



ALUMNO/A:

**Ejercicio 1** Dada la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2}{1+|x|} & \text{si } x \leq 1 \\ 1 + \frac{1}{2}e^{-x^2+5x-4} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) Estudia la derivabilidad en  $x = 0$  y en  $x = 1$ . (1 punto)
- b) Obtén las ecuaciones de sus asíntotas. (1 punto)

**Ejercicio 2** Dada  $f(x) = \cos(x) - x$ , demuestra utilizando los teorema adecuados, que la ecuación  $f(x) = 0$  tiene una única solución real en el intervalo  $(0, \frac{\pi}{2})$ . (1 punto)

**Ejercicio 3** Dada la función  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ :

- a) ¿Existe algún  $c \in (1, 4)$  para el cual la recta tangente a  $y = f(x)$  sea paralela a la recta que une  $(1, 3)$  y  $(4, 0)$ ? Justifica la respuesta utilizando el teorema adecuado, y en caso afirmativo, encuentra la ecuación de dicha recta tangente. (1 punto)
- b) Calcula el área encerrada por la curva  $y = f(x)$  y la recta normal a la misma en  $x = 4$ . (1 punto)

**Ejercicio 4** Resuelve  $\int \frac{x^4}{x^2 - 1} dx$  (1 punto)

**Ejercicio 5** La derivada segunda de una función  $f$  es  $f''(x) = (x^2 - 2x)e^x$ . Sabiendo que  $f$  es derivable en todo  $\mathbb{R}$ , y que la pendiente de la recta tangente a  $y = f(x)$  en  $x = 0$  es 4, estudia:

- a) La curvatura y la existencia de puntos de inflexión de  $f$ . (0.5 puntos)
- b) La monotonía y la existencia de extremos relativos de  $f$ . (1.5 puntos)

**Ejercicio 6** a) Enuncia el Teorema Fundamental del Cálculo Integral. (1 punto)

b) Dada la función  $F : x \in [0, 1] \rightarrow F(x) = \int_0^x \frac{\ln(t^2 + 1)}{t + 2} dt$ , calcula razonadamente  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{F(x)}{x^3}$  (1 punto)