

Cálculo de la moda, mediana y media aritmética

Ejemplo de una variable discreta

Las calificaciones de historia del arte de los 40 alumnos de una clase viene dada por la tabla adjunta:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f_i	2	2	4	5	8	9	3	4	3

- a) Halla la media aritmética, la moda y la mediana.
c) Halla la varianza, la desviación típica y el coeficiente variación.

Construimos una tabla, con las columnas necesarias

Calificaciones (x_i)	Frecuencias absolutas (f_i)	Frecuencias absolutas acumuladas (F_i)	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
1	2	2	2	2
2	2	4	4	8
3	4	8	12	36
4	5	13	20	80
5	8	21	40	200
6	9	30	54	324
7	3	33	21	147
8	4	37	32	256
9	3	40	27	243
Σ	40		212	1296

a) Media aritmética $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i \cdot f_i}{N} = \frac{212}{40} = 5,3 \Rightarrow \bar{x} = 5,3$

Moda M_o : el valor que más abunda es $f_i = 9$ la moda es 6. $M_o = 6$

Mediana $M = \frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$. Buscamos en la frecuencias acumuladas el valor inmediatamente superior a 20, es el 21 se corresponde con la nota 5, la mediana es 5. $M = 5$

c) Desviación típica

$$\text{Varianza} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\Sigma (x_i)^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1296}{40} - (5,3)^2 = 4,31$$

$$\text{Desviación típica} \Rightarrow \sigma = \sqrt{4,31} = 2,08$$

Ejemplo de una variable continua

Se ha aplicado un test de satisfacción en el trabajo a 88 empleados de una fábrica obteniéndose la tabla de datos adjunta.

Intervalos	[38 - 44)	[44 - 50)	[50 - 56)	[56 - 62)	[62 - 68)	[68 - 74)	[74 - 80)
f_i	7	8	15	25	18	9	6

- Halla la media aritmética, moda, mediana y el cuartil Q_1 .
- Halla el rango y la desviación típica.

Tabla

Intervalos	Frecuencia f_i	Marca de clase x_i	F_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[38 - 44)	7	41	7	287	11767
[44 - 50)	8	47	15	376	17672
[50 - 56)	15	53	30	795	42135
[56 - 62)	25	59	55	1475	87025
[62 - 68)	18	65	73	1170	76050
[68 - 74)	9	71	82	639	45369
[74 - 80)	6	77	88	462	35574
Σ	88			5204	315592

- Media aritmética, moda, mediana y Q_1 .

Media aritmética $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i \cdot f_i}{N} = \frac{5204}{88} = 59,14 \Rightarrow \bar{x} = 59,14$

Moda M_o : buscamos la clase modal, la de mayor f_i y aplicamos la fórmula: $M_o = L_i + c \cdot \frac{D_1}{D_1 + D_2}$

$L_i \Rightarrow$ Límite inferior de la clase modal.

$c \Rightarrow$ Amplitud de los intervalos.

$D_1 \Rightarrow$ Diferencia entre la frecuencia absoluta de la clase modal y la de la clase anterior.

$D_2 \Rightarrow$ Diferencia entre la frecuencia absoluta de la clase modal y la de la clase siguiente.

La clase modal se corresponde con la mayor frecuencia $f_i = 25 \Rightarrow$ clase modal intervalo [56-62)

Aplicamos la fórmula:

$$M_o = L_i + c \cdot \frac{D_1}{D_1 + D_2} \Rightarrow M_o = 56 + 6 \cdot \frac{(25 - 15)}{(25 - 15) + (25 - 18)} = 59,52 \Rightarrow M_o = 59,52$$

Mediana M

Intervalo de la clase mediana $\frac{N}{2} = \frac{88}{2} = 44$ buscamos $F_i > 44$, encontramos el valor 55 que se corresponde con el intervalo [56-62) . Aplicamos la fórmula:

$$M = L_i + c \cdot \frac{(N/2) - F_{i-1}}{f_i}$$

$L_i \Rightarrow$ Límite inferior de la clase mediana.
 $c \Rightarrow$ Amplitud de los intervalos
 $N \Rightarrow$ Número total de datos
 $F_{i-1} \Rightarrow$ Frecuencia absoluta acumulada de la clase anterior a la clase mediana
 $f_i \Rightarrow$ Frecuencia absoluta de la clase mediana

$$M = L_i + c \cdot \frac{(N/2) - F_{i-1}}{f_i} \Rightarrow M = 56 + 6 \cdot \frac{(44) - 30}{25} = 59,36 \Rightarrow M = 59,36$$

Cuartil Q_1

$Q_1 = \frac{N}{4} = \frac{88}{4} = 22$. Buscamos $F_i > 22$, encontramos el valor 30 que se corresponde con

el intervalo [50 - 56) . Aplicamos la fórmula : $Q_1 = L_i + c \cdot \frac{(N/4) - F_{i-1}}{f_i}$

$$Q_1 = L_i + c \cdot \frac{(N/4) - F_{i-1}}{f_i} \Rightarrow Q_1 = 50 + 6 \cdot \frac{22 - 15}{15} = 52,8 \Rightarrow Q_1 = 52,8$$

b) Rango y desviación típica

$$\text{Rango: } 80 - 38 = 42 \Rightarrow \text{Rango} = 42$$

Desviación típica

$$\text{Varianza} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum (x_i)^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{315592}{88} - (59,14)^2 = 88,73$$

$$\text{Desviación típica} \Rightarrow \sigma = \sqrt{88,73} = 9,42$$