SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

En estos ejercicios se utiliza el método de sustitución. Intenta hacerlos por tu cuenta antes de comprobar las soluciones en los que están resueltos

1. *

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x + 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

2. **

$$\begin{cases} xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

3. *

$$\begin{cases} x - 3y = -5 \\ xy - 2x - y = 1 \end{cases}$$

4. *

$$\begin{cases} x \cdot y = 15 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

5. **

$$\begin{cases} (x + y) \cdot (x - y) = 7 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$$

6. *

$$\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Soluciones

1.

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x + 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Como la y está ya despejada en la primera ecuación, sustituyo en la segunda

$$x - x^2 + 4x + 1 = 5$$

Llevo todos los términos a la izquierda (y multiplico por -1) para obtener la ecuación de segundo grado

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

cuyas soluciones son $x_0 = 1$ y $x_1 = 4$. Como $y = 5 - x$ (segunda ecuación) las soluciones del sistema son

$$(1, 4) \text{ y } (4, 1)$$

2.

$$\begin{cases} xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

Empezamos despejando una incógnita en la primera ecuación. Elijo esta porque las incógnitas no están elevadas al cuadrado y será mucho más sencillo. Así $x = \frac{4}{y}$. Sustituimos ahora en la segunda ecuación para obtener

$$\left(\frac{4}{y}\right)^2 + y^2 = 17$$

Operamos el cuadrado y multiplicamos toda la ecuación por y^2

$$\frac{16}{y^2} + y^2 = 17 \Rightarrow 16 + y^4 = 17y^2$$

Obtenemos así una ecuación bicuadrada $y^4 - 17y^2 + 16 = 0$ que se resuelve haciendo el cambio de variable $t = y^2$ para obtener $t^2 - 17t + 16 = 0$ cuyas soluciones son $t_0 = 1$ y $t_1 = 16$ deshaciendo el cambio tendremos que $y_0 = 1$ e $y_1 = 4$. Como $x = \frac{4}{y}$, las soluciones de nuestro sistema son

$$(4, 1) \text{ y } (1, 4)$$[1]

[1] Que las soluciones coincidan con las del sistema anterior es pura coincidencia

En estos ejercicios se utiliza el método una mezcla entre el método de reducción y el de sustitución. Intenta hacerlos por tu cuenta antes de comprobar las soluciones en los que están resueltos

1. **

$$\left\{\begin{array}{c} x^2+y^2=18 \\ x^2+y^2-4x-4y+6=0 \end{array}\right.$$

2. **

$$\left\{\begin{array}{c} x^2+y^2-4x-2y=20 \\ x^2+y^2-12x+2y=-12 \end{array}\right.$$

3. **

$$\left\{\begin{array}{c} x^2+y^2-8x-4y=44 \\ x^2+y^2-6x+10y=16 \end{array}\right.$$

Soluciones

1. **

$$\left\{\begin{array}{c} x^2+y^2=18 \\ x^2+y^2-4x-4y+6=0 \end{array}\right.$$

Restamos la primera ecuación menos la segunda. Ten en cuenta que al restar un negativo se convierte en positivo. Si lo prefieres puedes multiplicar la segunda por -1 y sumar después. En cualquier caso, se obtendrá

$$4x+4y-6=18$$

El -6 pasa a la derecha $4x+4y=24$ y MUY IMPORTANTE, simplificamos dividiendo todo entre 4 para obtner $x+y=6$ donde despejamos una incógnita $y=6-x$ para sustituir en una de las ecuaciones originales (elijo la primer porque es mucho más sencilla

$$x^2+(6-x)^2=18$$

Se hacen las cuentas y se resuelve la ecuación resultante ¡¡sin olvidarse simplificar!!

$$x^2+36-12x+x^2=18 \Rightarrow 2x^2-12x+18=0 \Rightarrow x^2-6x+9=0$$

La ecuación es particularmente sencilla porque el polinomio se factoriza como $(x-3)^3$ y la solución será por tanto $x=3$ con lo que $y=3$. Así, la única solución del sistema es $(3,3)$.

En estos ejercicios se realiza el método de reducción. Intenta hacerlos por tu cuenta antes de comprobar las soluciones en los que están resueltos.

1. **

$$\left\{\begin{array}{l} 3x^2 - 5y^2 = 7 \\ 2x^2 - 11y^2 = -3 \end{array}\right.$$

2. *

$$\left\{\begin{array}{l} x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0 \\ x^2 - y^2 - 5x + 5y + 2 = 0 \end{array}\right.$$

3. *

$$\left\{\begin{array}{l} 4x^2 - y^2 = 0 \\ 4x^2 + 3y^2 = 64 \end{array}\right.$$

Soluciones

1.

$$\left\{\begin{array}{l} 3x^2 - 5y^2 = 7 \\ 2x^2 - 11y^2 = -3 \end{array}\right.$$

Multiplico la primera ecuación por 2 y la segunda por -3

$$\left\{\begin{array}{l} 6x^2 - 10y^2 = 14 \\ -6x^2 + 33y^2 = 9 \end{array}\right.$$

Sumo para obtener $23y^2 = 23$ con lo que $y^2 = 1$ y así $y = \pm 1$ (no te olvides de la solución negativa). Sustituyo ahora en las ecuaciones para obtener el valor de x

$$3x^2 - 5(\pm 1)^2 = 7 \Rightarrow 3x^2 - 5 = 7 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

Así, las soluciones del sistema (ten en cuenta que en este caso valen todas las combinaciones) son

$$(2, 1),\ (2, -1),\ (-2, 1) \text{ y } (-2, -1)$$