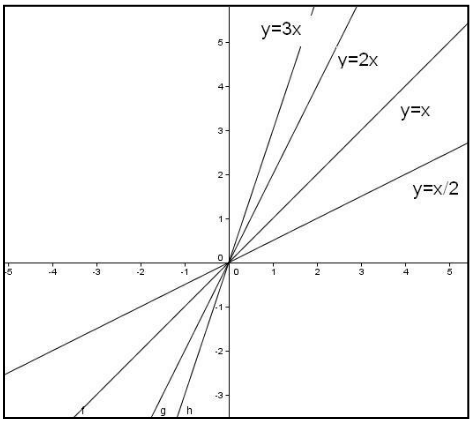
CHAPITRE 5: FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES

1. TYPES DE FONCTIONS LINÉAIRES

- Une **fonction linéaire** (ou de proportionnalité directe) est définie de la manière suivante $y = mx$, où m est un nombre réel quelconque.

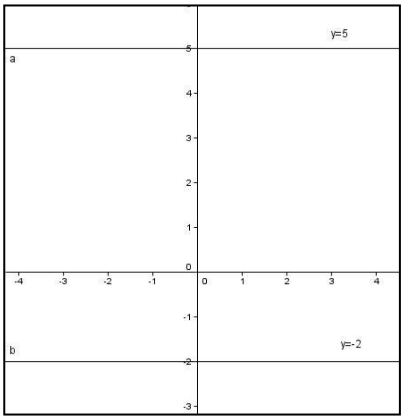
Les fonctions linéaires se représentent dans le plan par une droite. Cette droite passe par l'origine du repère (0, 0).
Le nombre **m** s’appelle coefficient directeur ou pente de la droite.



Si m>0, la fonction est croissante, et si m<0 la fonction est décroissante.

- Fonction **y = n**

Une droite ***parallèle à l'axe des abscisses*** possède une équation de la forme y=n où n est un nombre qui mesure la hauteur algébrique (positive ou négative) de la droite par rapport à l'axe des abscisses. On dit parfois qu'une telle droite est *horizontale*.



- **Fonction affine**

Une **fonction affine** est définie de la manière suivante $y = mx + n$, où m et n sont des nombres réels quelconques.
Les fonctions affines se représentent dans le plan par une droite
Le nombre m s’appelle coefficient directeur ou **pente** de la droite.

Le nombre n est l’ordonnée à l’origine. La droite coupe l’axe Y dans le point (0, n)

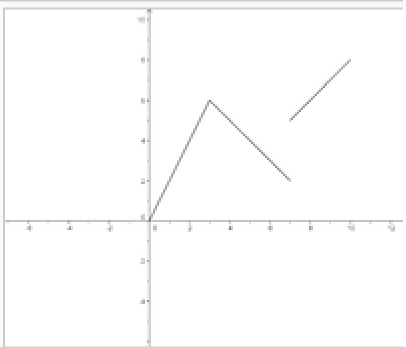
- **FONCTIONS DÉFINIES PAR MORCEAUX**

Fonction *f* de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ dont la règle est constituée de plusieurs équations appliquées à différents intervalles du domaine. Les parties qui constituent une telle fonction peuvent appartenir à différentes familles de fonctions.

Ex :

$$f(x) = \begin{cases} 2\,x & \text{si } x \in [0;3]; \\ 9 - x & \text{si } x \in [3;7[; \\ x - 2 & \text{si } x \in [7;10] \end{cases}$$

Définition d'une fonction affine par morceaux et représentation graphique.



Courbe représentative de la fonction définie ci-contre.

2. PARABOLES ET FONCTIONS QUADRATIQUES

Les fonctions $y = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$, sont appelées quadratiques, la représentation graphique est une parabole continue dans tout $\mathbb{R}$

<u>Orientation de la parabole</u>

Si $a > 0$, la parabole sera ouverte vers le haut

Si $a < 0$, la parabole sera ouverte vers le bas

<u>Coordonnée importante</u>

Sommet de la parabole $= \left(\frac{-b}{2a} , \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

Représentation graphique

- **On calcule p=** $\boldsymbol{\frac{-b}{2a}}$
- **On calcule le tableau de valeurs proches au sommet**

- **Points d'intersection de la courbe avec les axes du repère**

    - ♦ Le point d'abscisse 0 a pour ordonnée f(0), donc la courbe f coupe l'axe des ordonnées au point (0,f(0))

