

SUCESIONES Y PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

EJERCICIOS I

1 Dado el término general, escribe los cuatro primeros términos de las sucesiones:

a) $a_n = 2n + 5$ b) $a_n = 3 - 2n$ c) $a_n = \frac{2n+1}{n+2}$ d) $a_n = n^2 + 1$

2-Calcula los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones recurrentes:

a) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ b) $a_1 = -5, a_n = 3a_{n-1} + 7$

c) $a_1 = -2, a_2 = 4, a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ d) $a_1 = 2, a_n = \frac{1}{a_{n-1}}$

3-Escribe los términos a_{10} y a_{25} de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 3n - 1$ b) $b_n = \frac{n^2+1}{2}$ c) $c_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$

4- Halla el término general de estas sucesiones:

a) 12, 14, 16, 18, ... b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

c) 1, 3, 5, 7, ..., d) 1, 3, 9, 27, ...

5-En la progresión aritmética 8, 13, 18, 23,... calcula:

a) su término general

b) a_{25}

c) a_{40}

6- Calcula el primer término de una progresión aritmética, sabiendo que la diferencia es 84 y el décimo término 459.

7-Calcular la diferencia de una progresión aritmética, sabiendo que sus términos primero y séptimo son 8 y 72, respectivamente.

8-Halla el primer término y el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $d = 5, a_8 = 37$ b) $a_{11} = 17, d = 2$

9-Halla la diferencia y el primer término de las progresiones aritméticas siguientes:

a) $a_2 = 18, a_7 = -17$ b) $a_4 = 15, a_{12} = 39$

10-Calcular el número de términos de una progresión aritmética, sabiendo que su primer termino es 1, su último término 1241, y su diferencia 5.

Soluciones I: 1- a) 7, 9, 11, 13... , b) 1, -1, -3, -5,... , c) $1, \frac{5}{4}, \frac{7}{5}, \frac{9}{6}, -\frac{3}{2}, \dots$, d) 2, 5, 10, 17,... 2- a) 1, 2, 3, 5, 8,... b) -5, -8, -17, -44, -125,... c) -2, 4, 2, 16, 38,... d) $2, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, \dots$

3-
$$\begin{cases} a_{10} = 29 \\ a_{25} = 74 \end{cases} \quad \begin{cases} b_{10} = \frac{101}{2} = 50,5 \\ b_{25} = \frac{626}{2} = 313 \end{cases} \quad \begin{cases} c_{10} = 1 + \frac{1}{10} = \frac{11}{10} \\ c_{25} = -1 + \frac{1}{25} = -\frac{24}{25} \end{cases}$$

4 a) $a_n = 10 + 2n$ b) $a_n = \frac{n}{n+1}$ b) $a_n = 2n - 1$ 5 a) $a_n = 5n + 3$ b) $a_{25} = 128$ c) $a_{40} = 203$

6- $a_1 = -297$ 7- $d = \frac{32}{3}$ 8- a) $a_1 = 2, a_n = -3 + 5n$ b) $a_1 = -3, a_n = -5 + 2n$, 9- a)

$d = -7$, b) $d = 3, a_1 = 6$, 10- $n = 249$

EJERCICIOS II

1-Los términos tercero y séptimo de una progresión aritmética son 11 y 35, respectivamente. Calcula el primer término.

2-Calcula la suma de los términos de una progresión aritmética de doce términos, sabiendo que el primero es -1 y el último 121.

3-El primer término de una progresión aritmética es 20, y su diferencia -2 . Calcula la suma de los sus catorce primeros términos.

4-Calcula la suma de los términos de una progresión aritmética, sabiendo que tiene ocho términos, que el último término es 65, y que su diferencia es 8.

