

1. Le système décimal

Le **système décimal** est un système de numération utilisant la base **dix**. Dans ce système, les puissances de dix et leurs multiples bénéficient d'une représentation privilégiée.

Une unité est divisée en dix parts égales, ce qui signifie qu'elle est partagée en dix dixièmes.

Une dixième est divisée en dix parts égales, ce qui signifie que chaque partie est une centième.

Dizaine de million	millions	Centaine de millier	Dizaine de millier	milliers	centaines	dizaines	unités	virgule	dixièmes	centièmes	millièmes		
						4	3	,	6	3	5		

0,1 se lit un dixième

0,01 se lit un centième

0,001 se lit un millièm

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/decimaux/lecture.htm#6>

Types de nombres décimaux

- Nombres ayant un développement **décimal limité** : 0,25; 4,75
- Nombres dont le nombre de chiffres après la virgule est infini et périodique à partir d'un moment : 7,222... ; 5,64444... ;
- Nombres dont le nombre de chiffres après la virgule est infini et non périodique : $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \pi, \dots$

2. Ordre dans les nombres décimaux

Sur une demi-droite graduée, un point est repéré par un nombre appelé son abscisse.

Comparer deux nombres, c'est trouver lequel est le plus grand (ou le plus petit) ou dire s'ils sont égaux.

Exemple :

Compare 45,36 et 45,357

Comme 45,36 et 45,357 ont la même partie entière, on compare alors les parties décimales et 360 millièmes est plus grand que 357 millièmes donc $45,36 > 45,357$

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/decimaux/ranger1.htm#6>

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/decimaux/décroissant.htm#6>

- ✚ Entre deux nombres décimaux il y a toujours un nombre décimal
On peut toujours intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux.

ARRONDIR

L'arrondi à n décimales du réel x est le décimal d tel que :

- Si la décimale suivante est 0, 1, 2, 3 ou 4, l'arrondi se fait à la décimale inférieure, et
- Si la décimale suivante est 5, 6, 7, 8 ou 9, l'arrondi se fait à la décimale supérieure.

Exemple :

L'arrondi de 8,265 à 2 décimales est 8,27.

L'arrondi de 12,428 à 2 décimales est 12,43.

L'arrondi de 12,428 à 1 décimal est 12,4.

3. Operations avec nombres décimaux

Additions et soustractions

Pour effectuer une addition ou une soustraction avec des nombres décimaux, on utilise les mêmes règles qu'avec les nombres entiers.

Pour le calcul en colonnes, il faut juste aligner les nombres correctement en plaçant les chiffres de même nature (centaine, dizaine, dixième, centième...) les uns sous les autres ; et ne pas oublier d'ajouter une virgule au résultat en l'alignant également.

centaine	dizaine	unité	,	dixième	centième	millième
1	2	4	,	2	5	
+	6	9	,	7		
1	9	3	,	9	5	

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/decimaux/machine1.htm#6>

Exemples :

$$415,8 + 25,4 = 541,2$$

$$\begin{array}{r} ^1 ^1 \\ 415,8 \\ + 25,4 \\ \hline 541,2 \end{array}$$

$$7,248 + 2,752 = 10$$

$$\begin{array}{r} ^1 ^1 ^1 \\ 7,248 \\ + 2,752 \\ \hline 10,000 \end{array}$$

Si besoin, il peut être utile d'ajouter des zéros.

Multiplication

Pour le calcul en colonnes, on effectue le produit sans tenir compte de la virgule. On place ensuite la virgule de façon à ce que le résultat ait le même nombre de décimales que les termes du produit.

Exemple :

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/decimaux/N3s2ex3.htm#6>

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/decimaux/produits.htm#6>

$$\begin{array}{r} 2,34 \\ \times 1,2 \\ \hline 468 \\ 234. \\ \hline 2,808 \end{array}$$

4. Division de nombres décimaux

Méthode 3 : Diviser un nombre décimal par un nombre entier

Exemple 1 : Effectue la division de 75,8 par 4.

$$\begin{array}{r} \overline{) 75,8} \quad 4 \\ 35 \\ 38 \\ 20 \\ 0 \end{array}$$

On commence par diviser la partie entière. On partage 7 dizaines en 4 ; le quotient comportera 1 dizaine.

