PROYECTO SABER HACER

BIBLIOTECA DEL PROFESORADO

Matemáticas
Enseñanzas aplicadas

SERIE **RESUELVE**

SOLUCIONARIO

4 ESO

El Solucionario de Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas, del proyecto Saber hacer, para 4.º curso de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo
Ana de la Cruz Fayos
María del Rocío Rodríguez Tilve
Lorena Saavedra López
Ana Mariña Vila Iglesias

EDICIÓN
José Antonio Almodóvar Herráiz
Ana de la Cruz Fayos
Silvia Marín García
Virgilio Nieto Barrera
Laura Sánchez Fernández

EDITOR EJECUTIVO
Carlos Pérez Saavedra

DIRECCIÓN DEL PROYECTO
Domingo Sánchez Figueroa

SANTILLANA

Presentación

El nombre de la serie, **Saber Hacer**, responde al planteamiento de presentar un proyecto de Matemáticas centrado en la adquisición de los contenidos y procedimientos necesarios para que los alumnos puedan desenvolverse en la vida real. El saber matemático, dentro de esta etapa de la enseñanza, debe garantizar no solo la interpretación y la descripción de la realidad, sino también la actuación sobre ella.

En este sentido, y considerando las Matemáticas a estos niveles como una materia esencialmente procedimental, recogemos en este material la **resolución de todos los ejercicios y problemas** formulados en el libro del alumno.

Pretendemos que esta resolución no sea solo un instrumento sino que pueda entenderse como una propuesta didáctica para enfocar la adquisición de los distintos conceptos y procedimientos que se presentan en el libro del alumno.

Índice

Números racionales e irracionales

1

PUNTO DE PARTIDA

Página 7

China $\longrightarrow \frac{1}{3}\cdot 476 = 158{,}67$ millones de toneladas.

India $\longrightarrow \frac{1}{5}\cdot 476 = 95{,}2$ millones de toneladas.

Indonesia $\longrightarrow \frac{1}{3}\cdot 95{,}2 = 31{,}73$ millones de toneladas.

ACTIVIDADES

1. Página 8

Arturo $\longrightarrow \frac{2}{5}\cdot 80 = 32$ puertas   Celia $\longrightarrow \frac{1}{2}\cdot 80 = 40$ puertas

80 − (40 + 32) = 8 puertas quedarán para terminar el encargo.

2. Página 8

a) m.c.m (5, 7) = 35 $\longrightarrow \frac{8}{5} = \frac{56}{35} \qquad \frac{3}{7} = \frac{15}{35} \longrightarrow \frac{8}{5} > \frac{3}{7}$

b) m.c.m (3, 4) = 12 $\longrightarrow \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \qquad \frac{7}{4} = \frac{21}{12} \longrightarrow \frac{2}{3} < \frac{7}{4}$

c) m.c.m (9, 8) = 72 $\longrightarrow \frac{2}{9} = \frac{16}{72} \qquad \frac{1}{8} = \frac{9}{72} \longrightarrow \frac{2}{9} > \frac{1}{8}$

d) m.c.m (18, 12) = 36 $\longrightarrow \frac{13}{18} = \frac{26}{36} \qquad \frac{5}{12} = \frac{15}{36} \longrightarrow \frac{13}{18} > \frac{5}{12}$

3. Página 9

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{3} - \frac{4}{9} = \frac{6-4}{9} = \frac{2}{9}$

c) $\frac{1}{8} + \frac{3}{4} - \frac{6}{5} = \frac{5+30-48}{40} = -\frac{13}{40}$

d) $\left(\frac{4}{3} + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{3}\right) = \frac{40+12-5-50}{30} = -\frac{3}{30} = -\frac{1}{10}$

4. Página 9

a) $\frac{2}{7}\cdot\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5}\right) + 1 = \frac{2}{7}\cdot\left(\frac{5-12}{20}\right) + 1 = \frac{2\cdot(-7)}{140} + 1 = -\frac{1}{10} + \frac{10}{10} = \frac{9}{10}$

b) $\left(\frac{7}{5} + \frac{1}{3}\right) : \frac{13}{5} - \frac{4}{3} = \left(\frac{21+5}{15}\right) : \frac{13}{5} - \frac{4}{3} = \frac{26}{15} : \frac{13}{5} - \frac{4}{3} = \frac{26\cdot 5}{15\cdot 13} - \frac{4}{3} = \frac{2}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$

5. Página 10

a) $\dfrac{8}{100}=0{,}08$

b) $\dfrac{1427}{1000}=1{,}427$

c) $\dfrac{965}{100\,000}=0{,}00965$

d) $\dfrac{57}{10}=5{,}7$

6. Página 10

a) $\dfrac{9}{5}=1{,}8$ $\longrightarrow$ Decimal exacto.

b) $\dfrac{11}{6}=1{,}8\overset{\frown}{3}$ $\longrightarrow$ Decimal periódico mixto.

c) $\dfrac{2}{3}=0{,}\overset{\frown}{6}$ $\longrightarrow$ Decimal periódico puro.

d) $\dfrac{8}{11}=0{,}\overset{\frown}{72}$ $\longrightarrow$ Decimal periódico puro.

7. Página 10

a) $0{,}245=\dfrac{245}{1000}=\dfrac{49}{200}$

b) $53{,}47=\dfrac{5347}{100}$

c) $0{,}0016=\dfrac{16}{10\,000}=\dfrac{1}{625}$

d) $3{,}2=\dfrac{32}{10}=\dfrac{16}{5}$

8. Página 10

Ramos de 10 €: $\dfrac{10}{12}=0{,}8\overset{\frown}{3}$ $\longrightarrow$ Decimal periódico mixto El precio de una flor es 0,83 €.

Ramos de 14 €: $\dfrac{14}{16}=0{,}875$ $\longrightarrow$ Decimal exacto El precio de una flor es 0,88 €.

Ramos de 19 €: $\dfrac{19}{22}=0{,}8\overset{\frown}{63}$ $\longrightarrow$ Decimal periódico mixto. El precio de una flor es 0,86 €.

9. Página 11

Enteros: $\dfrac{6}{2}$ 19 $\sqrt{16}$

Racionales (no enteros): $\dfrac{7}{4}$ $0{,}\overset{\frown}{12}$ $56{,}2\overset{\frown}{1}$ $\dfrac{11}{7}$ $3{,}22\overset{\frown}{567}$ $\dfrac{22}{3}$

Irracionales: 2,1234567891011... $\sqrt{21}$

10. Página 11

a) 2,449489743... es irracional.

b) 3,16227766... es irracional.

c) 5,2487524875... = $5{,}\overset{\frown}{24875}$ es racional.

d) 0,151515... = $0{,}\overset{\frown}{15}$ es racional.

11. Página 12

	Truncamiento	Redondeo
1,234	1,23	1,23
82,745	82,74	82,75
9,007	9,00	9,01
15,107	15,10	15,11
3,555	3,55	3,56
8,5292	8,52	8,53

12. Página 12

51,65 $\rightarrow$ 51 62,75 $\rightarrow$ 62 81,82 $\rightarrow$ 81 53,85 $\rightarrow$ 53

$51 + 62 + 81 + 53 = 247$ kg $\rightarrow$ En todos los casos, las aproximaciones son menores que los valores dados. Por tanto, no se sabe con certeza si es posible subir al ascensor.

$51{,}65 + 62{,}75 + 81{,}82 + 53{,}85 = 250{,}07$ kg $\rightarrow$ Sin utilizar aproximaciones se observa que no deberían subir.

13. Página 12

0,66 £ $\xrightarrow{\text{Redondeo a las décimas}}$ 0,7 £

$49{,}5 : 0{,}7 = 70{,}71$ €

$49{,}5 : 0{,}66 = 75$ €

No resulta útil hacer la estimación, ya que considera que se gasta menos dinero del real.

14. Página 13

$\frac{1}{8} = 0{,}125$ metros miden los trozos realmente.

$E_a = |0{,}125 - 0{,}12| = 0{,}005$ $\quad E_r = \frac{0{,}005}{0{,}125} = 0{,}04$

15. Página 13

Óscar cree que su velocidad ha sido un 3 % mayor que la real. Por tanto,

97 % de $27 = 0{,}97 \cdot 27 = 26{,}19$ km/h es la velocidad a la que se ha desplazado.

16. Página 13

$\frac{125}{11} = 11{,}\overset{\frown}{36}$ $\rightarrow$ Julia ha tomado 11,36 ml de jarabe cada día, aproximadamente.

$E_a = |10 - 11{,}36| = 1{,}36$ $\quad E_r = \frac{1{,}36}{10} = 0{,}136$ $\rightarrow$ Julia ha cometido un error relativo del 13,6 %.

