MATEMÁTICAS

(Responder soamente a unha das opcións de cada bloque temático).

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula os valores do parámetro m para os que A ten inversa.

b) Para $m = 0$, calcula A^3 e A^{25}.

c) Para $m = 0$, calcula a matriz X que verifica $X \cdot A = B$, sendo $B = (0\ \ -1\ \ -1)$

Opción 2. a) Discute e interpreta xeometricamente, segundo os valores do parámetro m, o sistema

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & - & y & + & z & = & 0 \\ x & - & 2y & + & z & = & m \\ mx & - & y & + & z & = & 0 \end{array}$$

b) Resólveo, se é posible, para os casos $m = 0$ e $m = 2$.

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Definición e interpretación xeométrica do produto vectorial de dous vectores en $\mathbb{R}^3$.

b) Calcula os vectores unitarios e perpendiculares ós vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ e $\vec{v} = (1, 0, 1)$.

c) Calcula a distancia da orixe de coordenadas ó plano determinado polo punto (1,1,1) e os vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ e $\vec{v} = (1, 0, 1)$.

Opción 2. Dado o plano π: $2x + \lambda y + 3 = 0$; e a recta $r: \begin{cases} x + 2y - 2z + 6 = 0 \\ 7x - y - 2z = 0 \end{cases}$

a) Calcula o valor de λ para que a recta r e o plano π sexan paralelos. Para ese valor de λ, calcula a distancia entre r e π.

b) ¿Para algún valor de λ , a recta está contida no plano π? Xustifica a resposta.

c) ¿Para algún valor de λ , a recta e o plano π son perpendiculares? Xustifica a resposta.

BLOQUE 3 (ANÁLISE) *(Puntuación máxima 4 puntos)*

Opción 1. a) Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x) = (x + 1)e^{-x}$ no punto de corte de $f(x)$ co eixo OX.

b) Calcula, para $f(x) = (x + 1)e^{-x}$: intervalos de crecemento e decrecemento, extremos relativos, puntos de inflexión, concavidade e convexidade.

c) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo integral.

Opción 2. a) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial.

b) De entre tódolos triángulos rectángulos con hipotenusa 10cm., calcula as lonxitudes dos catetos que corresponden ó de área máxima

c) Calcula o valor de m, para que a área do recinto limitado pola recta $y = mx$ e a curva $y = x^3$, sexa 2 unidades cadradas.

MATEMÁTICAS

(Responder somente a unha das opcións de cada bloque temático).

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Sexan A, B e C tres matrices tales que o produto $A{\cdot}B{\cdot}C$ é unha matriz 3x2 e o produto $A{\cdot}C^t$ é unha matriz cadrada, sendo C^t a trasposta de C. Calcula, razoando a resposta, as dimensións de A, B e C.

b) Dada $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, obtén todas as matrices X que conmutan con M, é dicir, verifican $X.M = M.X$.

c) Calcula a matriz Y que verifica $M{\cdot}Y + M^{-1}{\cdot}Y = I$, sendo a matriz dada en b), M^{-1} a matriz inversa de M e I a matriz unidade de orde 2.

Opción 2. a) Se nun sistema de tres ecuacións lineais con tres incógnitas, o rango da matriz dos coeficientes é 3, ¿podemos afirmar que o sistema é compatible? Razoa a resposta.

b) Discute, segundo os valores do parámetro m, o sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{array}{rcrcrcl} & & y & + & mz & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ mx & - & y & & & = & m \end{array}$$

c) Resolve o sistema anterior para o caso $m = 0$.

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Dados os vectores $\vec{u} = (1, 0, -1)$, $\vec{v} = (1, 1, 0)$, calcula os vectores unitarios de $\mathbb{R}^3$ que son ortogonais ós dous vectores dados.

b) Sexa π o plano determinado polo punto $P(2, 2, 2)$ e os vectores $\vec{u} = (1, 0, -1)$, $\vec{v} = (1, 1, 0)$. Calcula o ángulo que forma o plano π coa recta que pasa polos puntos $O(0, 0, 0)$ e $Q(2, -2, 2)$.

c) Calcula o punto simétrico de $O(0, 0, 0)$ respecto do plano $x - y + z - 2 = 0$.

