Números racionales e irracionales

Toda fracción es o bien un ***decimal exacto***, un ***decimal periódico puro*** o un ***decimal periódico mixto***. A la fracción asociada a un decimal exacto, un decimal periódico puro o un decimal periódico mixto se le llama ***fracción generatriz*** asociada al número decimal. Por tanto, todos ellos pertenecen al conjunto $\mathbb{Q}$ de las ***fracciones***, también llamado conjunto de los ***números racionales***.

Decimales exactos

Tienen un número finito de cifras decimales. Para pasar un decimal exacto a fracción se escribe, en el numerador, el número sin la coma decimal y, en el denominador, un 1 seguido de tantos ceros como cifras decimales haya. Luego, si es posible, se simplifica la fracción.

Ejemplo: $0{,}128=\dfrac{128}{1000}=\dfrac{16}{125}$

Decimales periódicos puros

Tienen infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente inmediatamente después de la coma decimal. Las cifras que se repiten reciben el nombre de ***período***. El período puede tener una o más cifras decimales. Para pasar un decimal periódico puro a fracción se procede de la siguiente manera: llamamos x al número decimal en cuestión. Luego multiplicamos x por un 1 seguido de tantos ceros como cifras tiene el período y restamos esta cantidad de x. Al despejar el valor de x obtenemos la fracción generatriz.

Ejemplo: $3{,}\widehat{62}$

$$\begin{array}{rrl} & 100x = & 362{,}626262626262\ldots \\ - & x = & 3{,}626262626262\ldots \\ \hline & 99x = & 359 \Rightarrow x=\dfrac{359}{99} \end{array}$$

Regla memorística: en el numerador escribimos la parte entera seguida del período, menos la parte entera; y en el denominador, tantos nueves como cifras tenga el período:

$$x=\frac{362-3}{99}=\frac{359}{99}$$

Decimales periódicos mixtos

Tienen infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente, pero no inmediatamente después de la coma decimal. Es decir, entre la parte entera y el período hay un número de cifras llamado ***anteperíodo***. Para pasar un decimal periódico mixto a fracción llamamos x al número decimal. Ahora multiplicamos por un 1 seguido de tantos ceros como cifras tiene el período y el anteperíodo y multiplicamos también por un 1 seguido de tantos ceros como cifras tiene el anteperíodo. Realizamos la resta como en el caso anterior y despejamos el valor de x para obtener la fracción generatriz.

Ejemplo: $15{,}5\widehat{221}$

$$\begin{array}{rrl} & 10000x = & 155221{,}212121212121\ldots \\ - & 100x = & 1552{,}212121212121\ldots \\ \hline & 9900x = & 153669 \Rightarrow x=\dfrac{153669}{9900}=\dfrac{51223}{3300} \end{array}$$

Regla memorística: en el numerador escribimos la parte entera seguida del anteperíodo y del período, menos la parte entera seguida del anteperíodo; y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el período, seguidos de tantos ceros con cifras tenga el anteperíodo:

$$x=\frac{155221-1552}{99}=\frac{153669}{9900}$$

Números irracionales

Hay números decimales que tienen infinitas cifras decimales que no se repiten de manera periódica. Por tanto, no son racionales (no se pueden escribir en forma de fracción). Al conjunto formado por estos números se le llama conjunto de los ***números irracionales***. Un par de ejemplos de irracionales muy conocidos son el número pi y la raíz de dos: π y $\sqrt{2}$.