POTENCIAS

Propiedades de las potencias	
Producto de potencias de la misma base es igual a la base elevada a la suma de los exponentes: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\left(2x^3y^2\right)\cdot\left(-3x^2z^3\right)\cdot\left(-4yz^2\right)=24x^3x^2y^2yz^3z^2=$ $=24x^5y^3z^5$
Cociente de potencias de la misma base es igual la base elevada a la diferencia de los exponentes: $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$	$\frac{12a^3x^5}{28ax^3}=\frac{12}{28}\cdot\frac{a^3}{a}\cdot\frac{x^5}{x^3}=\frac{3}{7}a^2x^2$
Potencia de un producto es igual al producto de las potencias: $\left(a\cdot b\right)^n=a^n\cdot b^n$	✓ $\left(-2xyzp\right)^3=\left(-2\right)^3x^3y^3z^3p^3=-8x^3y^3z^3p^3$ ✓ $3^6\cdot\left(-2\right)^6\cdot 7^6=\left[3\cdot\left(-2\right)\cdot 7\right]^6=\left(-42\right)^6=42^6$
Potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias: $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{-3ab}{2xy}\right)^3=\frac{\left(-3ab\right)^3}{\left(2xy\right)^3}=\frac{-3^3a^3b^3}{2^3x^3y^3}=\frac{-27a^3b^3}{8x^3y^3}$
Potencia de una potencia es igual a la base elevada al producto de los exponentes: $\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}$	$\left(-\frac{2}{3}x^2z^4\right)^3=-\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(x^2\right)^3\left(z^4\right)^3=-\frac{8}{27}x^6z^{12}$
Igualdades notables	
Cuadrado de una suma es igual al cuadrado del primero más dos veces el primero por el segundo, más el cuadrado del segundo: $\left(a+b\right)^2=a^2+2ab+b^2$ **¡OJO!** No confundir la igualdad anterior con esta otra, que es errónea: $\left(a+b\right)^2=a^2+b^2$	✓ $\left(2x+3\right)^2=\left(2x\right)^2+2\cdot\left(2x\right)\cdot 3+3^2=4x^2+12x+9$ ✓ $\left(\frac{5}{x}+2x\right)^2=\left(\frac{5}{x}\right)^2+2\cdot\frac{5}{x}\cdot 2x+\left(2x\right)^2=$ $=\frac{25}{x}+20+4x^2$
Cuadrado de una diferencia es igual al cuadrado del primero menos dos veces el primero por el segundo, más el cuadrado del segundo: $\left(a-b\right)^2=a^2-2ab+b^2$ **¡OJO!** No confundir la igualdad anterior con esta otra, que es errónea: $\left(a-b\right)^2=a^2-b^2$	✓ $\left(5b-3\right)^2=\left(5b\right)^2-2\cdot\left(5b\right)\cdot 3+3^2=25b^2-30b+9$ ✓ $\left(6x-\frac{x^2}{2}\right)^2=\left(6x\right)^2-2\cdot 6x\cdot\frac{x^2}{2}+\left(\frac{x^2}{2}\right)^2=$ $=36x^2-6x^3+\frac{x^4}{4}$
Suma por diferencia es igual a diferencia de cuadrados: $\left(a+b\right)\left(a-b\right)=a^2-b^2$	$\left(4x+2y\right)\left(4x-2y\right)=\left(4x\right)^2-\left(2y\right)^2=16x^2-4y^2$

¡Recuerda!

Cuando el signo de la base de una potencia es negativo, entonces:

- ✓ Si el exponente es **par**, el resultado es positivo.
- ✓ Si el exponente es **impar**, el resultado es negativo.