Opción 2. Os lados dun triángulo están sobre as rectas

$$r_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}\,; \qquad r_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + t\,; \\ z = -1 \end{cases} \qquad r_3 : \begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

a) Calcula os vértices do triángulo. ¿É un triángulo rectángulo? Razoa a resposta

b) Calcula a ecuación do plano π que contén ó triángulo. Calcula a intersección do plano π cos eixes OX, OY e OZ.

BLOQUE 3 (ANÁLISE) *(Puntuación máxima 4 puntos)*

Opción 1. a) Calcula os valores de a e b para que a gráfica de $f(x) = ax + \dfrac{b}{x}$ teña un mínimo relativo no punto $\left(\dfrac{1}{2}, 4\right)$, Para eses valores de a e b, calcula: asíntotas e intervalos de crecemento e decrecemento de $f(x)$.

b) Calcula $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2\ e^x}{\cos^2 x - 1}$

c) Definición de primitiva e integral indefinida dunha función. Enunciado da regra de Barrow.

Opción 2. a) Definición de función continua nun punto. ¿Que tipo de descontinuidade ten en x = 0 a función $f(x) = \dfrac{x^2}{x}$?

b) Un arame de 170 cm. de lonxitude divídese en dúas partes. Con unha das partes quérese formar un cadrado e coa outra un rectángulo de xeito que a base mida o dobre da altura. Calcula as lonxitudes das partes nas que se ten que dividir o arame para que a suma das áreas do cadrado e do rectángulo sexa mínima

c) Calcula a área do recinto limitado pola recta $y = 2 - x$; e a curva $y = x^2$.

CONVOCATORIA DE XUÑO

Soamente se puntuará a primeira pregunta respondida de cada un dos tres bloques.

Bloque 1 (Álxebra lineal)

OPCIÓN 1:

a) 1 punto
b) 1 punto, distribuido en
Cálculo de A^3 (0,5 puntos)
Cálculo de A^{25} (0,5 puntos)
c) 1 punto

OPCIÓN 2:

a) 2 puntos, distribuidos en
Discusión (1 punto)
Interpretación xeométrica (1 punto)
b) 1 punto, distribuido en
Resolución no caso m = 0 (0,50 puntos)
Resolución no caso m = 2 (0,50 puntos)

Bloque 2 (Xeometría)

OPCIÓN 1:

a) 1 punto, distribuido en
Definición do producto vectorial de dous vectores (0,5 puntos)
Interpretación xeométrica do producto vectorial de dous vectores (0,5 puntos)
b) 1 punto.
c) 1 punto, distribuido en
Determinación do plano (0,5 puntos)
Cálculo da distancia (0,5 puntos)

OPCIÓN 2:

a) 1,5 puntos, distribuidos en
Determinación de λ. (0,75 puntos)
Cálculo da distancia (0,75 puntos)
b) 0,75 puntos
c) 0,75 puntos

Bloque 3 (Análise)

OPCIÓN 1:

a) 1 punto, distribuido en
Cálculo do punto de corte co eixo OX (0,25 puntos)
Cálculo da derivada (0,25 puntos)
Ecuación da recta tanxente (0,5 puntos)
b) 2 puntos, distribuidos en
Intervalos de crecemento e decrecemento (0,5 puntos)
Extremos relativos (0,5 puntos)
Puntos de inflexión (0,5 puntos)
Concavidade e convexidade (0,5 puntos)
c) 1 punto, distribuido en
Enunciado do teorema do valor medio do cálculo integral (0,5 puntos)
Interpretación xeométrica do teorema (0,5 puntos)

OPCIÓN 2:

a) 1 punto, distribuido en
Enunciado do teorema do valor medio do cálculo diferencial (0,5 puntos)
Interpretación xeométrica do teorema (0,5 puntos)
b) 1,5 puntos, distribuidos en
Formulación do problema (0,5 puntos)
Obtención dos catetos (1 punto)
c) 1,5 puntos, distribuidos en
Formulación do problema (0,75 puntos)
Cálculo da integral e obtención de m (0,75 puntos)

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Soamente se puntuará a primeira pregunta respondida de cada un dos tres bloques.

