de ellos no sabe que la tiene. Se elige al azar un español mayor de 18 años.
- a. ¿Cuál es la probabilidad de que sea diabético y lo sepa? ¿Cuál la de que no sea diabético o no sepa que lo es?
  - b. Cierta test diagnostica correctamente el 96% de los casos positivos de diabetes, pero da un 2% de falsos positivos. Si un español mayor de 18 años da positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea diabético?
- 26
- a. Una alarma de seguridad tiene instalados dos sensores. Ante una emergencia los sensores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer sensor es de 0,98 y de que se active el segundo es de 0,96. Calcule razonadamente la probabilidad de que ante una emergencia:
1. Se active al menos uno de los dos sensores.
  2. Se active solo uno de los sensores.
- b. El tiempo, en horas, empleado en realizar cierta intervención quirúrgica sigue una distribución normal  $N(10, 2)$ . Calcular razonadamente el porcentaje de estas intervenciones que se pueden realizar:
1. Entre 6,5 y 13 horas.
  2. En menos de siete horas.
- 27
- En una empresa de alquiler de vehículos con conductor:
- Trabajan 50 conductores de menos de 45 años, de los cuales 15 hablan inglés.
  - Trabajan 30 conductores de entre 45 y 55 años, de los cuales 6 hablan inglés.
  - Trabajan 20 conductores de más de 55 años, de los cuales 3 hablan inglés.
- Se considerando los sucesos:  $A =$  "tener menos de 45 años",  $B =$  "tener entre 45 y 55 años",  $C =$  "tener más de 55 años" e  $I =$  "hablar inglés":
- a. Calcular  $P(I/A)$ ,  $P(I/B)$  y  $P(I/C)$ .
  - b. Si se elige al azar un conductor, y éste habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 45 años?
- 28
- Una empresa ha llevado a cabo un proceso de selección de personal.
- a. Se sabe que el 40% del total de aspirantes han sido seleccionados en el proceso. Si entre los aspirantes había un grupo de 8 amigos, calcule la probabilidad de que al menos 2 de ellos hayan sido seleccionados.
  - b. Las puntuaciones obtenidas por los aspirantes en el proceso de selección siguen una distribución normal,  $X$ , de media 5,6 y desviación típica  $\sigma$ . Sabiendo que la probabilidad de obtener una puntuación  $X \leq 8,2$  es 0,67, calcule  $\sigma$ .
- 29
- En una comunidad de 500 estudiantes de segundo de bachillerato, 200 estudian la opción científico-tecnológica. Hay 150 que practican fútbol y 100 que practican baloncesto, y no hay ninguno que practique fútbol y baloncesto a la vez. De los que practican baloncesto, 70 estudian la opción científico-tecnológica, y hay 150 estudiantes que no practican deporte ni estudian la opción científico-tecnológica.
- a. Calcule la probabilidad de que un alumno estudie la opción científico-tecnológica y no practique deporte.
  - b. Sabiendo que un estudiante practica fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que estudie la opción científico-tecnológica?
  - c. ¿Son independientes los sucesos "practicar fútbol" y "estudiar la opción científico-tecnológica"? Razone la respuesta.
- 30
- a.  $A$  y  $B$  son dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcule  $p(A)$  si  $p(B) = 0,8$ ,  $p(A \cap B) = 0,2$  y  $p(A \cup B)$  es el triple de  $p(A)$ .
- b. En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25 °C y desviación típica 4 °C. Calcule la probabilidad

de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21 °C y 27,2 °C. ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?

31

- a.  $A$  y  $B$  son dos sucesos de un mismo espacio muestral tales que

$$p(A) = 0,2 \quad ; \quad p(B) = 0,4 \quad ; \quad p(A \cup B) = 0,5$$

Calcule

$$p(\bar{A}) \quad , \quad p(\bar{B}) \quad , \quad p(A \cap B) \quad , \quad p(\bar{A} \cup \bar{B})$$

Razone si  $A$  y  $B$  son o no sucesos independientes.

- b. La probabilidad de que un determinado jugador de fútbol marque un gol desde el punto de penalti es  $p = 0,7$ . Si lanza 5 penaltis, calcule las siguientes tres probabilidades: de que no marque ningún gol; de que marque por lo menos 2 goles; y de que marque 5 goles. Si lanza 2 100 penaltis, calcule la probabilidad de que marque por lo menos 1 450 goles. Se está asumiendo que los lanzamientos son sucesos independientes.