17. Página 13

$$E_a = \left|\sqrt{2} - 1{,}4\right| = 0{,}0142136$$

$$E_r = \frac{0{,}0142136}{\sqrt{2}} = 0{,}01005$$

18. Página 14

a) $\left(-\frac{5}{2}\right)^4 = \frac{5^4}{2^4} = \frac{625}{16}$

c) $\left(-\frac{3}{7}\right)^5 = -\frac{3^5}{7^5} = -\frac{243}{16\,807}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{2^6}{3^6} = \frac{64}{729}$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1^5}{5^3} = \frac{1}{125}$

19. Página 14

a) $\left(-\frac{8}{3}\right)^0 = 1$

c) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{-4} = (-7)^4 = 7^4 = 2401$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-5} = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5$

20. Página 15

a) $\left(\frac{3}{8}\right)^9 : \left(\frac{3}{8}\right)^5 = \left(\frac{3}{8}\right)^4 = \frac{3^4}{8^4}$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^{10} = \frac{3^{10}}{2^{10}}$

c) $\left(-\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{6}\right)^{3+(-2)} = -\frac{5}{6}$

d) $\left(\left(\frac{4}{5}\right)^3\right)^8 = \left(\frac{4}{5}\right)^{24} = \frac{4^{24}}{5^{24}}$

e) $\left(\frac{2}{7}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^4 : \left(\frac{2}{7}\right)^{12} = \left(\frac{2}{7}\right)^{10+4-12} = \frac{2^2}{7^2}$

f) $\left(\left(\frac{4}{3}\right)^4\right)^{-3} : \left(\frac{4}{3}\right)^7 = \left(\frac{4}{3}\right)^{-12} : \left(\frac{4}{3}\right)^7 = \left(\frac{4}{3}\right)^{-19} = \frac{3^{19}}{4^{19}}$

21. Página 15

a) $\left(\frac{11}{7}\right)^4 : \left(\frac{11}{7}\right)^5 = \left(\frac{11}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{11}$

b) $\left(\frac{3}{10}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{10}\right)^{-8} = \frac{10^8}{3^8}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{2^6}{3^6}$

d) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{16} : \left(\frac{1}{6}\right)^{10} = \left(\frac{1}{6}\right)^{-7+16-10} = \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = 6$

e) $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^8 : \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3}$

f) $\frac{7}{2} : \left(\frac{7}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^{-2} = \frac{2^2}{7^2}$

22. Página 16

a) $83\,400\,000\,000\,000\,000 = 8{,}34 \cdot 10^{16}$

b) $51\,270\,000\,000\,000 = 5{,}127 \cdot 10^{13}$

c) $0{,}0000000000000000965 = 9{,}65 \cdot 10^{-17}$

d) $0{,}0000000001846 = 1{,}846 \cdot 10^{-10}$

e) $9\,170\,000\,000 = 9{,}17 \cdot 10^9$

f) $0{,}0000000000000000000524 = 5{,}24 \cdot 10^{-20}$

23. Página 16

a) $4{,}8 \cdot 10^{12} = 4\,800\,000\,000\,000$

b) $5{,}42 \cdot 10^{-9} = 0{,}00000000542$

c) $-3{,}7 \cdot 10^{-6} = -0{,}0000037$

d) $9{,}14 \cdot 10^{11} = 914\,000\,000\,000$

e) $7{,}6 \cdot 10^{-10} = 0{,}00000000076$

f) $1{,}496 \cdot 10^7 = 14\,960\,000$

24. Página 17

a) $(4 \cdot 10^{-7}) \cdot (6{,}3 \cdot 10^{12}) = 25{,}2 \cdot 10^{5} = 2{,}52 \cdot 10^{6}$

b) $(7{,}82 \cdot 10^{5}) \cdot (9{,}16 \cdot 10^{4}) = 71{,}6312 \cdot 10^{9} = 7{,}16312 \cdot 10^{10}$

c) $(1{,}59 \cdot 10^{17}) : (4{,}97 \cdot 10^{13}) = 0{,}32 \cdot 10^{4} = 3{,}2 \cdot 10^{3}$

d) $(2{,}23 \cdot 10^{-8}) \cdot (6{,}42 \cdot 10^{5}) = 14{,}3166 \cdot 10^{-3} = 1{,}43166 \cdot 10^{-2}$

e) $(6{,}023 \cdot 10^{13}) : (7{,}02 \cdot 10^{19}) = 0{,}858 \cdot 10^{-6} = 8{,}58 \cdot 10^{-7}$

f) $(1{,}354 \cdot 10^{-5}) : (9{,}43 \cdot 10^{-8}) = 0{,}1436 \cdot 10^{3} = 1{,}436 \cdot 10^{2}$

g) $(1{,}22 \cdot 10^{-3}) \cdot (4{,}2 \cdot 10^{-5}) = 5{,}124 \cdot 10^{-8}$

h) $(5{,}39 \cdot 10^{-12}) : (5{,}45 \cdot 10^{-6}) = 0{,}99899 \cdot 10^{-6} = 9{,}9899 \cdot 10^{-7}$

25. Página 17

- Hombre: $(4{,}7 \cdot 10^{6}) \cdot 10^{6} = 4{,}7 \cdot 10^{12}$ glóbulos rojos por litro.
  $(6{,}1 \cdot 10^{6}) \cdot 10^{6} = 6{,}1 \cdot 10^{12}$ glóbulos rojos por litro.
- Mujer: $(4{,}2 \cdot 10^{6}) \cdot 10^{6} = 4{,}2 \cdot 10^{12}$ glóbulos rojos por litro.
  $(5{,}4 \cdot 10^{6}) \cdot 10^{6} = 5{,}4 \cdot 10^{12}$ glóbulos rojos por litro.

Para un hombre con 5,5 litros de sangre en el cuerpo, las cantidades mínima y máxima son:
$5{,}5 \cdot (4{,}7 \cdot 10^{12}) = 25{,}85 \cdot 10^{12} = 2{,}585 \cdot 10^{13}$ glóbulos rojos en total.
$5{,}5 \cdot (6{,}1 \cdot 10^{12}) = 33{,}55 \cdot 10^{12} = 3{,}355 \cdot 10^{13}$ glóbulos rojos en total.

Para una mujer con 5,5 litros de sangre en el cuerpo, las cantidades mínima y máxima son:
$5{,}5 \cdot (4{,}2 \cdot 10^{12}) = 23{,}1 \cdot 10^{12} = 2{,}31 \cdot 10^{13}$ glóbulos rojos en total.
$5{,}5 \cdot (5{,}4 \cdot 10^{12}) = 29{,}7 \cdot 10^{12} = 2{,}97 \cdot 10^{13}$ glóbulos rojos en total.

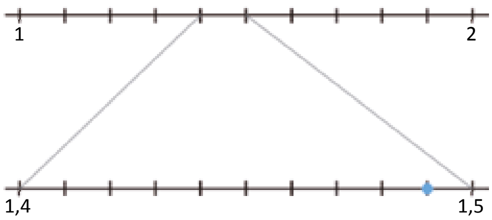
26. Página 18

Racionales: $4{,}59 \quad \frac{-9}{8} \quad 0 \quad -5 \quad 8{,}4312 \quad 5 \cdot 10^{-4}$

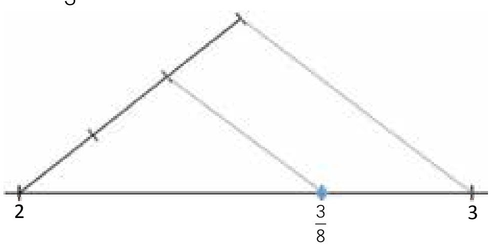
Reales: $4{,}59 \quad \sqrt{7} \quad \frac{-9}{8} \quad 0 \quad - \quad 8{,}4312 \quad 5 \cdot 10^{-4}$

27. Página 18

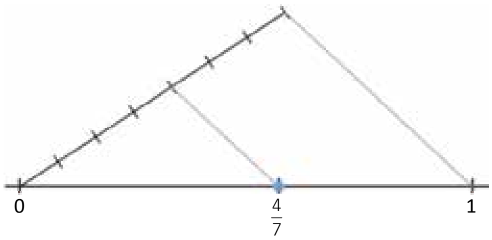
a)



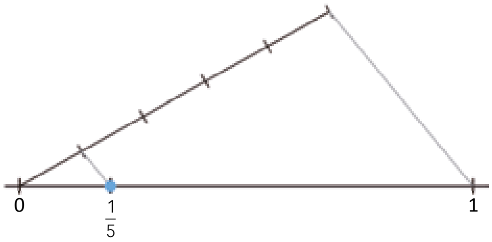
c) $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$



b)



d)



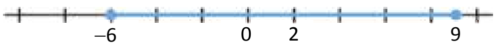
28. Página 18

Representa $\frac{3}{6}$ Representa $4+\frac{5}{8}=\frac{37}{8}$

29. Página 19

a) [–5, 2)

c) [–6, 9]



b) (1, 8]

d) (0, 7)

30. Página 19

[–3, 1]   [–1, 5)   (–4, –1)   (–2, 2]

ACTIVIDADES FINALES

31. Página 20

a) $\frac{3}{4}\cdot 12=9$ litros

d) $\frac{3}{5}\cdot 100=60$ €

b) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 24=\frac{1}{4}\cdot 24=6$ horas

e) $\frac{2100}{7}=300$

c) $\frac{160\cdot 3}{8}=60$

32. Página 20

a) m.c.m (5, 3) = 15 $\rightarrow \frac{3}{5}=\frac{9}{15}$ $\frac{8}{3}=\frac{40}{15} \rightarrow \frac{8}{3}>\frac{3}{5}$

b) m.c.m (4, 7) = 28 $\rightarrow \frac{1}{4}=\frac{7}{28}$ $\frac{9}{7}=\frac{36}{28} \rightarrow \frac{9}{7}>\frac{1}{4}$

c) m.c.m (3, 7) = 21 $\rightarrow \frac{7}{3}=\frac{49}{21}$ $\frac{6}{7}=\frac{18}{21} \rightarrow \frac{7}{3}>\frac{6}{7}$

d) m.c.m (3, 5) = 15 $\rightarrow \frac{11}{3}=\frac{55}{15}$ $\frac{4}{5}=\frac{12}{15} \rightarrow \frac{11}{3}>\frac{4}{5}$

e) m.c.m (9, 6) = 18 $\rightarrow \frac{4}{9}=\frac{8}{18}$ $\frac{13}{6}=\frac{39}{18} \rightarrow \frac{13}{6}>\frac{4}{9}$

f) m.c.m (11, 2) = 22 $\rightarrow \frac{21}{11}=\frac{42}{22}$ $\frac{5}{2}=\frac{55}{22} \rightarrow \frac{21}{11}<\frac{5}{2}$

33. Página 20

a) $\frac{4}{9}\rightarrow$ Es irreducible.

c) $\frac{16}{48}=\frac{1}{3}$

e) $\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$

b) $\frac{9}{81}=\frac{1}{9}$

d) $\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$

f) $\frac{15}{25}=\frac{3}{5}$

34. Página 20

$A_{\text{Total}} = 50 \cdot 30 = 1\,500\ \text{cm}^2$

Verde: $\frac{1}{3} \cdot 1500 = 500\ \text{cm}^2$

Amarillo: $\frac{2}{5} \cdot 1500 = 600\ \text{cm}^2$

Azul: $1\,500 - (500 + 600) = 400\ \text{cm}^2$

$\frac{400}{1500} = \frac{4}{15}$ es la fracción que representa la superficie pintada de azul.