Bloque 1 (Álxebra lineal)

Opción 1:

a) 1 punto, distribuido en
Dimensión de A (0,5 puntos)
Dimensión de B (0,25 puntos)
Dimensión de C (0,25 puntos)
b) 1 punto, distribuido en
Formulación das ecuacións (0,5 puntos)
Solución (0,5 puntos)
c) 1 punto, distribuido en
Cálculo de M^{-1} (0,5 puntos)
Cálculo de Y (0,5 puntos)

Opción 2:

a) 1 punto
b) 1 punto, distribuido en
Sistema incompatible (0,5 puntos)
Sistema compatible indeterminado (0,5 puntos)
c) 1 punto

Bloque 2 (Xeometría)

Opción 1:

a) 1 punto, distribuido en
Cálculo álculo de $\vec{u} \times \vec{v}$ (0,25 puntos)
Cálculo de $|\vec{u} \times \vec{v}|$ (0,25 puntos)
Por cada solución (0,25 puntos)
b) 1 punto, distribuido en
Vector asociado ó plano (0,25 puntos)
Vector director da recta (0,25 puntos)
Cálculo do ángulo (0,5 puntos)
c) 1 punto

Opción 2:

a) 1,5 puntos, distribuidos en
Cálculo dos vértices (1 punto)
Triángulo rectángulo (0,5 puntos)
b) 1,5 puntos, distribuidos en
Obtención do plano (1 punto)
Intersección cos eixos (0,5 puntos)

Bloque 3 (Análise)

Opción 1:

a) 2 puntos, distribuidos en
Cálculo de a e b (0,5 puntos)
Asíntotas (0,75 puntos)
Intervalos de crecemento e decrecemento (0,75 puntos)
b) 1 punto
c) 1 punto, distribuido en
Definición de primitiva (0,25 puntos)
Definición de integral indefinida (0,25 puntos)
Regla de Barrow (0,5 puntos)

Opción 2:

a) 1 punto, distribuido en
Definición de función continua nun punto (0,5 puntos)
Tipo de discontinuidade (0,5 puntos)
b) 1,5 puntos, distribuidos en
Expresión a minimizar (0,75 puntos)
Cálculo da lonxitude das dúas partes nas que se divide o arame (0,5 puntos)
Comprobación de mínimo (0,25 puntos)
c) 1,5 puntos, distribuidos en
Formulación do problema (0,75 puntos)
Determinación dos límites de integración (0,25 puntos)
Cálculo da integral (0,5 punto)

CONVOCATORIA DE XUÑO

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL)
(Puntuación máxima 3 puntos)

Opción 1.

a) $|A| = m^2 - 1$. Polo tanto $|A| = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$. Así, A ten inversa $\Leftrightarrow m \neq \pm 1$. **(1 punto)**

b) Se m = 0, utilizando as propiedades do produto de matrices $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $A^3 = A^2 \cdot A = -I$;

(0,5 puntos)

$A^{25} = (-I)^8 \cdot A = I \cdot A = A$. **(0,5 puntos)**

c) Tendo en conta a), para m = 0, $\exists A^{-1}$ e ademais, por b), $A^{-1} = -A^2$. Polo tanto $X \cdot A = B \Leftrightarrow X = B \cdot A^{-1}$,
$X = (0\ -1\ -1) \cdot (-A^2) = (-1\ \ 0\ \ 1)$ **(1 punto)**

Opción 2.

a) Matriz de coeficientes : $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ m & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Matriz ampliada : $A = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & m \\ m & -1 & 1 & 0 \end{array}\right)$

$|C| = m - 2$

$m \neq 2 \Rightarrow$ rang(C) = rang(A) =3

$m = 2$: $\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow$ rang(C) = 2;

$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ rang(A) = 2

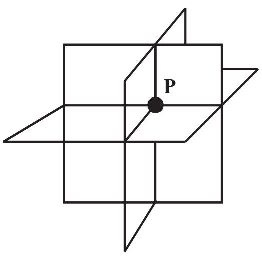
Discusión: **(1 punto)**

$m \neq 2$, rang(C) = rang(A) =3 = nº de incógnitas. Sistema compatible determinado (S.C.D.). Solución única.

