CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAAU (LOXSE) **Código: 21**

XUÑO 2003

MATEMÁTICAS

(O alumno debe responder a catro preguntas. Unha soa pregunta de cada un dos catro bloques temáticos: Álxebra, Xeometría, Análise Matemática e Estatística. A puntuación máxima de cada pregunta é de 2,5 puntos.)

Álxebra (*responda a unha das dúas preguntas*)

1. Considéranse dúas matrices A e B que verifican $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ e $A - B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ Calcule a matriz $A^2 - B^2$

2. Calcule, por transformacións elementales (sen emplear a regla de Sarrus) e xustificando os pasos, o determinante

$$\begin{vmatrix} 2+a & b & c \\ a & 2+b & c \\ a & b & 2+c \end{vmatrix}$$

Xeometría (*responda a unha das dúas preguntas*)

1. **A**. Definición de módulo dun vector. Propiedades.
   B. Determine os valores de a e b, a > 0, para que os vectores $\vec{v}_1 = (a,b,b)$, $\vec{v}_2 = (b,a,b)$ e $\vec{v}_3 = (b,b,a)$ sexan unitarios e ortogonales dous a dous.
2. **A**. Ángulo que forman unha recta e un plano.
   B. Determine o ángulo que forman o plano $\pi : x + 2y - 3z + 4 = 0$ e a recta r: $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3y + 2z = 12 \end{cases}$

Análise matemática (*responda a unha das dúas preguntas*)

1. **A**. ¿Que é un punto de inflexión dunha función?
   B. Ache a condición que debe cumprir λ para que o polinomio $x^4 + x^3 + \lambda x^2$ sexa cóncavo nalgún intervalo. Determine o intervalo de concavidade en función de λ.
2. **A**. Enunciado e interpretación xeométrica do teorema de Bolzano.
   B. ¿Pódese asegurar, empregando o teorema de Bolzano, que a función $f(x) = tg(x)$ ten unha raíz no intervalo $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$? Razone a resposta. Esboce a gráfica de f nese intervalo.

   Nota: tg denota a función tanxente.

Estatística (*responda a unha das dúas preguntas*)

1. Determine o valor de K para o que a función $f(x) = \begin{cases} K\text{sen}(x) & \text{se } x \in [0,\pi] \\ 0 & \text{noutro caso} \end{cases}$ sexa unha función de densidade.

Determine para ese valor de K a expresión da función de distribución e calcule a media da variable aleatoria que ten por función de densidade a f.

2. O 1% dos individuos dunha poboación supera os 185cm de estatura, mentras que o 3% non chega a 160cm.
Se se supón que a estatura segue unha distribución normal, calcule os parámetros desa distribución.
Nota: Pode ser útil saber que se Z é unha variable con distribución N(0,1), entón $P(Z \leq 2.33) = 0.99$ e $P(Z \leq 1.89) = 0.97$.

CiUG — COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAAU (LOXSE)** **Código: 21** **SETEMBRO 2003**

MATEMÁTICAS

(O alumno debe responder a catro preguntas. Unha soa pregunta de cada un dos catro bloques temáticos: Álxebra, Xeometría, Análise Matemática e Estatística. A puntuación máxima de cada pregunta é de 2,5 puntos.)

Álxebra *(responda a unha das dúas preguntas)*

1. Demostre que a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ verifica unha ecuación do tipo $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$, determinando α e β (I denota a matriz identidade). Utilice este feito para calcular a inversa de A.

2. Discuta e interprete xeométricamente, según o parámetro a o sistema de ecuacións:

$$\begin{array}{rrrcl} 3x & -y & & = & ax \\ 5x & +y & +2z & = & ay \\ & 4y & +3x & = & az \end{array}$$

Xeometría *(responda a unha das dúas preguntas)*

1. **A**. ¿Que significa xeométricamente que tres vectores do espacio tridimensional sexan linealmente dependentes?

B. Dados os vectores $\vec{u}_1 = (1,2,1)$, $\vec{u}_2 = (1,3,2)$, $\vec{v}_1 = (1,1,0)$ e $\vec{v}_2 = (3,8,5)$, demostre que os vectores $\vec{u}_1$ e $\vec{u}_2$ dependen linealmente dos vectores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$. Determine a ecuación xeral do plano que pasa pola orixe e contén os vectores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, e determine a posición relativa dos vectores $\vec{u}_1$ e $\vec{u}_2$ respecto a ese plano.