35. Página 20

Barítonos: $\frac{1}{5} \cdot 60 = 12$

Sopranos: $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$

Contraltos: $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$

Tenores: $60 - (12 + 20 + 15) = 13$

Así, $\frac{13}{60}$ es la fracción que representan los tenores.

36. Página 20

$\frac{84 \cdot 4}{3} = 112$ litros caben en el acuario.

37. Página 20

a) $\frac{3}{7} + \frac{5}{7} - \frac{1}{7} = \frac{7}{7} = 1$

b) $\frac{25}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{9} = \frac{150 + 3 + 4}{18} = \frac{157}{18}$

c) $\frac{15}{8} - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) = \frac{15}{8} - \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{15 - 6 - 1}{8} = \frac{8}{8} = 1$

d) $\left(1 + \frac{7}{5}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{11}{6}\right) = \frac{12}{5} + \frac{7}{6} = \frac{72 + 35}{30} = \frac{107}{30}$

e) $\frac{4}{3} + \frac{7}{9} - \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{24 + 14 - 15 - 6}{18} = \frac{17}{18}$

f) $\frac{7}{12} - \left(\frac{1}{16} + \frac{3}{24}\right) = \frac{7}{12} - \frac{1}{16} - \frac{3}{24} = \frac{28 - 3 - 6}{48} = \frac{19}{48}$

38. Página 20

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{10}{6} = \frac{5}{2}$

b) $\frac{8}{9} : \frac{12}{15} = \frac{10}{9}$

c) $\left(\frac{6}{5} \cdot \frac{15}{4}\right) : \frac{18}{24} = \frac{9}{2} : \frac{18}{24} = 6$

d) $\frac{5}{6} : \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9}\right) = \frac{5}{6} : \frac{1}{30} = 25$

39. Página 20

a) $\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{7}+\frac{1}{4}\right)=\frac{25-4}{20}\cdot\frac{8+7}{28}=\frac{21}{20}\cdot\frac{15}{28}=\frac{9}{16}$

b) $\left(1-\frac{9}{5}\right)\cdot\left(\frac{7}{6}-2\right):\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{5}\right)=-\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{6}\right):\frac{23}{15}=\frac{2}{3}:\frac{23}{15}=\frac{10}{23}$

c) $\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{3}-\frac{6}{5}-1\right)\cdot\left(\frac{20}{7}-5\right)=\frac{45+35-126-105}{105}\cdot\frac{20-35}{7}=-\frac{151}{105}\cdot\left(-\frac{15}{7}\right)=\frac{151}{49}$

d) $\left(\frac{1}{8}-\frac{12}{5}+\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{15}{4}-\frac{1}{3}\right):\left(1-\frac{1}{30}\right)=\frac{5-96+60}{40}\cdot\frac{45-4}{12}:\frac{29}{30}=-\frac{31}{40}\cdot\frac{41}{12}:\frac{29}{30}=-\frac{1271}{480}:\frac{29}{30}=-\frac{1271}{464}$

e) $\left(2+\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right):\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{3}{8}-1\right)=\frac{10}{3}\cdot\frac{1}{4}:\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)=\frac{5}{6}:\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)=\frac{25}{24}\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)=-\frac{125}{192}$

f) $1-\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{2}-\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right):\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)=1-\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{12}\right):\frac{1}{30}=1-\frac{3}{5}+\frac{5}{2}=\frac{29}{10}$

g) $\left(1+\frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{2}}\right):\left(\frac{\frac{4}{3}+3}{2}-2\right)=\left(1+\frac{\frac{5}{12}}{\frac{3}{2}}\right):\left(\frac{\frac{13}{3}}{2}-2\right)=\left(1+\frac{5}{18}\right):\left(\frac{13}{6}-2\right)=\frac{23}{18}:\frac{1}{6}=\frac{23}{3}$

h) $\dfrac{\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)}{1-\dfrac{\frac{2}{3}+1}{1-\frac{1}{2}}}=\dfrac{\left(-\frac{1}{12}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)}{1-\dfrac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{2}}}=\dfrac{-\frac{1}{18}}{1-\frac{10}{3}}=\dfrac{-\frac{1}{18}}{-\frac{7}{3}}=\frac{1}{42}$

40. Página 21

a) $\frac{7}{6}=1,1\widehat{6}$ → Decimal periódico mixto.

b) $\frac{13}{5}=2,6$ → Decimal exacto.

c) $\frac{8}{9}=0,\widehat{8}$ → Decimal periódico puro.

d) $\frac{15}{8}=1,875$ → Decimal exacto.

41. Página 21

a) $\frac{1327}{100\,000}=0,01327$

b) $\frac{47\,625}{10\,000\,000}=0,0047625$

c) $\frac{586}{1000}=0,586$

d) $\frac{495}{100}=4,95$

42. Página 21

a) $76,94=\frac{7694}{100}=\frac{3847}{50}$

b) $1,585=\frac{1585}{1000}=\frac{317}{200}$

c) $928,46=\frac{92846}{100}=\frac{46\,423}{50}$

d) $0,0054=\frac{54}{10\,000}=\frac{27}{5000}$

43. Página 21

$\frac{1}{5}$ de 1 ℓ = 0,2 ℓ = 200 ml $\frac{2}{7}$ de 1 ℓ = 0,286 ℓ = 286 ml $\frac{3}{8}$ de 1 ℓ = 0,375 ℓ = 375 ml

$\frac{1}{5}+\frac{2}{7}+\frac{3}{8}=\frac{56+80+105}{280}=\frac{241}{280}<1$ → Miguel no supera el máximo permitido.

44. Página 21

$12\cdot\frac{1}{3}+22\cdot\frac{1}{5}+7\cdot\frac{1}{2}=4+\frac{22}{5}+\frac{7}{2}=\frac{40+44+35}{10}=\frac{119}{10}=11{,}9$ litros de refresco tienen almacenados.

45. Página 21

a) $\frac{1}{3}=0{,}\widehat{3}$ → Decimal periódico puro.

b) $\frac{7}{5}=1{,}4$ → Decimal exacto.

c) $\frac{11}{6}=1{,}8\widehat{3}$ → Decimal periódico mixto.

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}=0{,}866025\ldots$ → Irracional.

46. Página 21

7,254254254... = $7{,}\widehat{254}$ es racional.

18,01964782... es irracional.

3,47 es racional.

1,5666666... $=1{,}5\widehat{6}$ es racional.

6,44444444... = $6{,}\widehat{4}$ es racional.

$\sqrt{7}$ es irracional.

47. Página 21

a) 8,010203... es irracional. → 8,010203**04050**...

b) 64,505050... es racional → 64,505050**50505**...

c) 0,94521521... es racional → 0,94521521**52152**...

d) 30,30313233... es irracional → 30,30313233**34353**...

e) 7,818181... es racional → 7,818181**81818**...

f) 5,10231023... es racional → 5,10231023**10231**...

g) 3,203203203... es racional → 3,203203203**20320**...

h) 1,85479325014... es irracional → 1,85479325014**12345**...

i) 0,71247124... es racional → 0,71247124**71247**...

j) 1,61803398... es irracional → 1,61803398**01234**...

48. Página 21

7,585 → 7,59 6,9423 → 6,94 1,452 → 1,45

0,967 → 0,97 3,558 → 3,56

49. Página 21

9,47 → 9,4 8,25 → 8,2 6,321 → 6,3 5,942 → 5,9 0,273 → 0,2

50. Página 21

$$\text{Media} = \frac{1,92+1,97+1,95+2,05+2,01+1,89}{6} = 1,965$$

$1,965 \xrightarrow{\text{Redondeo}} 2$ $\quad E_a = |1,965-2| = 0,035$ $\quad E_r = \frac{0,035}{1,965} = 0,0178$

$1,965 \xrightarrow{\text{Truncamiento}} 1,9$ $\quad E_a = |1,965-1,9| = 0,065$ $\quad E_r = \frac{0,065}{1,965} = 0,033$

Será más exacta la media redondeada, porque se comente menor error relativo.