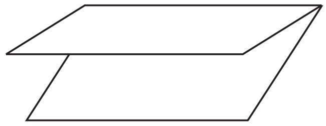
$m = 2$, rang(C) = rang(A) =2 < nº de incógnitas. Sistema compatible indeterminado (S.C.I.). Infinitas solucións. **(1punto)**

Interpretación xeométrica:

$m \neq 2$, tres planos que se cortan nun punto P



$m = 2$, dous planos coincidentes (o 1º e o 3º) que se cortan co outro plano ó longo dunha recta



b) Se m=0, estamos no caso dun S.C.D. e como é un sistema homoxéneo, a solución única é a trivial:
$x = 0;\quad y = 0;\quad z = 0;$ **(0,5 puntos)**

Se m= 2, estamos no caso dun S.C.I.

$\left\{\begin{array}{l} -y + z = -2x \\ -2y + z = 2-x \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y - z = 2x \\ -2y + z = 2-x \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y = -x - 2 \\ z = -3x - 2 \end{array}\right\}$

As infinitas solucións pódense expresar:

$\{x = \lambda, y = -\lambda - 2, z = -3\lambda - 2 \ / \ \lambda \in \mathbf{R}\}$; **(0,5 puntos)**

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1.

a) Definición do produto vectorial de dous vectores en $\mathbf{R}^3$. **(0,5 puntos)**

Interpretación xeométrica do produto vectorial de dous vectores en $\mathbf{R}^3$. **(0,5 puntos)**

b) $\vec{u} \times \vec{v} = (-2, 1, 2)$; $|\vec{u} \times \vec{v}| = 3$

Os dous vectores unitarios e ortogonais a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$ son $\vec{w}_1 = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$; $\vec{w}_2 = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$ **(1 punto)**

c) A ecuación do plano será: $\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$;

é dicir $\pi : 2x - y - 2z + 1 = 0$ **(0,5 puntos)**

Utilizando a fórmula da distancia dun punto, neste caso $O = (0, 0, 0)$, a un plano temos:
$d(O, \pi) = 1/3$ **(0,5 puntos)**

Opción 2.

a) Vector asociado ó plano π: $\vec{n}_\pi = (2, \lambda, 0)$

Vector director da recta $\vec{v}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & -2 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix}$;

$\vec{v}_r = (-6, -12, -15)$

Como $r \parallel \pi \Leftrightarrow \vec{v}_r \perp \vec{n}_\pi$, e $\vec{v}_r \perp \vec{n}_\pi \Leftrightarrow \vec{v}_r \cdot \vec{n}_\pi = 0$, temos que $r \parallel \pi \Leftrightarrow \lambda = -1$ **(0,75 puntos)**

Para $\lambda = -1$, temos o plano $\pi : 2x - y + 3 = 0$. Como

$r \parallel \pi$, podemos calcular a distancia de r a π como a distancia entre un punto calquera de r, por exemplo $P_r = (0, -2, 1)$, e o plano π. Polo tanto

$d(r, \pi) = d(P_r, \pi) = \dfrac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ **(0,75 puntos)**

b) Vimos no apartado anterior que $r \parallel \pi \Leftrightarrow \lambda = -1$ e ademais, para este valor de λ, $d(r, \pi) = \sqrt{5}$. Polo tanto Non existe ningún valor de λ para o que a recta r estea contida no plano. **(0,75 puntos)**

c) $r \perp \pi \Leftrightarrow \vec{v}_r \parallel \vec{n}_\pi$, pero non existe λ que faga que os vectores $\vec{v}_r = (-6, -12, -15)$ e $\vec{n}_\pi = (2, \lambda, 0)$ sexan proporcionais. Polo tanto, non hai ningún valor de λ para o que r e π son perpendiculares. **(0,75 puntos)**