    - ♦ Le point d'ordonnée 0 a pour abscisse la solution de l'équation f(k)=0 , donc la courbe f coupe l'axe des abscisses au point (k,0)

    Il faut résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

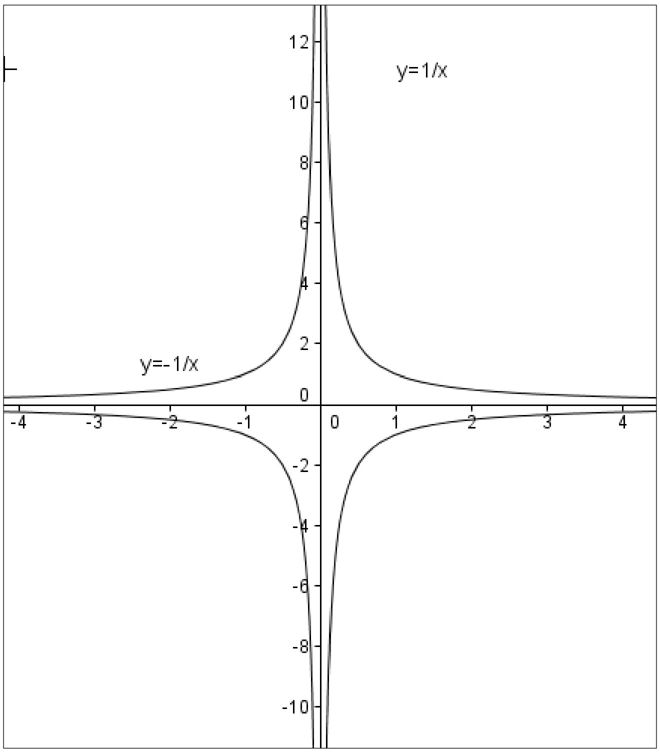
- **Graphique**

3. FONCTIONS DE PROPORTIONNALITÉ INVERSE

L'expression algébrique d'une fonction traduisant une relation de proportionnalité inverse a pour forme générale

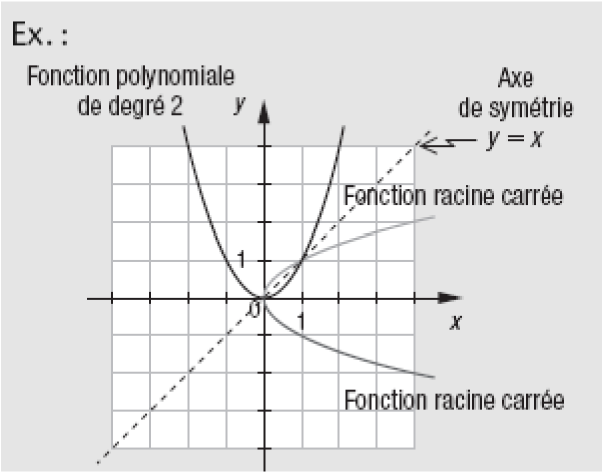
$$y = \frac{k}{x}$$

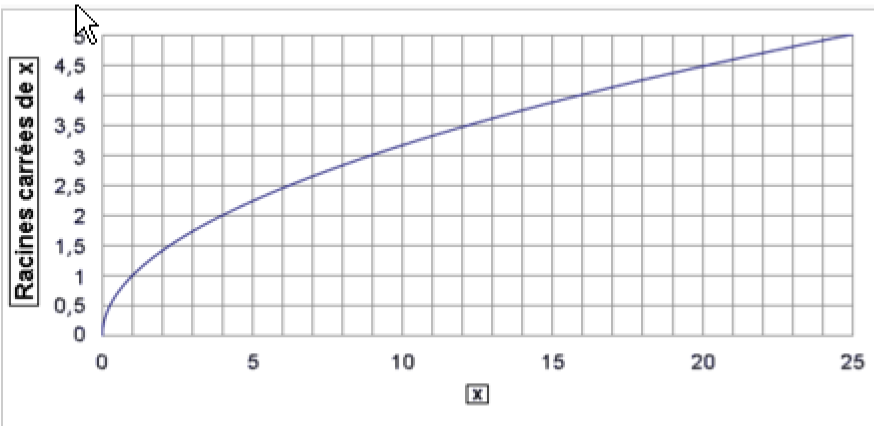
Son graphique est une hyperbole



4. FONCTIONS RADICALES

La réciproque d’une fonction polynomiale de degré 2 correspond à une relation définie par deux fonctions racine carrée.