51. Página 21

$8,59 + 12,98 + 9,87 + 18,67 = 50,11$

$50,11 \xrightarrow{\text{Truncamiento a la décima}} 50,1$

Por tanto, el repartidor se quedará sin gasolina.

52. Página 21

$50,11 \xrightarrow{\text{Truncamiento a la décima}} 50,1$

$E_a = |50,11 - 50,1| = 0,01$ $\quad E_r = \frac{0,01}{50,11} = 0,0002$

53. Página 21

a) $1,86 \rightarrow 1,9$ $\quad E_a = |1,86-1,9| = 0,04$ $\quad E_r = \frac{0,04}{1,86} = 0,0215$

b) $\pi \rightarrow 3,14$ $\quad E_a = |\pi - 3,14| = 0,00159$ $\quad E_r = \frac{0,00159}{\pi} = 0,000506$

c) $\frac{17}{3} \rightarrow 5,6$ $\quad E_a = \left|\frac{17}{3} - 5,6\right| = 0,0667$ $\quad E_r = \frac{0,0667}{\frac{17}{3}} = 0,01176$

d) $1\,857,26 \rightarrow 1\,857$ $\quad E_a = |1857,26 - 1857| = 0,26$ $\quad E_r = \frac{0,26}{1857,26} = 0,00014$

e) $\sqrt{3} \rightarrow 1,73$ $\quad E_a = |\sqrt{3} - 1,73| = 0,00205$ $\quad E_r = \frac{0,00205}{\sqrt{3}} = 0,00118$

f) $\frac{8}{9} \rightarrow 0,89$ $\quad E_a = \left|\frac{8}{9} - 0,89\right| = 0,00111$ $\quad E_r = \frac{0,00111}{\frac{8}{9}} = 0,00125$

54. Página 22

$150 \rightarrow 150,92$ $\quad E_a = |150 - 150,92| = 0,92$ $\quad E_r = \frac{0,92}{150} = 0,00613$

$150 \rightarrow 149,86$ $\quad E_a = |150 - 149,86| = 0,14$ $\quad E_r = \frac{0,14}{150} = 0,000933$

$150 \rightarrow 150,07$ $\quad E_a = |150 - 150,07| = 0,07$ $\quad E_r = \frac{0,07}{150} = 0,000467$

55. Página 22

25 % de 72 = $\frac{25}{100}\cdot 72 = 18$ $\longrightarrow$ Susana tuvo 18 fallos.

56. Página 22

97 + 48 + 55 = 200 98,40 + 44,70 + 57,80 = 200,90

$E_a = |200 - 200{,}90| = 0{,}90$ $E_r = \frac{0{,}90}{200} = 0{,}0045$ $\longrightarrow$ Jesús se ha desviado un 0,45 % del presupuesto.

57. Página 22

$E_a = |49{,}7 - 50| = 0{,}3$ $E_r = \frac{0{,}3}{49{,}7} = 0{,}006$ $\longrightarrow$ El error relativo es del 0,6 %.

58. Página 22

Chopo: $E_a = |2{,}5 - 2{,}53| = 0{,}03$ $E_r = \frac{0{,}03}{2{,}53} = 0{,}01186$ $\longrightarrow$ El error relativo es del 1,19 %.

Olivo: $E_a = |3{,}4 - 3{,}38| = 0{,}02$ $E_r = \frac{0{,}02}{3{,}38} = 0{,}0059$ $\longrightarrow$ El error relativo es del 0,59 %.

59. Página 22

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{3} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$

c) $\left(\left(-\frac{5}{2}\right)^2\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{2}\right)^{-6} = \frac{2^6}{5^6} = \frac{64}{15625}$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}$

e) $\left(-\frac{3}{8}\right)^{-2} = \left(-\frac{8}{3}\right)^{2} = \frac{8^2}{3^2} = \frac{64}{9}$

f) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^4\right)^{2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{8} = \frac{1}{3^8} = \frac{1}{6561}$

60. Página 22

a) $2 - \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\cdot\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{6} - \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right) - \frac{3}{2} = 2 - \frac{5}{2}\cdot\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{6} - \frac{4}{9}\right) - \frac{3}{2} = 2 - \frac{5}{3} + \frac{5}{18} = \frac{11}{18}$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} : \left(\frac{2}{5} - 2\right) - \left(\frac{5}{4}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{4} - 1\right) : \frac{1}{25} = \frac{2}{3} : \left(-\frac{8}{5}\right) - \frac{16}{25}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) : \frac{1}{25} = -\frac{5}{12} + \frac{4}{25} : \frac{1}{25} = -\frac{5}{12} + 4 = \frac{43}{12}$

c) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}\cdot\left(1 - \frac{1}{7}\right)^{2}\cdot\frac{1}{6} : \left(\frac{4}{3} - 1\right)^{-1} = 343\cdot\left(\frac{6}{7}\right)^{2}\cdot\frac{1}{6} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 343\cdot\frac{36}{49}\cdot\frac{1}{6} : 3 = 42 : 3 = 14$

d) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^{-2} : \left(1 - \frac{5}{6}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$

e) $\left(\left(\frac{1}{3} - 2\right)^{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)^{-2}\cdot 48 = \left(-\frac{5}{3}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{-3} : \left(\frac{5}{12}\right)^{-2}\cdot 48 = \frac{3^4\cdot 5^3}{5^4\cdot 6^3} : \left(\frac{5}{12}\right)^{-2}\cdot 48 = \frac{54}{384}\cdot 48 = \frac{5}{8}$

f) $\frac{5}{3}\cdot\left(\left(-\frac{4}{5} + 2\right)^{-2}\right)^{-1} : \left(\frac{2}{9} - 2\right)^{-1} = \frac{5}{3}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{2} : \left(-\frac{16}{9}\right)^{-1} = \frac{5}{3}\cdot\frac{6^2}{5^2} : \left(-\frac{9}{16}\right) = \frac{12}{5} : \left(-\frac{9}{16}\right) = -\frac{64}{15}$

g) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{5}{6} - 1\right)^{-2}\cdot\left(-1 + \frac{3}{4} - \frac{7}{6} + \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{8 - 3 + 10 - 12}{12}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{-12 + 9 - 14 + 6}{12}\right) = 4^2\cdot\left(-\frac{11}{12}\right) = -\frac{44}{3}$

61. Página 22

a) $\dfrac{81^2\cdot 32}{16^2\cdot 27^2}=\dfrac{3^8\cdot 2^5}{2^8\cdot 3^6}=\dfrac{3^2}{2^3}=\dfrac{9}{8}$

b) $\dfrac{25^2\cdot 5}{625^2}=\dfrac{5^4\cdot 5}{5^8}=\dfrac{1}{5^3}=\dfrac{1}{125}$

c) $\dfrac{49^4\cdot 5^6}{7^7\cdot 125^2}=\dfrac{7^8\cdot 5^6}{7^7\cdot 5^6}=7$

d) $\dfrac{121^3\cdot 64}{11^4\cdot 2^5}=\dfrac{11^6\cdot 2^6}{11^4\cdot 2^5}=11^2\cdot 2=121\cdot 2=242$

62. Página 22

a) $1\,000\,000\,000=1\cdot 10^9$

b) $276\,000\,000\,000\,000=2{,}76\cdot 10^{14}$

c) $0{,}00000000058=5{,}8\cdot 10^{-10}$

d) $0{,}0006=6\cdot 10^{-4}$

e) $0{,}00000000000195=1{,}95\cdot 10^{-12}$

f) $5\,830\,000\,000\,000=5{,}83\cdot 10^{12}$

63. Página 22

a) $247{,}5\cdot 10^5=2{,}475\cdot 10^7$

b) $0{,}012\cdot 10^{-4}=1{,}2\cdot 10^{-6}$

c) $0{,}45\cdot 10^7=4{,}5\cdot 10^6$

d) $34{,}9\cdot 10^6=3{,}49\cdot 10^7$

e) $5\,871{,}3\cdot 10^{-8}=5{,}8713\cdot 10^{-5}$

f) $0{,}000063\cdot 10^{12}=6{,}3\cdot 10^7$

64. Página 22

a) $(7{,}5\cdot 10^3):(7{,}6\cdot 10^{-5})=0{,}9868\cdot 10^8=9{,}868\cdot 10^7$

b) $(5{,}8\cdot 10^{-2}):(0{,}4\cdot 10^{-6})=14{,}5\cdot 10^4=1{,}45\cdot 10^5$

c) $(23{,}1\cdot 10^{-8}):(17{,}4\cdot 10^7)=1{,}3276\cdot 10^{-15}$

d) $(25{,}3\cdot 10^3):(2{,}98\cdot 10^{-5})=8{,}4899\cdot 10^8$

65. Página 23

$\dfrac{200\cdot(2{,}174\cdot 10^{21})}{0{,}065}=6689{,}23\cdot 10^{21}=6{,}68923\cdot 10^{24}$ moléculas hay en un vaso de agua de 200 g.

$\dfrac{0{,}065\cdot(1{,}271\cdot 10^{28})}{2{,}174\cdot 10^{21}}=0{,}038\cdot 10^7=3{,}8\cdot 10^5$ gramos es la masa del depósito.

66. Página 23

$384\,400$ km $=3{,}844\cdot 10^8$ m $0{,}0000005$ m $=5\cdot 10^{-7}$ m

$\dfrac{3{,}844\cdot 10^8}{5\cdot 10^{-7}}=0{,}7688\cdot 10^{15}=7{,}688\cdot 10^{14}$ bacterias.