<u>BLOQUE 3 (ANÁLISE)</u> *(Puntuación máxima 4 puntos)*

<u>Opción 1</u>.

a) Punto de corte co eixo OX: (-1,0) **(0,25 puntos)**

$f'(x) = -xe^{-x}$; $f'(-1) = e$ **(0,25 puntos)**

Recta tanxente en (-1,0): $y = e(x+1)$ **(0, 5 puntos)**

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

A función é crecente en $(-\infty, 0)$ e decrecente en $(0, \infty)$ **(0,5 puntos)**

$f''(x) = e^{-x}(x-1)$; $f''(0) < 0$. Hai un máximo relativo no punto (0,1) **(0,5 puntos)**

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Cóncava en $(-\infty, 1)$ e convexa en $(1, \infty)$ **(0,5 puntos)**

$f'''(x) = e^{-x}(2-x)$; $f'''(1) \neq 0$. Hai un punto de inflexión no punto $(1, 2/e)$ **(0,5 puntos)**

c) Enunciado do teorema do valor medio do cálculo integral. **(0,5 puntos)**

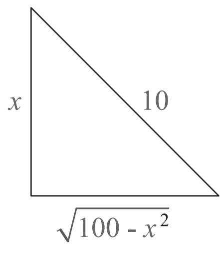
Interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo integral. **(0,5 puntos)**

<u>Opción 2</u>.

a) Enunciado do teorema do valor medio do cálculo diferencial. **(0,5 puntos)**

Interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial. **(0,5 puntos)**

b)



Función a optimizar:

$A(x) = \dfrac{1}{2}\, x\, \sqrt{100 - x^2}$, **(0,75 puntos)**

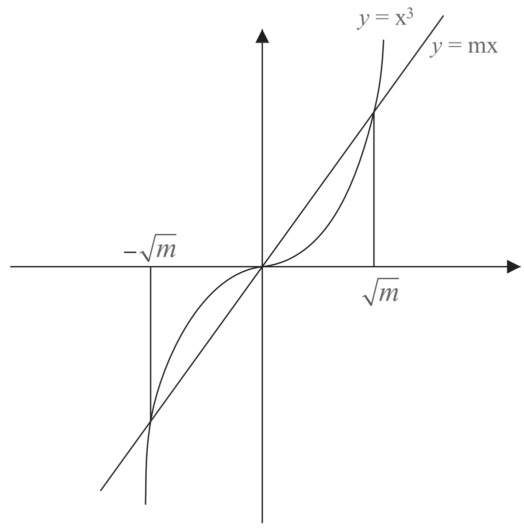
$A'(x) = \dfrac{100x - 2x^3}{\sqrt{100x^2 - x^4}}$ **(0,25 puntos)**

Puntos críticos: $x = 0$ (non vale), $x = -5\sqrt{2}$ (non vale), $x = 5\sqrt{2}$ **(0,25 puntos)**

Xustificación de que $5\sqrt{2}$ corresponde a un máximo: $A''(5\sqrt{2}) < 0$ **(0,25 puntos)**

Polo tanto, de entre tódolos triángulos rectángulos de hipotenusa 10cm, o que ten área máxima corresponde a un triángulo rectángulo isósceles de catetos $5\sqrt{2}$ cm.

c)



Abscisas dos puntos de corte das gráficas

$x^3 = mx \Leftrightarrow x = 0\ ;\ x = \pm\sqrt{m}$

Como a área do recinto ten que ser 2 unidades cadradas

$2 = \int_{-\sqrt{m}}^{0} (x^3 - mx)dx + \int_{0}^{\sqrt{m}} (mx - x^3)dx$ **(0,75 puntos)**

Integrando

$$2 = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{mx^2}{2}\right]_{-\sqrt{m}}^{0} + \left[\frac{mx^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_{0}^{\sqrt{m}}$$

e así $m = \pm 2$, pero m = -2 non vale, polo tanto m = 2 **(0,75 puntos)**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1.

a) Da hipótese $A \cdot B \cdot C \in M_{3x2}$, dedúcese que $A \in M_{3xm}, B \in M_{mxn}, C \in M_{nx2}$. Polo tanto $C^t \in M_{2xn}$ e para que $\exists A \cdot C^t$, necesariamente $m = 2$ e $A \in M_{3x2}$.