2. **A**. Definición de producto escalar de dous vectores. Interpretación xeométrica.

B. Determine a ecuación que satisfacen os vectores ortogonales á recta $r: \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + 3z = 0 \end{cases}$. Interprete xeométricamente o resultado obtido.

Análise matemática *(responda a unha das dúas preguntas)*

1. Dada a parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$, determine os valores de a, b e c sabendo que f ten un máximo no punto de abscisa $x = -\frac{1}{2}$ e a recta tanxente a f no punto (1,3) é $y = -3x + 6$.

2. Determine a área da rexión limitada pola gráfica da función $f(x) = x^2 + x + 5$, o eixe OX e as rectas $x = -\frac{1}{2}$ e $y = x + 6$.

Estatística *(responda a unha das dúas preguntas)*

1. **A**. ¿Cando unha distribución normal se considera unha aproximación aceptable dunha distribución binomial?

B. A distribución normal N(32,4) é unha boa aproximación para a distribución binomial de parámetros:

(a) n=32, p=4 (b) n=32, $p=\frac{1}{2}$ (c) n calquera, p=q (d) n=64, $p=\frac{1}{2}$

Escolla unha das catro opcións anteriores e xustifique a súa resposta.

2. **A**. Propiedades da función de distribución dunha variable aleatoria continua.

B. A función $F(X) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ k(x^2 - 1) & 1 \le x \le 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases}$, $(k \in \mathbb{R})$, é función de distribución de certa variable continua X, se:

(a) $k<0$, (b) $k=1$, (c) $k=\frac{1}{8}$, (d) nunca.

Elixa unha das opcións anteriores e xustifique a súa resposta.

CONVOCATORIA DE XUÑO

A puntuación máxima de cada pregunta é 2.5 puntos.

Somente se puntuará á primeira pregunta respondida de cada un dos catro bloques temáticos.

Non se puntuarán respostas (Si ou Non) que non veñan acompañadas dunha xustificación.

Álxebra

1. Plantexamento: 1.5 puntos. Resolución: 1 punto.

2: 2.5 puntos.

Xeometría

1. A. Definición de módulo dun vector: 0.5 puntos. Propiedades: 0.5 puntos.

1. B. Plantexamento da ortonormalidade: 1 punto. Resolución: 0.5 puntos.

2. A. 1 punto.

2. B. 1.5 puntos.

Análise Matemática

1. A. 0.5 puntos.

1. B. Cálculo da condición para: 1 punto. Intervalo de concavidade: 1 punto.

2. A. Enunciado: 0.5 puntos. Interpretación xeométrica: 0.5 puntos.

2. B. Resposta á pregunta: 1 punto. Gráfica: 0.5 puntos.

Estatística

1. Plantexamento da función de densidade: 0.25 puntos. Cálculo do valor de K: 0.25 puntos. Expresión da función de distribución: 1 punto. Cálculo da media: 1 punto. (expresión da media: 0.25 puntos 0.5 polo cálculo da primitiva e 0.25 pola aplicación da Regra de Barrow).

2. Plantexamento: 1.5 puntos. Resolución: 1 punto.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

A puntuación máxima de cada pregunta é 2.5 puntos.

Somente se puntuará á primeira pregunta respondida de cada un dos catro bloques temáticos.

Non se puntuarán respostas (Si ou Non) que non veñan acompañadas dunha xustificación.

Álxebra

Plantexamento das ecuacións: 1 punto. Cálculo dos parámetros: 0.5 puntos (0.25 por cada un)

Obtención da inversa: plantexamento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

2. Discusión: 1.5 puntos. Interpretación xeométrica: 1 punto.

Xeometría

1. A. 0.5 puntos

B. Demostración da dependencia lineal: 0.5 puntos. Determinación da ecuación del plano: 1 punto. Posición relativa: 0.5 puntos.

2. A. Definición de producto escalar: 0.75 puntos. Interpretación xeométrica: 0.75 puntos.

B. Determinación da ecuación: 0.75 punto. Interpretación: 0.25 puntos.

Análise Matemática

1. Plantexamento: 1.5 puntos. Resolución: 1 punto.

2. Puntos de corte: 0.5 puntos. Plantexamento da integral: 1 punto. Resolución: 1 punto.

Estatística

1. A. 1 punto.

B. 1.5 puntos. (Só se xustifica ben).

2. A. 1 punto.

B. 1.5 puntos (Só se xustifica ben).