67. Página 23

$10\,000\,000\,000$ insectos/km$^2=1\cdot 10^{10}$ insectos/km^2 $510\,065\,284{,}702$ km$^2=5{,}10\cdot 10^8$ km^2

$(1\cdot 10^{10})\cdot(5{,}10\cdot 10^8)=5{,}10\cdot 10^{18}$ insectos habitan sobre la Tierra.

68. Página 23

a) $2,1 \cdot 10^{15}$ es un número natural, entero, racional y real.

b) $\sqrt{7}$ es un número irracional y real.

c) 15,489489489… es un número racional y real.

d) –4 es un número entero, racional y real.

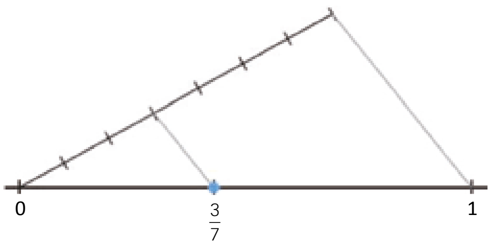
e) $\sqrt{5}$ es un número irracional y real.

f) $\frac{9}{5}$ es un número racional y real.

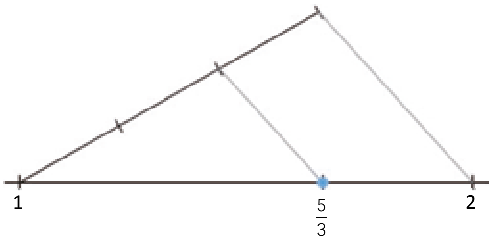
69. Página 23

a)

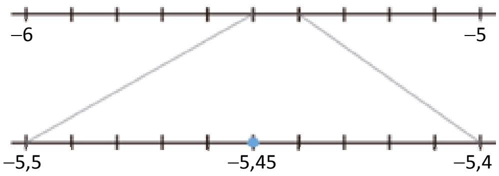
b)



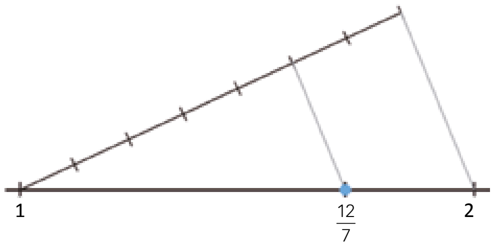
c)



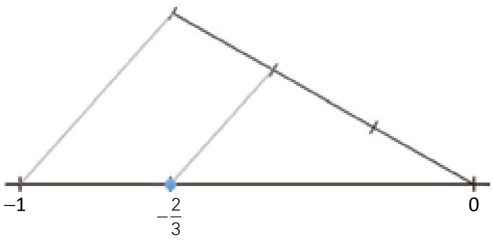
d)



e)



f)



70. Página 23

a) $2+\frac{5}{6}=\frac{17}{6}$

b) $4+\frac{3}{5}=\frac{23}{5}$

c) $\frac{7}{10}$

d) $1+\frac{5}{12}=\frac{17}{12}$

71. Página 23

a) (–3, 9)

b) (–4, 3]

c) [1, 5]

d) [–5, 5]

72. Página 23

a)

b)

c)

d)

73. Página 23

a) $2 \notin (2, 9]$

b) $1{,}99 \in (1, 2)$

c) $\frac{1}{6} = 0{,}1\widehat{6} \notin [0{,}1; 0{,}16]$

d) $-3{,}19 \notin [-3, 0)$

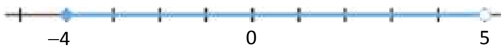
e) $\sqrt{2} = 1{,}4142... \in (1; 1{,}5]$

f) $-5{,}\widehat{4} \notin [-5{,}4; -5]$

74. Página 23

a)

b)



c)

d)

e)

f)

75. Página 23

a) $[-3, 6]$ b) $[-3, 8]$ c) $[0, 550]$ d) $[1{,}40; +\infty)$ e) $(14, 30)$

76. Página 23

a) $(0, +\infty) \longrightarrow$ Semirrecta.

b) $[-2, 7] \longrightarrow$ Intervalo cerrado.

c) $(-5, 2) \longrightarrow$ Intervalo abierto.

d) $[-3, 6) \longrightarrow$ Intervalo semiabierto.

SABER HACER

ESTIMAR EL COSTE DE UNA REFORMA. Página 24

a) Coste real con las medidas aproximadas: 725,34 + 538,44 + 249,70 + 575,23 = 2 088,71 €

Coste aproximado con las medidas aproximadas: 2 100 €

La aproximación que se ha realizado es un redondeo a las centenas.

b) $E_a = |2088{,}71 - 2100| = 11{,}29$ $\quad E_r = \frac{11{,}29}{2088{,}71} = 0{,}0054 \longrightarrow$ Se ha cometido un error del 0,54 %.

c) $E_a = |6{,}27 - 6{,}24| = 0{,}03$ $\quad E_r = \frac{0{,}03}{6{,}27} = 0{,}00478$

$E_a = |8{,}30 - 8{,}27| = 0{,}03$ $\quad E_r = \frac{0{,}03}{8{,}30} = 0{,}00361$

$E_a = |6{,}88 - 6{,}85| = 0{,}03$ $\quad E_r = \frac{0{,}03}{6{,}88} = 0{,}00436$

$E_a = |3{,}75 - 3{,}72| = 0{,}03$ $\quad E_r = \frac{0{,}03}{3{,}75} = 0{,}008$

d) El precio final será ligeramente mayor que el del presupuesto inicial, pues las medidas tomadas con el medidor láser son mayores que las tomadas con el metro tradicional.

Proporcionalidad numérica

2

PUNTO DE PARTIDA

Página 25

Si llamamos *x* al número de familias que abastece el molino más grande del mundo en un año, la proporción que relaciona esta cantidad con el número de MW que genera es: $\frac{1250}{1,5}=\frac{x}{6}$.

Para calcular *x* multiplicamos en cruz y despejamos: $\frac{1250}{1,5}=\frac{x}{6}\rightarrow 1250\cdot 6=1,5\cdot x\rightarrow x=\frac{7500}{1,5}=5000$

El molino más grande del mundo puede abastecer a 5 000 familias en un año.

El 28 % de la energía necesaria en la Península es de 10 000 MW, llamamos *T* a la energía total que se requiere para abastecer el país, es decir:

$\frac{28}{100}\cdot T=0,28\cdot T=10000\rightarrow T=\frac{10000}{0,28}=35714,29$ MW

ACTIVIDADES

1. Página 26

a) La razón de páginas que hemos leído es $\frac{95}{350}=\frac{19}{70}$; es decir, de cada 70 páginas hemos leído 19.

b) La razón de km que hemos recorrido es $\frac{260}{600}=\frac{13}{30}$; es decir, de cada 30 km hemos recorrido 13.

c) La razón de cromos que tiene Silvia es $\frac{28}{72}=\frac{7}{18}$; es decir, de cada 18 cromos tiene 7.

d) La razón de dientes que tiene el bebé es $\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$; es decir, de cada 8 dientes al bebé le ha salido 1.

2. Página 26

La razón de azulejos que ha puesto cada hora viene dada por $\frac{280}{14}=20$; es decir, ha puesto 20 azulejos cada hora.

Si tarda 42 horas en poner 840 azulejos, la razón de azulejos que pone cada hora viene dada por $\frac{840}{42}=20$.

Como la razón es la misma en ambos casos, las cantidades forman una proporción y podemos afirmar que tardará 42 horas en poner 840 azulejos.

3. Página 26

Si llamamos *x* al número de m^2 que se necesitan para aparcar 250 coches, la proporción que relaciona estas cantidades es $\frac{385}{35}=\frac{x}{250}$.

Para calcular *x* multiplicamos en cruz y despejamos: $\frac{385}{35}=\frac{x}{250}\rightarrow 385\cdot 250=35\cdot x\rightarrow x=\frac{96250}{35}=2750$

Se necesitan 2 750 m^2 para aparcar 250 coches.

4. Página 27

Si en una hora se han llenado 3,5 ℓ, en tres horas se llenarían $3{,}5 \cdot 3 = 10{,}5$ ℓ.

Por tanto, el *número de litros* y el de *horas* son directamente proporcionales.

5. Página 27

a) Para pasar de 100 km a 350 km estamos multiplicando por $350 : 100 = 3{,}5$.

Si en 100 km se han consumido 7 ℓ, en 350 km horas se consumirían $3{,}5 \cdot 7 = 24{,}5$ ℓ.

Por tanto, el *número de litros* y el de *km* son directamente proporcionales.

b) Para pasar de 90 km/h a 120 km/h estamos multiplicando por $120 : 90 = 1{,}\overset{\frown}{3}$.

Si a 90 km/h se consumen 7 ℓ, a 120 km/h se consumirán $1{,}\overset{\frown}{3} \cdot 7 = \frac{4}{3} \cdot 7 = \frac{28}{3} = 9{,}\overset{\frown}{3} \neq 12$ ℓ.

Por tanto, el *número de litros* y la *velocidad* no son directamente proporcionales.

c) Si una barra de pan vale 0,90 €, cinco barras valdrían $0{,}90 \cdot 5 = 4{,}50 \neq 4{,}10$ €.

Por tanto, las *barras de pan* y el *precio* no son directamente proporcionales.