(0,5 puntos)

Da hipótese $A \cdot C^t$ é unha matriz cadrada, dedúcese que $n = 3$ e polo tanto $B \in M_{2x3}$, $C \in M_{3x2}$,

(0,5 puntos)

b) Para que existan os produtos $X \cdot M$ e $M \cdot X$, X ten que ser unha matriz cadrada de orde 2. Da igualdade $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, deducimos que

$b = 0$, $a = d$ e polo tanto $X = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & a \end{pmatrix} / \, a, c \in \mathbf{R} \right\}$

(1 punto)

c) $|M| = 1$, $M^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, **(0,5 puntos)**

$M \cdot Y + M^{-1} \cdot Y = I \Leftrightarrow Y = (M + M^{-1})^{-1}$ e como $M + M^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, obtemos que $Y = \begin{pmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$

(0,5 puntos)

Opción 2.

a) Se denotamos por C a matriz dos coeficientes e por A a matriz ampliada, temos que $C \in M_{3x3}$ e $A \in M_{3x4}$, polo que rang(A) ≤ 3. Ademais sabemos que sempre rang(C) $\leq$ rang(A), entón

$$\left. \begin{array}{r} 3 = \text{rang (C)} \leq \text{rang (A)} \\ \text{rang (A)} \leq 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{rang(C) = rang (A) = 3}$$

Polo tanto, o sistema é compatible. Como o número de incógnitas tamén é 3, trátase dun sistema compatible determinado (S.C.D.). **(1 punto)**

b) Matriz dos coeficientes: $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m \\ 1 & 0 & 1 \\ m & -1 & 0 \end{pmatrix}$;

Matriz ampliada: $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m & \cdot & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdot & 0 \\ m & -1 & 0 & \cdot & m \end{pmatrix}$;

$$\left. \begin{array}{l} |A| = 0 \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow rang(C) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ m & -1 & m \end{vmatrix} = -m \Rightarrow rang(A) = \begin{cases} 3 & se \quad m \neq 0 \\ 2 & se \quad m = 0 \end{cases}$$

Discusión: **(1 punto)**

Se $m \neq 0$, rang(C) = 2 < 3 = rang(A). Sistema incompatible. Non ten solución.

Se $m = 0$, rang(C) = 2 = rang(A) < nº incógnitas. Sistema Compatible Indeterminado (S.C.I.). Infinitas solucións

c) Se $m = 0$, é un sistema homoxéneo e vimos que era un (S.C.I.). Para obter as infinitas solucións

$\left. \begin{array}{l} y = 0 \\ x = -z \end{array} \right\} \Rightarrow$ Solucións : $\{(-\lambda, 0, \lambda) \, / \, \lambda \in \mathbf{R}\}$ **(1 punto)**

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1.

a) $\vec{u} \times \vec{v} = (1, -1, 1)$ **(0,25 puntos)**

$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{3}$ **(0,25 puntos)**

Entón, os dous vectores unitarios e ortogonais a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$ son: $w_1 = (\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$; $w_2 = (-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$

(0,5 puntos)

b) Vector asociado ó plano: $\vec{n_\pi} = \vec{u} \times \vec{v} = (1, -1, 1)$.

(0,25 puntos)

Vector director da recta: $\vec{v_r} = \overline{OQ} = (2, -2, 2)$. **(0,25 puntos)**

Estes dous vectores son proporcionais e polo tanto a recta e plano son perpendiculares **(0,5 puntos)**

c) Ecuación da recta que pasa por O (0, 0, 0) e é perpendicular a π

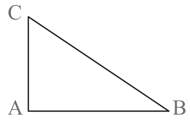
$$s: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

Punto de intersección de S con π: $P(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$.