5-La suma de los términos de una progresión aritmética es 198. Calcula el último término sabiendo que: $a_1 = n = 18$

6-Halla el número de términos de una progresión aritmética, sabiendo que el primero y el último son -1 y 13, respectivamente, y que la diferencia es 2

7-Un jardinero desea plantar árboles formando con ellos un triángulo de modo que haya un árbol en la primera fila, dos árboles en la segunda, tres en la tercera,..... ¿Cuántos árboles plantará si forma un total de 41 filas?

8-Durante 15 días se observó el crecimiento del tallo de una semilla germinada. El primer día medía $10mm$ y el último 80. ¿Cuánto creció diariamente si el tallo aumentó en una cantidad fija cada día?

9-Calcula la suma de los veinte primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:

a) $a_1 = 5, d = 2$ b) $a_1 = -1, a_2 = -7$

c) Los números pares. Los múltiplos de 3.

10-La progresión 6, 11, 16, 21, ..., 126. ¿Cuántos términos tiene?

11-Un deportista entrena tres semanas según el siguiente plan: el primer día corre 15 minutos e incrementa la duración de la carrera en 5 minutos cada día. a) ¿Cuánto tiempo corrió el último día? b) ¿Y a lo largo de las tres semanas?

12- Señala cuáles de las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas y cuáles son geométricas, e indica en cada caso cual es la diferencia o la razón:

a) 2, -2, 2, -2, 2, -2, ... b) 2, -4, 6, -8, 10, -12, ... c) 2, 6, 18, 54, 162, 486, ... d) 3, -6, 12, -24, 48, -96...

e) 11, 13, 15, 17, 19... f) 5, -5, 6, -6, 7, -7, ... g) $\frac{5}{2}, 2, \frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0, \dots$

Soluciones II: 1) $a_1 = -1$ 2) $S_{12} = 720$ 3) $S_{14} = 98$ 4) $S_8 = 296$, 5) $a_{18} = 4$,

6) $n = 8$, 7) 861 árboles. 8) $d = 5$, 9) a) $a_{20} = 43, S_{20} = 480$ b) $d = -6, a_{20} = -115$,

$S_{20} = -11600$ c) $d = 2, a_{20} = 40, S_{20} = 420$, d) $a_1 = 3, d = 3, a_{20} = 60, S_{20} = 630$ 10) $d = 5, n = 25$

términos en la sucesión 11) a) 115 min. b) 1365 min. 12) a) Progresión geométrica, $r = -1$, b) No

es progresión. c) Progresión geométrica, $r = 3$, d) Progresión geométrica, $r = -2$, e) Progresión aritmética,

$d = 2$, f) No es progresión, g) Progresión aritmética $d = \frac{-1}{2}$

EJERCICIOS III

- 1- El primer término de una progresión geométrica es 3, la razón 2, y el número de términos 6. Calcula su último término.
- 2- Calcula el número de términos de una progresión geométrica, sabiendo que: , , $r = 3$
- 3- Calcula la razón de las siguientes progresiones geométricas: a) 1, 2, 4, 8, 16,..... b) 5, -5, 5, -5, 5,.....
- 4- Calcula el término octavo de la progresión: 2, 6, 18, 54,... Utilizando la fórmula del término general.
- 5- Calcula la razón de una progresión geométrica que consta de nueve términos, siendo 2 el primero y 781250 el último.
- 6- Calcula la suma de las 10 primeras potencias de 2.
- 7- Calcula la suma de los términos de la progresión geométrica: 5, 10, ..., 20480
- 8- Calcula la suma de los términos indicados, por la fórmula de la suma de los n primeros términos, de las siguientes progresiones: a) los diez primeros términos de 5, 8, 11, 14... b) los seis primeros términos de 3, 6, 12, 24,...
- 9- Cuenta la leyenda que Shirham, rey de la India, quedó tan impresionado con el juego del ajedrez que prometió conceder como recompensa a su inventor, Lahur, lo que quisiese. Este solicitó la cantidad de trigo que resultase de colocar un grano en la primera casilla del tablero de ajedrez e ir añadiendo sucesivamente en cada casilla el doble de granos que en la anterior. ¿Cuántos granos de trigo pidió Lahur?
- 10- Rosa decide comenzar a ahorrar para el viaje de estudios y mete en su hucha 2 €. Cada semana deposita la misma cantidad que la anterior y 0,50 € más. a) ¿Cuánto dinero ahorraría al cabo de 16 semanas? b) ¿Qué cantidad de dinero conseguiría si hubiera empezado a ahorrar 10 semanas antes?
- 11- En un examen, las preguntas estaban ordenadas según su dificultad. La primera valía 2 puntos y cada una de las restantes valía 3 puntos más que la anterior. Si en total valía el examen 40 puntos. ¿Cuántas preguntas tenía el examen?
- 12- Halla la suma de los infinitos términos de las progresiones geométricas siguientes:
- 13- Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición cada cuarto de hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de 6 horas?
- 14- Halla la suma de los infinitos términos de las siguientes progresiones geométricas ilimitadas:
a) $\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}$, b) 0, 6; 0, 3; 0, 15;...
- 15- La población de cierto país aumenta por término medio un 1,12% anual. Si la población actual es de 3 millones, ¿cuál será dentro de 10 años?

