Resolución de Problemas del Bloque de Geometría

Geometría Analítica en el Espacio (II)
Ejercicio 55

IES O Couto

curso 2019-2020

Ejercicio 55

Dados los planos $\pi_1 : x - y + z = 0$ y $\pi_2 : x + y - z - 2 = 0$.

a) Determinar su posición relativa.

b) Hallar la ecuación de la recta que pasa por $A = (1, 2, 3)$ y no corta a π_1 ni a π_2.

Apartado a)

- El vector normal al plano Π_1 es $\overrightarrow{n_1} = (1, -1, 1)$.

Apartado a)

- El vector normal al plano Π_1 es $\overrightarrow{n_1} = (1, -1, 1)$.
- El vector normal al plano Π_2 es $\overrightarrow{n_2} = (1, 1, -1)$.

Apartado a)

- El vector normal al plano Π_1 es $\overrightarrow{n_1} = (1, -1, 1)$.
- El vector normal al plano Π_2 es $\overrightarrow{n_2} = (1, 1, -1)$.
- Como $\overrightarrow{n_1}$ y $\overrightarrow{n_2}$ no son proporcionales ($rango \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = 2$), los planos se cortan en una recta r:

Apartado a)

- El vector normal al plano Π_1 es $\overrightarrow{n_1} = (1, -1, 1)$.
- El vector normal al plano Π_2 es $\overrightarrow{n_2} = (1, 1, -1)$.
- Como $\overrightarrow{n_1}$ y $\overrightarrow{n_2}$ no son proporcionales ($rango \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = 2$), los planos se cortan en una recta r:

$$r : \left\{ \begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ x + y - z = 2 \end{array} \right.$$

Apartado b)

- La recta pedida, s, tendrá que ser paralela a r, es decir, tendrá el mismo vector director de r:

Apartado b)

- La recta pedida, s, tendrá que ser paralela a r, es decir, tendrá el mismo vector director de r:

$$\overrightarrow{u_s} = \overrightarrow{u_r} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (0, 2, 2)$$

Apartado b)

- La recta pedida, s, tendrá que ser paralela a r, es decir, tendrá el mismo vector director de r:

$$\overrightarrow{u_s} = \overrightarrow{u_r} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (0, 2, 2)$$

Por comodidad, tomaremos $\overrightarrow{u_s} = (0, 1, 1)$

Apartado b)

- La recta pedida, s, tendrá que ser paralela a r, es decir, tendrá el mismo vector director de r:

$$\overrightarrow{u_s} = \overrightarrow{u_r} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (0, 2, 2)$$

Por comodidad, tomaremos $\overrightarrow{u_s} = (0, 1, 1)$

- Las ecuaciones de s:

Apartado b)

- La recta pedida, s, tendrá que ser paralela a r, es decir, tendrá el mismo vector director de r:

$$\overrightarrow{u_s} = \overrightarrow{u_r} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (0, 2, 2)$$

  Por comodidad, tomaremos $\overrightarrow{u_s} = (0, 1, 1)$

- Las ecuaciones de s:
  - (Paramétricas) $s : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases}$

Apartado b)

- La recta pedida, s, tendrá que ser paralela a r, es decir, tendrá el mismo vector director de r:

$$\overrightarrow{u_s} = \overrightarrow{u_r} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (0, 2, 2)$$

  Por comodidad, tomaremos $\overrightarrow{u_s} = (0, 1, 1)$

- Las ecuaciones de s:
  - (Paramétricas) $s : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases}$
  - (Continua) $s : \dfrac{x-1}{0} = y - 2 = z - 3$

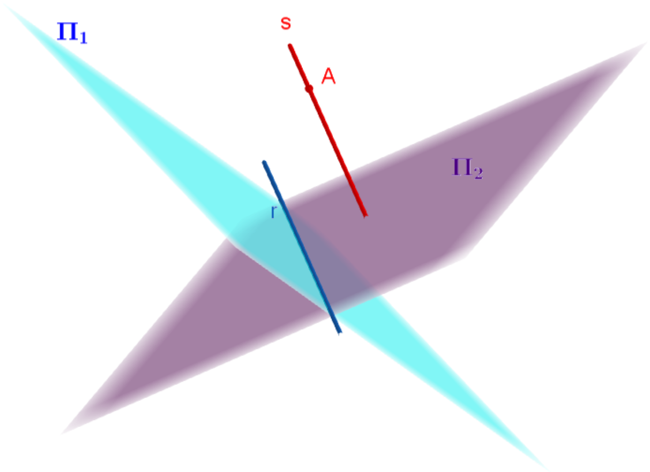
Apartado b)

- La recta pedida, s, tendrá que ser paralela a r, es decir, tendrá el mismo vector director de r:

$$\overrightarrow{u_s} = \overrightarrow{u_r} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (0,2,2)$$

  Por comodidad, tomaremos $\overrightarrow{u_s} = (0,1,1)$

- Las ecuaciones de s:
  - (Paramétricas) $s : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases}$
  - (Continua) $s : \dfrac{x-1}{0} = y - 2 = z - 3$
  - (Implícita) $s : \begin{cases} x = 1 \\ y - z = -1 \end{cases}$



Π_1
s
A
Π_2
r