RADICALES

$\sqrt[n]{a}=b \Leftrightarrow a=b^n$ $\sqrt[n]{a}$ es el **radical**, a es el **radicando** y n es el **índice** de la raíz	Si $a \geq 0$, $\sqrt[n]{a}$ existe cualquiera que sea a. Si $a<0$, $\sqrt[n]{a}$ sólo existe para valores impares de n.
Forma exponencial: $\sqrt[n]{a}=a^{1/n}$; $\sqrt[n]{a^m}=a^{m/n}$	$\sqrt[3]{2}=2^{\frac{1}{3}}$, ya que $\left(2^{1/3}\right)^3=2^{\frac{3}{3}}=2$
Propiedades de los radicales	
Radicales equivalentes: $\sqrt[n\cdot p]{a^p}=\sqrt[n]{a}$ Esta propiedad sirve para simplificar radicales y reducir radicales a índice común.	✓ $\sqrt[8]{81}=\sqrt[8]{3^4}=\sqrt[2\cdot 4]{3^4}=\sqrt{3}$ ✓ Reducir a índice común $\sqrt{2}$ y $\sqrt[3]{2}$: $\sqrt{2}=\sqrt[2\cdot 3]{2^3}=\sqrt[6]{8}$; $\sqrt[3]{2}=\sqrt[3\cdot 2]{2^2}=\sqrt[6]{4}$
Potencia de un radical: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^p=\sqrt[n]{a^p}$ Potencia de una raíz es igual a raíz de una potencia.	$\left(\sqrt[6]{2}\right)^4=\sqrt[6]{2^4}=\sqrt[3]{2}$
Raíz de una raíz: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$ Raíz de una raíz es igual a la raíz de índice el producto de los índices.	$\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{9}}}=\sqrt[24]{9}=\sqrt[24]{3^2}=\sqrt[12]{3}$
Raíz de un producto: $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$ Raíz de un producto es igual al producto de las raíces.	$\sqrt[3]{6}\sqrt[3]{9}=\sqrt[3]{54}=\sqrt[3]{3^3 2}=\sqrt[3]{3^3}\sqrt[3]{2}=3\sqrt[3]{2}$ (observa cómo en este ejemplo la propiedad se ha utilizado dos veces).
Raíz de un cociente: $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\dfrac{\sqrt[3]{12}\sqrt{9}}{\sqrt[6]{6}}=\dfrac{\sqrt[6]{(12)^2}\sqrt[6]{9^3}}{\sqrt[6]{6}}=\sqrt[6]{\dfrac{(2^2 3)^2\cdot(3^2)^3}{2\cdot 3}}=$ $=\sqrt[6]{\dfrac{2^2\cdot 3^2\cdot 3^6}{2\cdot 3}}=\sqrt[6]{2\cdot 3^7}=\sqrt[6]{4374}$ (observa cómo se han utilizado en este ejemplo varias de las propiedades anteriores para simplificar).
Suma de radicales: dos expresiones con radicales se dicen ***semejantes*** si la raíz que aparece en ambas tiene el mismo índice y el mismo radicando (por ejemplo, $5\sqrt{2}$ y $-3\sqrt{2}$ son radicales semejantes). Solamente se pueden sumar (o restar) expresiones con radicales que sean semejantes.	$\sqrt{12}+2\sqrt{27}-\sqrt{75}=\sqrt{2^2\cdot 3}+2\sqrt{3^3}-\sqrt{5^2\cdot 3}=$ $=2\sqrt{3}+6\sqrt{3}-5\sqrt{3}=(2+6-5)\sqrt{3}=3\sqrt{3}$
Racionalización de denominadores	
Con una raíz cuadrada en el denominador: se multiplica arriba y abajo (numerador y denominador) por la misma raíz.	$\dfrac{3}{5\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{5\cdot 3}=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$
Con una raíz n-ésima en el denominador: se multiplica arriba y abajo por otra raíz n-ésima tal que se complete el radicando con una potencia n-ésima.	$\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}=\dfrac{2\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2^2}}=\dfrac{2\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}}=\dfrac{2\sqrt[3]{4}}{2}=\sqrt[3]{4}$
Con una suma o diferencia de raíces cuadradas en el denominador: se multiplica arriba y abajo por la expresión conjugada del denominador.	$\dfrac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\dfrac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}=$ $=\dfrac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{6-3}=\sqrt{6}+\sqrt{3}$