

# CHAPITRE 8 : VECTEURS ET DROITES

## 1. VECTEURS

### 1.1 Éléments d'un vecteur

Soit A et B deux points distincts du plan. Le vecteur  $\vec{AB}$  est le vecteur défini par :

- Sa direction : celle de la droite AB
- Son sens : de A vers B
- Sa norme (sa longueur) est  $|\vec{AB}|$

$\vec{AB}$  a pour origine A et pour extrémité B

### 1.2 Coordonnées de vecteurs

Soit A(x<sub>a</sub>, y<sub>a</sub>) et B (x<sub>b</sub>, y<sub>b</sub>) les coordonnées de  $\vec{AB} = (x_b - x_a, y_b - y_a)$

### 1.3 Calculer la norme de vecteurs

Soit  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  un vecteur, la norme est

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

### 1.4. Vecteurs équivalents et parallèles

Deux vecteurs sont équivalents s'ils ont la même norme, la même direction et le même sens. Les coordonnées sont égales.

Deux vecteurs sont parallèles s'ils ont la même direction. Les coordonnées sont proportionnelles.

## 2. OPÉRATIONS AVEC VECTEURS

### 2.1 . Somme et différence de deux vecteurs

Soit  $\vec{u} = (u_1, u_2)$ ,  $\vec{v} = (v_1, v_2)$ , les coordonnées de  $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$

Soit  $\vec{u} = (u_1, u_2)$ ,  $\vec{v} = (v_1, v_2)$ , les coordonnées de  $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$

#### Opposé d'un vecteur:

L'opposé du vecteur  $\vec{u}$  est le vecteur  $-\vec{u}$ , de même direction et de même norme que  $\vec{u}$ , mais de sens opposé à celui de  $\vec{u}$ .

## CHAPITRE 8 : VECTEURS ET DROITES

$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0} = (0,0)$  Le vecteur de norme nulle est appelé le vecteur nul; il est noté  $\vec{0}$ . Il n'a ni sens, ni direction.  
 $\vec{AA} = \vec{BB} = \vec{0}$

### 2.2. Multiplication d'un vecteur par un réel

Soit  $\vec{u} = (u_1, u_2)$  et  $k$  un réel, les coordonnées de  $k \cdot \vec{u} = (k \cdot u_1, k \cdot u_2)$

### 2.3. Somme d'un point et d'un vecteur

Un point A a pour coordonnées  $(a_1, a_2)$  et un vecteur  $\vec{u} = (u_1, u_2)$ , la somme est un autre point avec coordonnées

$$A' = A + \vec{u} = (a_1, a_2) + (u_1, u_2) = (a_1 + u_1, a_2 + u_2)$$

## 3. DROITE VECTORIELLE

Une droite est entièrement définie par la donnée d'un de ses points et d'un vecteur directeur.

Soit  $A = (a, b)$  point et  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  vecteur directeur d'une droite

$$(x, y) = (a, b) + t \cdot (v_1, v_2)$$

## 4. RÉPRÉSENTATION PARAMÉTRIQUE DE LA DROITE

Soit  $A = (a, b)$  point et  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  vecteur directeur d'une droite

$$(x, y) = (a, b) + t \cdot (v_1, v_2)$$

La représentation paramétrique de la droite:

$$\begin{cases} x = a + t \cdot v_1 \\ y = b + t \cdot v_2 \end{cases} \quad \text{avec } t \text{ réel}$$

### 5. ÉQUATION

$$\text{Soit } \begin{cases} x = a + t \cdot v_1 \\ y = b + t \cdot v_2 \end{cases} \quad \text{avec } t \text{ réel}$$

$$\text{En posant } \begin{cases} t = \frac{x-a}{v_1} \\ t = \frac{y-b}{v_2} \end{cases} \quad \text{alors } \frac{x-a}{v_1} = \frac{y-b}{v_2}$$

Droites parallèles aux axes

- Si la droite est parallèle à l'axe des ordonnées, elle admet une équation de la forme  $x = k$
- Si la droite est parallèle à l'axe des abscisses (la pente  $m=0$ ), dans ce cas, la droite a une équation de la forme  $y = n$

### 6. ÉQUATION POINT-PENTE ET RÉDUITE

#### 6.1. Équation point-pente

$$y - b = m(x - a) \quad m = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{S'appelle coefficient directeur ou pente}$$

Les droites parallèles ont la même pente

#### 6.2. Équation réduite

$$y = mx + n$$

$m$  s'appelle coefficient directeur ou pente

$n$  s'appelle l'ordonnée à l'origine

La pente d'une droite est le réel  $m = \tan \alpha$ .

L'angle  $\alpha$  représente l'angle entre l'axe des abscisses et la droite.

## CHAPITRE 8 : VECTEURS ET DROITES

### 7. ÉQUATION CARTÉSIENNE

L'équation cartésienne a la forme  $Ax+By+C = 0$  avec A, B, et C sont réels.

Le vecteur directeur à partir d'une équation cartésienne est  $\vec{v} = (-B, A)$

### 8. INTERSECTION DE DEUX DROITES

Dans le plan, deux droites peuvent être parallèles, confondues ou sécantes.

- Parallèles : les droites ont la même direction et n'ont pas de points communs.
- Confondues : les droites ont la même direction et tous les points sont communs.
- Sécantes : les directions sont différentes et ont seulement un point commun. Les coordonnées du point d'intersection est une solution du système formé par les équations des droites

Soit une droite d avec un vecteur directeur  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  et de pente m.

Soit une droite d' avec un vecteur directeur  $\vec{u} = (u_1, u_2)$  et de pente m'.

Positions	Vecteurs directeurs	Pentes	Equation cartésienne
Parallèles	Proportionnels $\frac{v_2}{v_1} = \frac{u_2}{u_1}$	Égales $m = m'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$
Confondues	Proportionnels $\frac{v_2}{v_1} = \frac{u_2}{u_1}$	Égales $m = m'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$
Sécantes	Non proportionnels $\frac{v_2}{v_1} \neq \frac{u_2}{u_1}$	Différentes $m \neq m'$	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$

Droite en mouvement

<http://jpbq.pagesperso-orange.fr/geometrie/droites3e/index.htm>