6. Página 28

Los litros de gasolina y el precio son cantidades directamente proporcionales. Si cada litro vale 1,339 €, y a Jesús le ha costado 66,95 €. Ha puesto $\frac{66{,}95}{1{,}339} = 50$ ℓ de gasolina.

7. Página 28

Las estanterías y el número de videojuegos son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para 27 videojuegos $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ 3 estanterías

Para 36 videojuegos $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ x estanterías

La proporción que tenemos será $\frac{27}{36} = \frac{3}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{27}{36} = \frac{3}{x} \rightarrow 27 \cdot x = 36 \cdot 3 = 108 \rightarrow x = \frac{108}{27} = 4$

Para 36 libros necesito 4 estanterías.

8. Página 28

Las kcal y el peso son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Por 100 g $\xrightarrow{\text{tiene}}$ 54 kcal

Por 125 g $\xrightarrow{\text{tiene}}$ x kcal

La proporción que tenemos será $\frac{100}{125} = \frac{54}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos: $\frac{100}{125} = \frac{54}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 54 \cdot 125 = 6750 \rightarrow x = \frac{6750}{100} = 67{,}5$

Un yogurt de 125 g tiene 67,5 kcal.

9. Página 28

El número de socios y la recaudación son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para recaudar 1 400 € $\xrightarrow{\text{la asociación tiene}}$ 35 socios

Para recaudar 2 000 € $\xrightarrow{\text{la asociación tiene}}$ *x* socios

La proporción que tenemos será $\frac{1400}{2000} = \frac{35}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando *x* tenemos:

$$\frac{1400}{2000} = \frac{35}{x} \rightarrow 1400 \cdot x = 35 \cdot 2000 = 70\,000 \rightarrow x = \frac{70\,000}{1400} = 50$$

Para recaudar 2 000 € son necesarios 50 socios, es decir, se han apuntado $50 - 35 = 15$ socios nuevos.

10. Página 29

a) A medida que aumentamos la velocidad, los kilómetros recorridos aumentan; por tanto, las magnitudes no son inversamente proporcionales.

b) Si en hacer un trabajo una persona tarda un tiempo determinado, al aumentar el número de personas que lo realizan, el tiempo total se divide entre el número de personas; es decir, son magnitudes inversamente proporcionales.

c) A medida que aumenta la edad de un niño, su estatura aumenta también; por tanto, las magnitudes no son inversamente proporcionales.

d) A medida que aumentan las horas de luz solar, disminuyen las horas que necesitamos tener la luz encendida, por tanto, disminuye el consumo de electricidad; es decir, son magnitudes inversamente proporcionales.

11. Página 29

Si el cliente compra 5 000 sobres, cada sobre vale 0,60 €; si compra el triple, es decir 15 000 sobres, cada sobre costaría la tercera parte, $\frac{0{,}60}{3} = 0{,}20$ €.

El *número de sobres* que se compran y el *precio* de cada sobre son inversamente proporcionales.

12. Página 30

La cantidad de gallinas y el tiempo que tardan en comerse el saco de pienso son cantidades inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 30 gallinas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 10 min

50 gallinas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ *x* min

La proporción que tenemos será: $\frac{30}{50} = \frac{x}{10}$.

Y multiplicando en cruz y despejando *x* tenemos:

$$\frac{30}{50} = \frac{x}{10} \rightarrow 10 \cdot 30 = 50 \cdot x \rightarrow x = \frac{300}{50} = 6$$

50 gallinas tardarán 6 minutos en comerse un saco de pienso.

13. Página 30

La cantidad de personas y el tiempo que tardan en pintar un bloque de pisos son cantidades inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 10 personas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 30 días

15 personas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x días

La proporción que tenemos será $\frac{10}{15}=\frac{x}{30}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{10}{15}=\frac{x}{30}\to 10\cdot 30=15\cdot x\to x=\frac{300}{15}=20$$

15 personas tardarán 20 días en pintar el bloque de pisos.

14. Página 30

La cantidad de días que me dura el dinero que tengo y el gasto diario son cantidades inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 12 días $\xrightarrow{\text{puedo gastar}}$ 8 €/día

15 días $\xrightarrow{\text{puedo gastar}}$ x €/día

La proporción que tenemos será $\frac{12}{15}=\frac{x}{8}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{12}{15}=\frac{x}{8}\to 12\cdot 8=15\cdot x\to x=\frac{96}{15}=6{,}4$$

Para que el dinero dure 15 días tengo que gastar 6,4 euros diarios.

15. Página 30

La cantidad de máquinas y el tiempo que tardan en embotellar un pedido son cantidades inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 6 h $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ 16 máquinas

4 h $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ x máquinas

La proporción que tenemos será $\frac{6}{4}=\frac{x}{16}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{6}{4}=\frac{x}{16}\to 16\cdot 6=4\cdot x\to x=\frac{96}{4}=24$$

Para hacer el pedido en 4 horas se necesitan 24 máquinas.

16. Página 31

Por cada 100 ℓ de aire limpio que respiramos hay 21 ℓ de oxígeno. Para calcular la cantidad de oxígeno en 2 ℓ de aire construimos la regla de tres directa:

100 ℓ de aire $\xrightarrow{\textit{tiene}}$ 21 ℓ de oxígeno

2 ℓ de aire $\xrightarrow{\textit{tiene}}$ *x* ℓ de oxígeno

La proporción que tenemos será $\frac{100}{2} = \frac{21}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando *x* tenemos: $\frac{100}{2} = \frac{21}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 21 \cdot 2 \rightarrow x = \frac{42}{100} = 0{,}42$

Respirando 2 ℓ de aire limpio, respiramos 0,42 ℓ de oxígeno.

Por cada 100 ℓ de aire en ciudad que respiramos hay 14 ℓ de oxígeno. Construimos la regla de tres directa:

100 ℓ de aire $\xrightarrow{\textit{tiene}}$ 14 ℓ de oxígeno

2 ℓ de aire $\xrightarrow{\textit{tiene}}$ *x* ℓ de oxígeno

La proporción que tenemos será $\frac{100}{2} = \frac{14}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando *x* tenemos: $\frac{100}{2} = \frac{14}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 14 \cdot 2 \rightarrow x = \frac{28}{100} = 0{,}28$

Respirando 2 ℓ de aire en ciudad, respiramos 0,28 ℓ de oxígeno. Cada vez que respiramos dejamos de respirar por estar contaminado $0{,}42 - 0{,}28 = 0{,}14$ ℓ de oxígeno.

17. Página 31

Por cada 100 € del precio original, se pagarán en rebajas 90 €. Para calcular la cantidad que costará en rebajas el jersey construimos la regla de tres directa:

100 € $\xrightarrow{\text{en rebajas}}$ 90 €

42 € $\xrightarrow{\text{en rebajas}}$ *x* €

La proporción que tenemos será $\frac{100}{42} = \frac{90}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando *x* tenemos: $\frac{100}{42} = \frac{90}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 90 \cdot 42 \rightarrow x = \frac{3780}{100} = 37{,}80$

El precio del jersey en rebajas es de 37,80 €.

18. Página 31

Sin IVA el total de la factura del cliente asciende a $9{,}16 + 16{,}25 + 7{,}78 = 33{,}19$ €.

Por cada 100 € del precio sin IVA, se pagarán 110 €.

100 € $\xrightarrow{\text{con IVA}}$ 110 €

33,19 € $\xrightarrow{\text{con IVA}}$ *x* €

La proporción que tenemos será $\frac{100}{33{,}19} = \frac{110}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando *x* tenemos: $\frac{100}{33{,}19} = \frac{110}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 110 \cdot 33{,}19 \rightarrow x = \frac{3650{,}9}{100} = 36{,}51$€

El precio después de añadir el IVA es de 36,51 €.

19. Página 32

Si al precio de la raqueta sin IVA, que es el 100 %, se le aumenta el 21 % del IVA, el precio final de la raqueta será del 100 + 21 = 121 %. Por tanto, el precio final con IVA será:

121 % de 182 € $= \frac{121}{100} \cdot 182 = 1{,}21 \cdot 182 = 220{,}22$ €

El precio de la raqueta con IVA es de 220,22 €.

20. Página 32

El precio de la entrada ha subido un 9,5 %. Por tanto, el precio actual de la entrada será:

109,5 % de 12 € $= \frac{109{,}5}{100} \cdot 12 = 1{,}095 \cdot 12 = 13{,}14$ €

El precio actual de la entrada es 13,14 €.

21. Página 32

La autonomía del móvil, el 100 %; ha disminuido un 28 %. Por tanto, la autonomía del móvil será:

72 % de 6 h $= \frac{72}{100} \cdot 6 = 0{,}72 \cdot 6 = 4{,}32$ horas

Ahora el móvil tiene 4,32 horas de autonomía.

22. Página 32

El precio del arreglo, el 100 %; ha tenido un descuento de un 15 %, con ese descuento el precio ha sido de 328 €, así que si *x* es el coste del arreglo:

85 % de *x* € = 328 $\longrightarrow \frac{85}{100} \cdot x = 328 \rightarrow 0{,}85x = 328 \rightarrow x = \frac{328}{0{,}85} = 385{,}88$ €

El arreglo costaba 385,88 €.