Il reste 3 dizaines. Avec les 5 unités en plus, cela fait 35 unités à partager en 4 ; le quotient comportera 8 unités.

Il reste 3 unités soit 30 dixièmes. Avec les 8 dixièmes en plus, cela fait 38 dixièmes à partager en 4 ; le quotient comportera 9 dixièmes. On doit donc écrire la virgule dans le quotient.

Il reste 2 dixièmes soit 20 centièmes (On ajoute un zéro.) à partager en 4 ; le quotient comportera donc 5 centièmes.

Ainsi $75,8 \div 4 = 18,95$.

Exemple 2 : Donne une valeur **arrondi** au millième du quotient de 4,9 par 9.

On effectue la division de 4,9 par 9.

$$\begin{array}{r} \overline{) 4,9} \quad 9 \\ 40 \\ 40 \\ 4 \end{array}$$

On commence par diviser la partie entière. On partage 4 unités en 9 ; ce n'est pas possible, donc le quotient s'écrit 0.

On doit donc écrire la virgule dans le quotient. Il reste 4 unités soit 40 dixièmes. Avec les 9 dixièmes, cela fait 49 dixièmes à partager en 9 ; le quotient comportera 5 dixièmes.

Il reste 4 dixièmes soit 40 centièmes à partager en 9 ; le quotient comportera 4 centièmes.

Il reste 4 centièmes soit 40 millièmes à partager en 9 ; le

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/decimaux/N3s4ex2.htm#6>

5. Racine carré d'un nombre décimal

6. Le système sexagésimal

Le système sexagésimal est un système de numération utilisant la base 60.

✚ Les mesures de durée du temps qui passe . « heure ; minute ; seconde »

Pour mesurer la durée on peut utiliser deux systèmes de mesure :

- le système décimal (base 10) et
- le système sexagésimal (base 60)

CHAPITRE 2 : Le système décimal et le système sexagésimal

Par exemple , pour exprimer « une heure et demi » on peut l'écrire sous forme décimale « 1,5 h » ou sous forme sexagésimale « 1 h 30 mn »

Exemple : Exprimer 3,20 h dans le système sexagésimal

On a $3,20 \text{ h} = 3 \text{ h} + 0,20 \text{ h}$

$0,20 \times 60 = 12$ donc $0,20 \text{ h} = 12 \text{ min}$.

Finalement : $3,20 \text{ h} = 3 \text{ h } 12 \text{ min}$

✚ **Les mesures d'angles . « degré ; minute ; seconde »**

Remarque :

On peut mesurer les angles en utilisant également un système sexagésimal : dans un degré il y a 60 minutes ($1^\circ = 60'$) et dans une minute il y a 60 secondes ($1' = 60''$).

7. Operations dans le système sexagésimal

Additions et soustractions

Nous disposons l'opération comme s'il s'agissait de nombres entiers , puis nous additionnons séparément les unités de même nom (minutes avec minutes ; degrés avec degrés)

$$\begin{array}{r} 37^\circ 46' 25'' \\ - 17^\circ 54' 15'' \\ \hline \end{array}$$

Soustraction impossible

$$\begin{array}{r} 36^\circ 106' 25'' \\ - 17^\circ 54' 15'' \\ \hline 19^\circ 52' 10'' \end{array}$$

À la soustraction nous pouvons soustraire 16" à 34" , mais nous ne pouvons soustraire 48'de 32'. Nous prélevons au nombre supérieur(degré) 1° que nous transformons en 60' et s'il faut, 1' que nous transformons en 60".

Multiplication

$$\begin{array}{r} 17^\circ 28' 37'' \\ \times 3 \\ \hline 51^\circ 84' 111'' \\ \hline 1' 51'' \\ \hline 85' \\ \hline 1^\circ 25' \\ \hline 52^\circ 25' 51'' \end{array}$$

Division ; on partage en 5 parties égales un angle A qui mesure $45^\circ 16' 35''$. Calcul de la mesure de chacun des angles obtenus

$$\begin{array}{r|l} 45^\circ 16' 35'' & \div 5 \\ \hline 0' & 9^\circ 3' 19'' \\ \times 60 & \\ \hline 60'' & \\ \hline 95'' & \\ \hline 45'' & \\ \hline 0'' & \end{array}$$