Soluciones III:

- 1) $a_6 = 96$ 2) $n = 7$ 3) a) $r = 2$; b) $r = -1$ 4) $a_8 = 4374$ 5) $r = 5$ 6) $S_{10} = 2046$ 7) $r = 2$;
 $S_n = 40955$ 8) a) aritmética $S_{10} = 185$ b) Geométrica $S_6 = 189$; 9) Progresión geométrica $a_{64} = 2^{63}$;
total granos $S_{64} = 1,844674407 \cdot 10^{19}$ 10) a) $a_{16} = 9,5€$; $S_{16} = 92€$ b) $a_{26} = 14,5€$; $S_{26} = 214,50€$
- 11) 5 preguntas 12) a) 6 b) 340 13) Es una progresión geométrica de $r = 2$ $a_n = 2^{n-1}$ $a_{24} = 8388608$
bacterias habrá después de 6 horas. 14) a) $\frac{25}{12}$ b) 1, 2
- 15) $a_{10} = 3 \cdot 10^6 \cdot 1,0112^9$ habitantes dentro de 10 años.

EJERCICIOS IV

1) Una empresa ofrece a un empleado un sueldo de 1 000 € y una subida de 100 € al año. Otra le ofrece el mismo sueldo con una subida del 10% anual. Razona cuál de las dos es mejor comparando el sueldo dentro de 10 años. Decir que tipo de progresión es.

2) ¿Cuánto dinero obtenemos si colocamos 3 000 € al 5% de interés anual compuesto durante 4 años? ¿Y si lo colocamos durante 8 años?

3) Un material radioactivo pierde un 0,01% de su masa cada año. Si la masa inicial es de 340 g, ¿Cuál será su masa dentro de 100 años?

4) Calcular el capital que se impuso al 8% si a los 10 años devolvieron 12.953,55 € como capital e intereses.

5) Calcular el capital que debe imponerse al 7,5% para disponer de 30.000 € a los 6 años.

6) Una máquina envasadora pierde cada año un 15% de su valor. Si costó 20 000 €, ¿cuál será su valor dentro de 5 años?

Soluciones IV:

1) Empresa A: 1000, 1100, 1200, 1300, ... $a_{10} = 1900€$ Aritmética.

Empresa B: 1000, 1100, 1210, ..., $a_{10} = 2357,95€$ Geométrica. Es mejor la oferta de la empresa B.

2) $C_F = 3646,52€$ tenemos después de 4 años, $C_F = 4432,37€$ tenemos después de 8 años.

3) Masa dentro de 100 años será: 336,6 g. 4) 6,000 €. 5) 19438,85.

6) $a_5 = a_1 \cdot r^4$, $a_5 = 20000 \cdot (1 - 0,15)^4 = 10440€$ será su valor dentro de 5 años.