Cálculo Integral

Integrales definidas, y cálculo de áreas

1

Calcule el área limitada por $y = (x^2 + x - 2)(x - 3)$ y el eje OX.

2

Calcule el área comprendida entre las curvas $y = x^2 - 2x + 1$ e $y = -x^2 + 4x + 1$.

3

Halle el área de la región limitada por $y = x^2$ e $y^2 = x$.

4

Calcular:

$$\int_0^{1/2} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$

5

Dibujar en el mismo plano cartesiano las gráficas de las funciones $f(x) = \operatorname{sen} x$ y $g(x) = \operatorname{sen}(2x)$, en el intervalo $[0, 2\pi]$, y hallar el área encerrada entre ellas.

6

Calcule

$$\int_0^2 |2x-1|\, dx$$

7

Calcule el valor de $a > 1$ sabiendo que el área del recinto comprendido entre la parábola $y = -x^2 + a\,x$ y la recta $y = x$ es 4/3.

8

Dadas las funciones $f(x) = |x-1| - 1$ y $g(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right)$, encuentre los dos puntos en que se cortan. Calcule el área de la región del plano encerrada entre ambas curvas.

9

Calcule la integral definida

$$\int_0^{\pi^2/4} \frac{\cos\sqrt{x}}{2}\, dx$$

Nota: Puede ayudarle hacer el cambio de variable $t = \sqrt{x}$ y, a continuación, aplicar la integración por partes.

10

Dadas las funciones $f(x) = x^3 - x$ y $g(x) = 2x^3 - 2x$. Encuentre los tres puntos en que se cortan. Calcule el área de la región del plano encerrada entre ambas curvas.

11

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^4$. Encuentre la recta horizontal que corta a la gráfica de f formando con ella un recinto con área $\frac{8}{5}$.

12

Calcule $\displaystyle\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$ (sugerencia $t = \sqrt[4]{x}$)

13

Considere el recinto del primer cuadrante limitado por el eje *OX*, la recta $y = x$, la gráfica $y = \frac{1}{x^3}$ y la recta $x = 3$.

a. Haga un esbozo del recinto descrito.

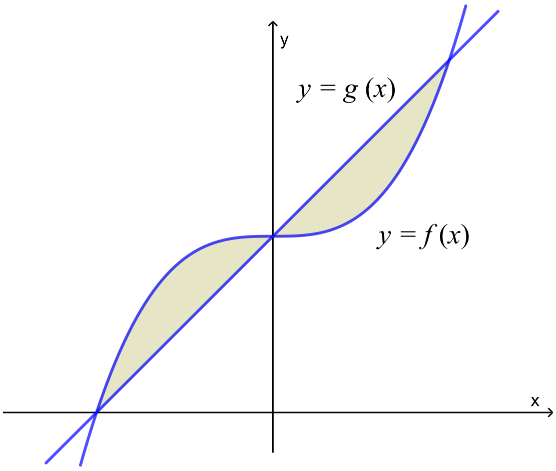
b. Calcule el área del recinto.

c. Si se considera la gráfica $y = \frac{1}{x}$ en lugar de $y = \frac{1}{x^3}$, el área del recinto correspondiente ¿será mayor o será menor que la del recinto inicial? ¿por qué?

14

Calcular el área de la región sombreada en la siguiente figura, siendo las ecuaciones de las funciones que aparecen en la gráfica

$$f(x) = x^3 + 1 \quad \text{y} \quad g(x) = x + 1$$



15

a. Calcule los puntos en los que las dos curvas $y = \mathrm{e}^x$, $y = -x^2$ cortan a la recta $x = 0$ y a la recta $x = 1$.

b. Calcule el área de la región plana limitada por las curvas $y = \mathrm{e}^x$, $y = -x^2$, y por las rectas $x = 0$, $x = 1$.

16

La curva $y = \frac{1}{2}x^2$ divide al rectángulo $A(0,0)$, $B(0,2)$, $C(4,2)$ y $D(4,0)$ en dos recintos.

a. Dibuje la gráfica de la función y el rectángulo *ABCD*.

b. Calcule el área de cada uno de los recintos.

17

Considere las funciones f y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas por:

$$f(x) = 6x - x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = \left|x^2 - 2x\right|$$

a. Esboce el recinto limitado por las gráficas de f y g, y calcule los puntos de corte de dichas gráficas.

b. Calcule el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

18

Dadas las funciones

$$f(x) = 2x\,\mathrm{e}^{-x} \quad \text{y} \quad g(x) = x^2\,\mathrm{e}^{-x}$$

calcule razonadamente el área del recinto cerrado limitado por las gráficas de esas funciones.

19

Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x\cos x$ y el eje de las x, cuando x pertenece al intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

20

Encuentre los dos puntos en que se cortan las gráficas de las funciones

$$f(x) = -x^2 + 3x \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si} \quad x \le 2 \\ 3 - x & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Calcule el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas.

21

Representar el recinto del plano limitado por las curvas $y = \mathrm{e}^x$, $y = \mathrm{e}^{-x}$ y por la recta $x = 1$. Calcular su área.

22

La gráfica de la función $f(x) = \cos\frac{\pi x}{2}$ divide al cuadrado de centro (0,0) y lado 2 en tres regiones. Calcule el área de cada una de esas tres regiones.

23

Dadas las curvas

$$y = \frac{x^2}{2} \quad , \quad y = \frac{4}{x}$$

a. Calcule sus puntos de corte.

b. Esboce una gráfica de las curvas en el intervalo $[1, 3]$.

c. Calcule el área que delimitan entre ellas en el intervalo $[1, 3]$.

24 Encuentre los dos puntos en que se cortan las gráficas de las funciones

$$f\left(x\right)=5-x \quad \text{y} \quad g\left(x\right)=\tfrac{2}{x-2}$$

y calcule el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas.