

CHAPITRE 6-7 : TRIGONOMETRIE

1. DÉFINITIONS D'UN ANGLE AIGU

- Le sinus de l'angle α

$$\sin \alpha = \frac{\text{Côté opposé à } \alpha}{\text{Hypoténuse}}$$

- Le cosinus de l'angle α

$$\cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent à } \alpha}{\text{Hypoténuse}}$$

- La tangente de l'angle α

$$\tan \alpha = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{Côté adjacent à } \alpha}$$

2. RELATIONS TRIGONOMETRIQUES

Soit α un angle aigu, c'est-à-dire un angle dont la mesure en degré est strictement comprise entre 0 et 90. Alors

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad (\sin^2 \alpha \text{ se lit « sinus carré de } \alpha \text{ » et est égal au carré de } \sin \alpha \text{ soit } (\sin \alpha)^2)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

3. ANGLES REMARQUABLES

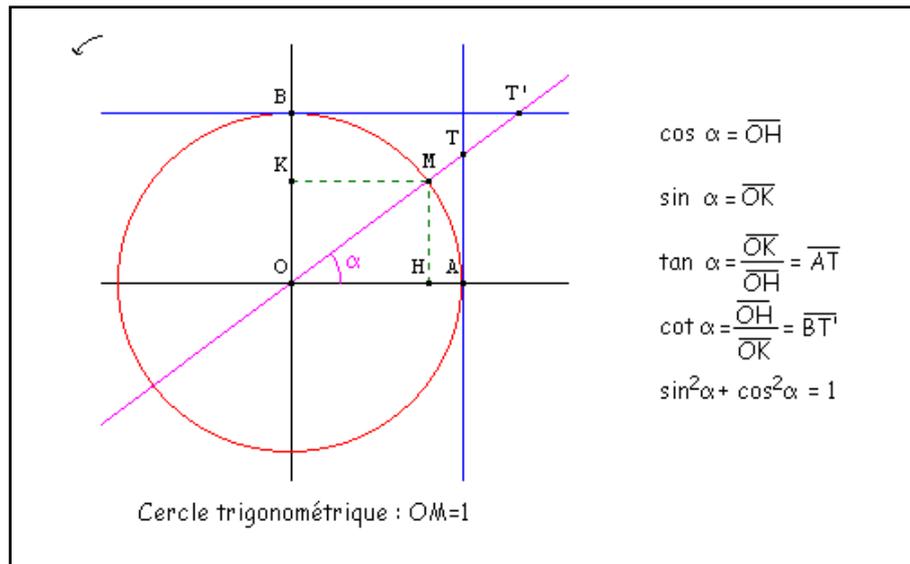
Angle en degrés	0°	30°	45°	60°	90°
Mesure α en radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

CHAPITRE 6-7 : TRIGONOMÉTRIE

4. COSINUS ET SINUS D'UN ANGLE

On peut identifier chaque angle avec un point du plan.

Le cercle trigonométrique est un cercle de rayon 1, son périmètre est donc égal à 2π .



On a la correspondance 2π radians = 360 degrés qui donne

$$x \text{ radians} = \frac{180}{\pi} x \text{ degrés et réciproquement } x \text{ degrés} = \frac{\pi}{180} x \text{ radians}$$

Le sens trigonométrique est le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Soit α un réel et (a,b) le point correspondant du cercle trigonométrique.

$\cos \alpha$ est l'abscisse ; $\sin \alpha$ est l'ordonnée c'est-à-dire $(a, b) = (\cos \alpha, \sin \alpha)$

Signe des sinus, cosinus et tangente dans les différents quadrants :

	I	II	III	IV
Angle α	De 0° à 90°	De 90° à 180°	De 180° à 270°	De 270° à 360°
Sin α	+	+	-	-
Cos α	+	-	-	+
Tg α	+	-	+	-

Valeurs des sinus, cosinus et tangente d'angles qui sont dans les axes de coordonnées :

Angle	0°	90°	180°	270°
Sinus	0	1	0	-1
Cosinus	1	0	-1	0
Tangente	0	Il n'existe pas	0	Il n'existe pas

CHAPITRE 6-7 : TRIGONOMÉTRIE

4.1. Réduction des angles au premier quadrant

- Si α est un angle du second quadrant :

$$\sin \alpha = \sin (180^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = -\cos (180^\circ - \alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} (180^\circ - \alpha)$$

- Si α est un angle du troisième quadrant :

$$\sin \alpha = -\sin (180^\circ + \alpha)$$

$$\cos \alpha = -\cos (180^\circ + \alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} (180^\circ + \alpha)$$

- Si α est un angle du quatrième quadrant :

$$\sin \alpha = -\sin (360^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \cos (360^\circ - \alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} (360^\circ - \alpha)$$

4.2. Angles complémentaires, supplémentaires et opposés

Fonctions trigonométriques des angles complémentaires

Si $\alpha + \beta = 90^\circ$ alors $\beta = 90^\circ - \alpha$, les fonctions trigonométriques sont:

$$\sin \alpha = \cos \beta = \cos (90^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \sin \beta = \sin (90^\circ - \alpha)$$

$$\operatorname{Tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}$$

Fonctions trigonométriques des angles supplémentaires

Si $\alpha + \beta = 180^\circ$ alors $\beta = 180^\circ - \alpha$, les fonctions trigonométriques sont :

$$\sin \alpha = \sin (180^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = -\cos (180^\circ - \alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} (180^\circ - \alpha)$$

Fonctions trigonométriques des angles opposés

Si $\alpha + \beta = 360^\circ$ alors $\beta = 360^\circ - \alpha$ c'est-à-dire $\beta = -\alpha$, les fonctions trigonométriques sont:

$$\sin \alpha = -\sin (-\alpha)$$

$$\cos \alpha = \cos (-\alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} (-\alpha)$$

CHAPITRE 6-7 : TRIGONOMÉTRIE

4.3. Fonctions trigonométriques d'angles supérieurs à 360°

Pour calculer les fonctions trigonométriques d'un angle supérieur à 360° , on divise l'angle par 360° , et on calcule les fonctions trigonométriques du reste de la division.

5. APPLICATIONS DE LA TRIGONOMÉTRIE

5.1. Calcule des longueurs et des aires

C'est, étant donné un côté et deux angles adjacents, ou un angle et deux côtés adjacents, ou à la rigueur deux côtés b et c et l'angle B , trouver le triangle correspondant, c'est-à-dire, a , b , c , A , B , C (et vérifier une des règles non appliquée dans le processus). On résout ce genre de problème à l'aide des formules précédentes

5.2. Calcule des distances inaccessibles

La trigonométrie, qui traite des relations entre les côtés et les angles des triangles, est un outil mathématique employé pour déterminer des distances inaccessibles en navigation, topographie, astronomie.

Cercle trigonométrique : animation interactive

http://www.ac-grenoble.fr/lycee/roger.deschaux/Cours/Exo-meca_1er/TRIGO.htm

Exercices interactifs

<http://www.cmath.fr/2nde/trigonometrie/exercice1.php>

[http://euler.ac-](http://euler.ac-versailles.fr/webMathematica/versailles/trigo/lignes/qcmcosinus.jsp)

[versailles.fr/webMathematica/versailles/trigo/lignes/qcmcosinus.jsp](http://euler.ac-versailles.fr/webMathematica/versailles/trigo/lignes/qcmcosinus.jsp)

<http://www.cmath.fr/2nde/trigonometrie/exercices.php>