Actividad de Repaso 2

IV) *a)* $-\frac{269}{2}$ *b)* $\frac{1}{3}$ *c)* 1 *d)* $-\frac{21}{4}$ *e)* $\frac{536}{9}$ *f)* $\frac{4}{9}$

V) *a)* $22\sqrt{2}-25$ *c)* $23+4\sqrt{5}$ *e)* $(-312\sqrt{3}$

b) $\frac{11}{2}\sqrt{3}$ *d)* $\frac{1}{2}$ *f)* $\left(\frac{a}{b}+2\right)\sqrt{\frac{a}{b}}$

VI) *Llamamos a_n al tamaño de la mancha al cabo de n años.*

a) *Así, a_1 es el tamaño de la mancha al cabo de un año.*
Según el problema

$$a_1 = 40 \cdot 1.1 = 44 \ cm^2$$

Si a_2 es el tamaño de la mancha al cabo de dos años:

$$a_2 = a_1 \cdot 1.1 = 48.4 \ cm^2$$

Si a_3 es el tamaño al cabo de tres años:

$$a_3 = a_2 \cdot 1.1 = 53.24 \ cm^2$$

b) *Para ir obteniendo los sucesivos términos de la sucesión, hay que ir multiplicando por 1.1. Tenemos una sucesión geométrica con razón 1.1 y $a_1 = 40$:*

$$a_n = 40 \cdot 1.1^{n-1}$$

c) $a_{10} = 40 \cdot 1.1^9 = 94.32 \implies a_{10} = 9.4 \cdot 10 \ cm^2$.

Actividad de Repaso 3

III) *Determina el término general de las sucesiones siguientes*

a) $a_n = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

b) $a_n = \sqrt{n+1}$

c) $a_n = 1+(-5)(n-1)$ *(o $a_n = 6-5n$)*

d) $a_n = \dfrac{1}{n^2}$

e) $a_n = \sqrt{2}+\sqrt{2}(n-1)$ *(o $a_n = \sqrt{2}n$)*

f) $a_n = 1 \cdot (\sqrt{2})^{n-1}$

g) $a_n = 0.5 \cdot (-0.1)^{n-1}$

h) $a_n = \dfrac{3+2(n-1)}{2 \cdot 2^{n-1}}$ *(o $a_n = \dfrac{1+2n}{2^n}$)*

IV) *Son aritméticas las sucesiones c) y e).*

Para c), $a_{20} = 6 - 5 \cdot 20 = -94 \implies S_{20} = \dfrac{(1+(-94))\,20}{2} = -930$

Para e), $a_{20} = 20\sqrt{2} \implies S_{20} = \dfrac{(\sqrt{2}+20\sqrt{2})20}{2} = 210\sqrt{2}$

V) *Son geométricas las sucesiones a), f) y g).*

Para a), $a_{10} = \frac{10}{512} = \frac{5}{256} \implies S_{10} = \dfrac{\frac{5}{256}\cdot\frac{1}{2}-10}{\frac{1}{2}-1} = \dfrac{\frac{5}{512}-10}{-\frac{1}{2}} = 19.98$

Para f), $a_{10} = \sqrt{2^9} = 16\sqrt{2} \implies S_{10} = \dfrac{16\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \dfrac{32-1}{\sqrt{2}-1} = 74.84$

Para g), $a_{10} = 0.5\cdot(-0.1)^9 = -5\cdot 10^{-10} \implies S_{10} = \dfrac{-5\cdot 10^{-10}\cdot(-0.1)-0.5}{-0.1-1} \sim 0.45$

VI) *Solo es posible en aquellas que sean geométricas, con razón R verificando $-1 < R < 1$. Es decir, en a) y g)*

Para a), $S_\infty = \dfrac{10}{1-0.5} = 20$

Para g), $S_\infty = \dfrac{0.5}{1-(-0.1)} = \dfrac{0.5}{1.1} = \dfrac{5}{11}$

VII) *El primer múltiplo de 7 es 504, y el último es 798. En total, hay 43:*

$S_{43} = \dfrac{(504+798)43}{2} = 27\,993$

VIII) $a_8 = 13$, *y* $a_{44} = 121$.

Para llegar del octavo al cuadragésimo cuarto, habría que sumar 36 veces la diferencia: $121 - 13 = 36d \implies d = 3$. *Como* $a_8 = a_1 + 7d \implies a_1 = 13 - 21 = -8$. *Por tanto,* $a_n = -8 + 3(n-1)$

IX) *Describe el comportamiento de las sucesiones siguientes a medida que se van calculando más y más términos (¿es creciente?, ¿es decreciente?,¿es alternada?,¿los términos se acercan a algún valor?)*

a) *Es una sucesión creciente, y sus términos nunca paran de aumentar.*

b) *Es geométrica, con razón -2, por eso es alternada, y sus términos se van alejando cada vez más del cero.*

c) *Es creciente, y sus términos nunca paran de crecer (se van cuadriplicando).*

X) *Una gacela está huyendo de un depredador. Asumamos para simplificar el problema, que la gacela se desplaza dando saltos en línea recta, y que debido al cansancio, la longitud de cada salto se reduce a las tres cuartas partes de la longitud del salto anterior. Suponiendo que el primer salto es de 240 cm:*

a) $L_1 = 240$ *cm,* $L_2 = \dfrac{3}{4}\cdot 240 = 180$ *cm,* $L_3 = \dfrac{3}{4}\cdot 180 = 135$ *cm y* $L_4 = \dfrac{3}{4}\cdot 135 = 101.25$ *cm.*

b) *Es geométrica, con razón $\frac{3}{4}$:*

$$a_n = 240 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

c) *Se pide* $S_\infty = \dfrac{240}{1-\frac{3}{4}} = \dfrac{240}{\frac{1}{4}} = 960$ *cm*