23. Página 32

Por cada 10 € del precio los días de diario, se pagarán en fin de semana 11,5 €. Para calcular el porcentaje que ha aumentado el precio construimos la regla de tres directa:

10 € $\xrightarrow{\text{el fin de semana}}$ 11,50 €

100 € $\xrightarrow{\text{el fin de semana}}$ *x* €

La proporción que tenemos será $\frac{10}{100} = \frac{11{,}5}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando *x* tenemos:

$$\frac{10}{100} = \frac{11{,}5}{x} \rightarrow 10 \cdot x = 11{,}5 \cdot 100 \rightarrow x = \frac{1150}{10} = 115\ \%$$

El porcentaje que aumentan el precio será de $115 - 100 = 15\ \%$.

24. Página 33

Si al precio inicial, el 100 %, se le sube un 24 %, el precio será el 100 + 24 = 124 % del precio inicial.

Al rebajar el 20 %, el precio será el 100 − 20 = 80 % del precio aumentado.

Es decir, el precio de la televisión será:

80 % del 124 % de 458 € $= \frac{80}{100} \cdot \frac{124}{100} \cdot 458 = 0{,}8 \cdot 1{,}24 \cdot 458 = 454{,}336 = 454{,}34$ €.

El precio de la televisión será de 454,34 €.

25. Página 33

Si la cantidad inicial, el 100 %, disminuye un 17,5 %, la cantidad en agosto será el 100 − 17,5 = 82,5 % de la cantidad inicial.

Al aumentar el 21 %, la cantidad en septiembre será 100 + 21 = 121 % de la cantidad en agosto.

La cantidad de basura al terminar septiembre será:

121 % del 82,5 % de 56 kg $= \frac{121}{100} \cdot \frac{82{,}5}{100} \cdot 56 = 1{,}21 \cdot 0{,}825 \cdot 56 = 55{,}90$ kg.

Al terminar septiembre los vecinos generan 55,90 kg diarios de basura.

26. Página 33

Si la cantidad inicial, el 100 %, disminuye un 23 %, la cantidad después del incendio será 100 − 23 = 77 % de la cantidad inicial.

Al aumentar el 11 %, la cantidad final de árboles será 100 + 11 = 111 % de la cantidad después del incendio.

La cantidad árboles después de la repoblación será:

111 % del 77 % de 16 000 ha $= \frac{111}{100} \cdot \frac{77}{100} \cdot 16000 = 1{,}11 \cdot 0{,}77 \cdot 16000 = 13675{,}2$ ha.

Quedan por repoblar $16000 - 13675{,}2 = 2324{,}8$ ha .

27. Página 33

Si el valor inicial, el 100 %, disminuye un 18 %, el valor después de la matriculación será 100 − 18 = 82 % del valor inicial.

Al sufrir una depreciación del 10 %, el valor al final de cada año será el 100 − 10 = 90 % del valor del año anterior.

El valor al final del tercer año será:

90 % del 90 % del 90 % del 82 % de 15 000 €:

$$\frac{90}{100} \cdot \frac{90}{100} \cdot \frac{90}{100} \cdot \frac{82}{100} \cdot 15000 = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}82 \cdot 15000 = 8966{,}7 \text{ €}$$

El valor del coche al final del tercer año será de 8 966,7 €.

28. Página 34

$i = 2260 - 2000 = 260$

$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=2000,\ i=260,\ r=3{,}25} 260 = \frac{2000 \cdot 3{,}25 \cdot t}{100} = t \cdot 65 \rightarrow t = \frac{260}{65} = 4$ años.

Ha mantenido el dinero durante 4 años.

29. Página 34

$i = 3788{,}75 - 3500 = 288{,}75$

$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=3500,\ i=288{,}75;\ t=3} 288{,}75 = \frac{3500 \cdot r \cdot 3}{100} = t \cdot 105 \rightarrow t = \frac{288{,}75}{105} = 2{,}75$ %.

Hemos puesto el capital a un rédito del 2,75 %.

30. Página 34

$i = 2 \cdot C - C = C$

$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C,\ i=C,\ r=7{,}5} C = \frac{C \cdot 7{,}5 \cdot t}{100} = C \cdot t \cdot 0{,}075 \rightarrow t = \frac{C}{C \cdot 0{,}075} = 13{,}\widehat{3} = 13 + \frac{1}{3}$ años.

13 años y un tercio de año debemos mantener el capital al 7,5 % de rédito para duplicarlo.

31. Página 34

23 meses $= \frac{23}{12}$ años

$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=2700,\ r=5{,}5;\ t=\frac{23}{12}} i = \frac{2700 \cdot 5{,}5 \cdot \frac{23}{12}}{100} = 284{,}625 = 284{,}63$ €.

La cantidad que retiraremos será $2700 + 284{,}63 = 2984{,}63$ €.

32. Página 34

Con los intereses de la primera oferta obtendremos:

$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=4500,\ r=5{,}2;\ t=4} i = \frac{4500 \cdot 5{,}2 \cdot 4}{100} = 936$ €.

El beneficio total de la primera oferta será $936 + 180 = 1116$ €.

Los beneficios de la segunda oferta el primer año serán:

$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=4500,\ r=6;\ t=1} i = \frac{4500 \cdot 6 \cdot 1}{100} = 270$ €

Los beneficios los tres años siguientes serán:

$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=4500,\ r=4{,}8;\ t=3} i = \frac{4500 \cdot 4{,}8 \cdot 3}{100} = 648$ €

El beneficio total de la segunda oferta será $270 + 648 = 918$ €.

Es más ventajosa la primera oferta.

33. Página 35

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=5600,\ r=3,8;\ t=10} C_{Total} = 5600 \cdot \left(1 + \frac{3,8}{100}\right)^{10} = 8131,33 \text{ €.}$$

El capital final será 8 131,33 €.

34. Página 35

Que los intereses se acumulen cuatrimestralmente significa que el banco ingresa en tu cuenta los intereses correspondientes a los cuatro últimos meses y los acumula a la cantidad de dinero que tengas en ese momento.

Por tanto hay que tener en cuenta el número de veces que esto ocurre durante el año (*k*). Puesto que el año tiene 3 cuatrimestres:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} \xrightarrow{C=14000,\ r=2,4;\ t=12,\ k=3} C_{Total} = 14000 \cdot \left(1 + \frac{2,4}{3 \cdot 100}\right)^{3 \cdot 12} = 18651,22 \text{ €.}$$

El capital final será de 18 651,22 €.

35. Página 35

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_{Total}=13506,10,\ r=3;\ t=4} 13506,10 = C \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^4 = C \cdot 1,12550881$$

$$\rightarrow C = \frac{13506,10}{1,1255088} = 12000 \text{ €}$$

El dinero que invirtió fue 12 000 €.

36. Página 35

Que los intereses se acumulen mensualmente significa que el banco ingresa en tu cuenta los intereses correspondientes al último mes y los acumula a la cantidad de dinero que tengas en ese momento.

Por tanto hay que tener en cuenta el número de veces que esto ocurre durante el año (*k*). Puesto que el año tiene 12 meses:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} \xrightarrow{C=25000,\ r=5;\ t=5,\ k=12} C_{Total} = 25000 \cdot \left(1 + \frac{5}{12 \cdot 100}\right)^{12 \cdot 5} = 32083,97 \text{ €.}$$

El capital final será de 32 083,97 €.

37. Página 35

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_{Total}=896,91,\ r=2,9;\ t=4} 896,91 = C \cdot \left(1 + \frac{2,9}{100}\right)^4 = C \cdot 1,1211443$$

$$\rightarrow C = \frac{896,91}{1,1211443} = 800 \text{ €}$$

El dinero que costaba la televisión inicialmente era de 800 €.

ACTIVIDADES FINALES

38. Página 36

a) La razón de colonia que he gastado es $\frac{28}{50}=\frac{14}{25}$; es decir, de cada 25 ml de colonia hemos gastado 14 ml.

b) La razón de unidades que ha estudiado Antonio es $\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$; es decir, de cada 4 unidades ha estudiado 3.

c) La razón de flores que han salido es $\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$; es decir, de cada 7 semillas han salido 4 flores.

d) La razón de bocadillos que ha vendido Juan es $\frac{25}{60}=\frac{5}{12}$; es decir, de cada 12 bocadillos ha vendido 5.

e) La razón de arroz utilizado es $\frac{300}{500}=\frac{3}{5}$, es decir, de cada 5 gramos de arroz se usan 3.

f) La razón de revistas repartidas es $\frac{122}{600}=\frac{61}{300}$, es decir, de cada 300 revistas reparten 61.

39. Página 36

a) Falsa. Si un albañil tarda 2 semanas, tres albañiles tardarán menos tiempo.

b) Verdadera. Si tres barras de pan cuestan 1,80 €, la razón del precio por la cantidad de barras de pan es $\frac{1,80}{3}=0,60$ €. Si ahora la cantidad de barras de pan fuese 10, y pagamos por ellas 6 €, la razón entre el precio y la cantidad de barras de pan es $\frac{6}{10}=0,60$ €. La razón es la misma, por tanto la afirmación es verdadera.

c) Verdadera. Si hay cinco personas para compartir una ración de 20 gambas, la razón de gambas por persona es: $\frac{20}{5}=4.$

d) Falsa. Si en 3 saltos recorre 8 m, la razón de distancia por salto es $\frac{8}{3}=2,\widehat{6}$. Si en 9 saltos recorre 16 m, la razón de distancia por salto es $\frac{16}{9}=1,\widehat{7}$. Las razones son distintas, por tanto la afirmación es falsa.

40. Página 36

La razón entre la distancia real y la distancia en el mapa viene dada por $\frac{286}{13}=\frac{484}{22}=22$; es decir, cada cm en el mapa representa 22 km en la realidad. Por tanto, si la distancia entre Cádiz y León en el mapa mide 35 cm, la distancia real será $35\cdot 22=770$ km.

