



ALUMNO/A:

Ejercicio 1 Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

- a) Calcular $|2 \cdot B^t \cdot B^{40}|$ (0.5 puntos)
- b) Resolver la ecuación matricial $XA + 3X = B - A$ (1 punto)

Ejercicio 2 Dado el sistema
$$\begin{cases} x + y - az = 0 \\ -x + ay - az = 2a + 1 \\ x + y + (a^3 - 2a)z = a - 1 \end{cases}$$

- a) Discutirlo según los valores del parámetro a . (1 punto)
- b) Resolverlo, si es posible, para $a = 1$. (0.5 puntos)

Ejercicio 3 Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + |x|}{x^2 - |x|} & \text{si } x \neq 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

- a) Estudiar la continuidad y clasificar las discontinuidades existentes. (0.75 puntos)
- b) Estudiar la derivabilidad en $x = 0$. (0.75 puntos)

Ejercicio 4 Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2 \cos x}{\text{sen}(x^2)}$ (1 punto)

- Ejercicio 5** a) Enunciar el Teorema de Bolzano. (0.5 puntos)
- b) Demostrar que la ecuación $e^{-x} = x$ tiene una solución en el intervalo abierto $(0, 1)$. ¿Puede tener más de una solución en dicho intervalo? Justificar la respuesta utilizando el teorema adecuado. (0.75 puntos)

- Ejercicio 6** a) Dada la función $f(x) = ax^4 + x^3 + bx - 1$, determinar los valores de a y b para que $y = f(x)$ tenga tangente horizontal en $x = -2$, y en $x = 1$. (0.25 puntos)
- b) Para los valores $a = \frac{1}{4}$ y $b = -4$, estudiar la monotonía y la curvatura, y localizar los extremos relativos y puntos de inflexión. (1 punto)

- c) Para los valores $a = \frac{1}{4}$ y $b = -4$, ¿existe algún punto en el intervalo abierto $(-2, 0)$ en el que la recta tangente a la curva $y = f(x)$ sea paralela a la secante que une los puntos $(-2, 3)$ y $(0, -1)$? Justificar la respuesta utilizando el teorema adecuado, y en caso afirmativo, calcular la ecuación de dicha recta tangente. (1 punto)

Ejercicio 7 Una hoja de papel tiene que contener 18 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior han de tener 2 cm cada uno, y los laterales 1 cm. Calcular las dimensiones de la hoja para que el tamaño del papel sea mínimo. (1 punto)