La règle d’une fonction racine carrée peut s’écrire sous la forme, canonique$y = a\sqrt{x+b}$ ou $y = a\sqrt{-x+b}$. La représentation graphique est une courbe dont l’ensemble de définition est

[-b, ∞) ou [-∞,b)

5. FONCTIONS EXPONENTIELLES

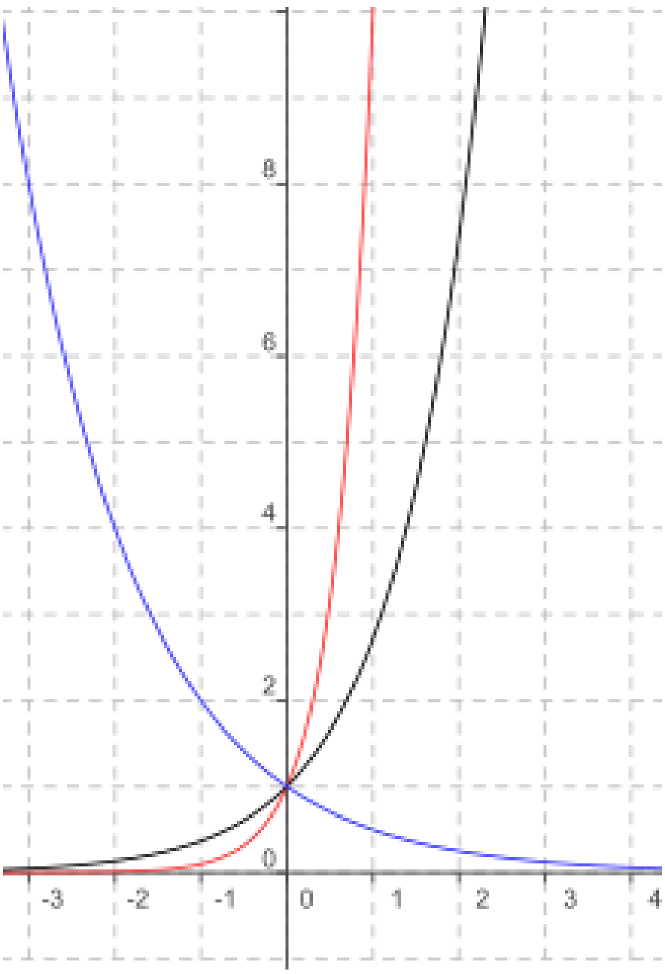
La fonction **exponentielle de base *a*** est la fonction notée $y = a^x$ qui, à tout réel x, associe le réel a^x. Elle n'a de sens que pour un réel a strictement positif.

C'est une fonction continue.

Elle peut être définie comme la seule fonction continue sur $\mathbb{R}$, prenant la valeur (0,1) et (1, a)

Si a>1, les fonctions sont croissantes.

Si 0<a<1, les fonctions sont décroissantes.



6. LES FONCTIONS LOGARITHMES ET LES LOGARITHMES

- Fonctions logarithmes

  Les fonctions logarithmes y=$\log_a x$ avec a>1 est l'inverse (ou réciproque) de la exponentielle y=a^x. Définies pour valeurs plus grands que zéro. C'est-à-dire son ensemble de définition est (0, +∞)

  La fonction est continue sur $\mathbb{R}$, prenant la valeur (1,0) et (a, 1)

- Logarithmes

  Le **logarithme** de base *a* d'un nombre réel positif P est la puissance à laquelle il faut élever la base *a* pour obtenir ce nombre P.

$$\log_a P = x \Leftrightarrow a^x = P$$

  Le logarithme décimal (c'est-à-dire en base dix) était le plus communément utilisé (on note log dans le lieu de$\log_{10}$). Le logarithme népérien (ou *naturel*) est celui qui utilise le nombre e comme base.

  Cette définition permet de déduire rapidement les propriétés suivantes

$$\log_a(1) = 0$$
$$\log_a(x/y) = \log_a(x) - \log_a(y)$$
$$\log_a(x^n) = n\log_a(x)$$

$\log_a(a^n) = n$ Pour tout entier naturel n, puis pour tout entier relatif n

$\log_a(a^r) = r$ Pour tout rationnel r.