Este punto P é o punto medio de O e o seu simétrico O'. Polo tanto $O'(\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$. **(1 punto)**

Opción 2.

a) Calculamos as coordenadas dos vértices facendo a intersección das rectas $r_1 \cap r_2 : A\ (1, 1, -1)$
$r_2 \cap r_3 : B\ (-1, -1, -1)$ $\quad r_1 \cap r_3 : C\ (3, -1, 3)$



(1 punto)

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB} = (-2, -2, 0)\\ \overrightarrow{AC} = (\ 2, -2, 4)\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$$

Polo tanto, o triángulo é rectángulo en A **(0,5 puntos)**

b) Podemos calcular o plano π como o plano determinado polo punto A e os vectores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$. Así

$$\pi : \begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z+1 \\ -2 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 0, \text{ é dicir } \pi : x - y - z - 1 = 0$$

(1 punto)

Intersección cos eixos OX, OY e OZ: $P(1, 0, 0)$, $Q(0,-1,0)$ e $R(0,0,-1)$ respectivamente. **(0,5 puntos)**

<u>BLOQUE 3 (ANÁLISE)</u> *(Puntuación máxima 4 puntos)*

<u>Opción 1</u>.

a) $f'(x) = a - \dfrac{b}{x^2}$

$$\left.\begin{array}{l} f(1/2) = 4 \Rightarrow a + 4b = 8 \\ f'(1/2) = 0 \Rightarrow a - 4b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow a = 4, b = 1 \text{ e temos así}$$

que $f(x) = 4x + \dfrac{1}{x}$ **(0,5 puntos)**

Asíntota vertical: $x = 0$ **(0,25 puntos)**

Asíntota oblicua: $y = mx + n$

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{4x^2+1}{x^2} = 4$$

$$n = \lim_{x\to\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{4x^2+1}{x} - 4x\right) = 0$$

Polo tanto a asíntota oblicua é a recta $y = 4x$

(0,5 puntos)

Como $f'(x) = 4 - \dfrac{1}{x^2}$, temos que $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{1}{2}$

	$(-\infty, -1/2)$	$(-1/2, 0)$	$(0, 1/2)$	$(1/2, \infty)$
f' (x)	+	-	-	+
f (x)	↗	↘	↘	↗

é dicir> Crecente en $(-\infty, -1/2) \cup (1/2, \infty)$,
Decrecente en $(-1/2, 0) \cup (0, 1/2)$ **(0,75 puntos)**

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \cdot e^x}{\cos^2 x - 1} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2 \cdot e^x}{-\text{sen}^2 x} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{-\text{sen}^2 x} \cdot \lim_{x\to 0} e^x = -1$

(1 punto)

c) Definición de primitiva **(0,25 puntos)**
Definición de integral indefinida **(0,25 puntos)**
Enunciado da regra de Barrow **(0,5 puntos)**

<u>Opción 2</u>.

a) Definición de función continua nun punto

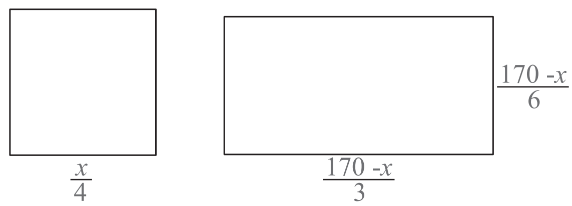
(0,5 puntos)

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 0} f(x) = 0 \\ \nexists \ \ f(0) \end{array}\right\} \text{Discontinuidade evitable, que se evita}$$

definindo $f(0) = 0$ **(0,5 puntos)**

b) Parte de arame para o cadrado: x cm. Parte de arame para o rectángulo: $(170 - x)$ cm

$$A(x) + \frac{x^2}{16} + \frac{(170-x)^2}{18}; \qquad A'(x) = \frac{x}{8} - \frac{170-x}{9}$$



$A'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 80$; $A''(x) = \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{9} > 0$

Solución: 80 cm para o cadrado e 90 cm para o rectángulo. **(1,5 puntos)**

c) Abscisas dos puntos de corte das gráficas

$$2 - x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$ **(0,25 puntos)**

$$A = \int_{-2}^{1} (2 - x - x^2)dx$$ **(0,75 puntos)**

$$A = \left[2x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{1}; \quad A = \frac{9}{2}u^2$$ **(0,5 puntos)**