41. Página 36

La razón de litros por vaso viene dada por $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}=0,25$ ℓ; es decir, en cada vaso cogen 0,25 ℓ. Si tuviéramos 15 vasos tendríamos que usar $15\cdot 0,25=3,75$ ℓ.

42. Página 36

$80\ m^3 = 80\,000\ \ell$

La razón de peces por litro que pueden vivir en el agua viene dada por $\frac{2400}{80\,000} = \frac{3}{100} = 0{,}03$.

En 200 ℓ de agua podrán vivir $200 \cdot 0{,}03 = 6$ peces.

43. Página 36

a) Si el tamaño del jardín se multiplica por dos, el volumen de agua consumida se duplica. Si el tamaño se triplica, el volumen de agua también. Son dos magnitudes directamente proporcionales.

b) Si una gallina puede poner un número determinado de huevos, dos podrán poner el doble, tres el triple. Son dos magnitudes directamente proporcionales.

c) A medida que aumenta la altura del caballo también lo hace su peso, son magnitudes directamente proporcionales.

d) Si se multiplica por dos la profundidad del buzo, la presión a la que se ve sometido se duplica. Si se triplica la profundidad la presión también. Son magnitudes directamente proporcionales.

44. Página 36

El número de horas y el sueldo son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Por 5 horas de trabajo $\xrightarrow{\text{sueldo}}$ 45 €

Por 12 horas de trabajo $\xrightarrow{\text{sueldo}}$ x €

La proporción que tenemos será $\frac{5}{12} = \frac{45}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando *x* tenemos:

$$\frac{5}{12} = \frac{45}{x} \rightarrow 5 \cdot x = 45 \cdot 12 = 540 \rightarrow x = \frac{540}{5} = 108$$

Por 12 horas, el sueldo será: 108 €.

45. Página 36

Si da 18 vueltas a un circuito de 17 km, recorre una distancia de $17 \cdot 18 = 306$ km.

La distancia recorrida y la gasolina consumida son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Por 100 km $\xrightarrow{\text{consume}}$ 67 ℓ

Por 306 km $\xrightarrow{\text{consume}}$ *x* ℓ

La proporción que tenemos será $\frac{100}{306} = \frac{67}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando *x* tenemos:

$$\frac{100}{306} = \frac{67}{x} \rightarrow 100 \cdot x = 306 \cdot 67 = 20\,502 \rightarrow x = \frac{20\,502}{100} = 205{,}02$$

La gasolina consumida en 306 km será 205,02 ℓ.

46. Página 36

$$\frac{20}{40}=\frac{a}{12}=\frac{b}{18}=\frac{32}{c}$$

Multiplicamos en cruz para obtener las cantidades desconocidas:

$$20\cdot 12=40\cdot a\rightarrow a=\frac{240}{40}=6\,,\ 20\cdot 18=40\cdot b\rightarrow b=\frac{360}{40}=9\ \text{ y }\ 20\cdot c=40\cdot 32\rightarrow c=\frac{1\,280}{20}=64$$

47. Página 36

El número de vacas y los litros de leche producidos son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para producir 300 ℓ de leche $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ 12 vacas

Para producir 500 ℓ de leche $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ x vacas

La proporción que tenemos será $\frac{300}{500}=\frac{12}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{300}{500}=\frac{12}{x}\rightarrow 300\cdot x=500\cdot 12=6\,000\rightarrow x=\frac{6\,000}{300}=20$

Para producir 500 ℓ necesitamos 20 vacas. Deberían comprar $20-12=8$ vacas.

48. Página 36

La velocidad y la distancia recorrida son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para recorrer 164 km $\xrightarrow{\text{la velocidad es}}$ 35 km/h

Para recorrer 225 km $\xrightarrow{\text{la velocidad es}}$ x km/h

La proporción que tenemos será $\frac{164}{225}=\frac{35}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{164}{225}=\frac{35}{x}\rightarrow 164\cdot x=35\cdot 225=7\,875\rightarrow x=\frac{7\,875}{164}=48{,}02$

Para recorrer 225 km debería haber ido a una velocidad de $48{,}02$ km/h.

49. Página 36

Los escaños y el porcentaje de votos son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Con el 52 % de votos $\xrightarrow{\text{se obtienen}}$ 8 escaños

Con el 39 % de votos $\xrightarrow{\text{se obtienen}}$ x escaños

$$\frac{52}{39}=\frac{8}{x}\rightarrow 52\cdot x=39\cdot 8=312\rightarrow x=\frac{312}{52}=6$$

El partido que ha obtenido el 39 % de los votos obtiene 6 escaños.

Veamos que sucede para el otro partido.

Planteamos la regla de tres: Con el 52 % de votos $\xrightarrow{\text{se obtienen}}$ 8 escaños

Con el 13 % de votos $\xrightarrow{\text{se obtienen}}$ x escaños

$$\frac{52}{13}=\frac{8}{x}\rightarrow 52\cdot x=13\cdot 8=104\rightarrow x=\frac{104}{52}=2$$

El partido que ha obtenido el 13 % de los votos obtiene 2 escaños.

50. Página 36

La cantidad de leche y las personas que comen el helado son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para 6 personas $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ 750 ml de leche

Para 10 personas $\xrightarrow{\text{sonnecesarios}}$ x ml de leche

La proporción que tenemos será $\frac{6}{10} = \frac{750}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{6}{10} = \frac{750}{x} \rightarrow 6 \cdot x = 750 \cdot 10 = 7\,500 \rightarrow x = \frac{7\,500}{6} = 1\,250$

Para 10 personas son necesarios 1 250 ml de leche.

51. Página 36

La distancia recorrida y la gasolina consumida son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Con 7,3 ℓ $\xrightarrow{\text{recorre}}$ 100 km

Con 4 ℓ $\xrightarrow{\text{recorre}}$ x km

La proporción que tenemos será $\frac{7,3}{4} = \frac{100}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{7,3}{4} = \frac{100}{x} \rightarrow 7,3 \cdot x = 100 \cdot 4 = 400 \rightarrow x = \frac{400}{7,3} = 54,79$

Con 4 ℓ de gasolina puede recorrer 54,79 km.

52. Página 36

Por el método de reducción a la unidad. Por cada gramo de canelones la cantidad de colesterol es $\frac{118}{100} = 1,18$ mg. Por tanto, en 185 g habrá $1,18 \cdot 185 = 218,3$ mg = 0,2183 g.

53. Página 37

Método de reducción a la unidad: Por cada lavadora los kg de ropa lavada son $\frac{420}{4} = 105$.

Por tanto, si compra 2 lavadoras más tendrá 6 lavadoras, y podrán lavar $105 \cdot 6 = 630$ kg de ropa a la semana.

54. Página 37

El volumen de arena y los camiones necesitados son cantidades directamente proporcionales.

Planteamos la regla de tres: Para 3 750 m^3 $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ 250 camiones

Para 4 500 m^3 $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ x camiones

La proporción que tenemos será $\frac{3750}{4500} = \frac{250}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{3750}{4500} = \frac{250}{x} \rightarrow 3750 \cdot x = 250 \cdot 4500 = 1125000 \rightarrow x = \frac{1125000}{3750} = 300$$

El número de camiones necesarios para extraer 4 500 m^3 es 300.

55. Página 37

a) Si tenemos la mitad de agua y la mitad de aire, y dividimos la cantidad de agua a la mitad, nos quedaría un cuarto de agua y tres cuartos de aire, pero tres cuartos no es el doble de un medio. Por tanto no son dos magnitudes inversamente proporcionales.

b) Si para hacer un trabajo una persona necesita una cantidad de tiempo determinado, dos personas necesitarán la mitad, tres la tercera parte. Son dos magnitudes inversamente proporcionales.

c) Cuantos más días de lluvia haya, mayor será la cosecha de trigo. Por tanto no son dos magnitudes inversamente proporcionales.

d) Bajo unas condiciones constantes de temperatura, en un gas se verifica $P \cdot V = cte$, por tanto, si multiplicamos la presión por dos, el volumen se divide a la mitad. Son dos magnitudes inversamente proporcionales.

e) Si estamos llenando un depósito con un grifo y añadimos otro, se llenaría más rápido. Por lo tanto el tiempo que tarda en llenarse un depósito y el número de grifos que lo llenan son magnitudes inversamente proporcionales.

f) Si tenemos un paquete de comida y lo come un perro dura más que si lo comen dos perros, así que a más perros menos dura la comida. Son magnitudes inversamente proporcionales.

56. Página 37

El número de dioptrías y la distancia a la que no podemos ver son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 2 dioptrías $\xrightarrow{\text{visión borrosa a}}$ 50 cm

4 dioptrías $\xrightarrow{\text{visión borrosa a}}$ x cm

La proporción que tenemos será $\frac{2}{4} = \frac{x}{50}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{2}{4} = \frac{x}{50} \rightarrow 2 \cdot 50 = 4 \cdot x \rightarrow x = \frac{100}{4} = 25$$

Charo no ve los objetos con nitidez a partir de 25 cm.

57. Página 37

El número de ovejas y los días en que tardan en comer la hierba de la parcela son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 12 ovejas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 4 días

32 ovejas $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x días

La proporción que tenemos será $\frac{12}{32} = \frac{x}{4}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{12}{32} = \frac{x}{4} \rightarrow 12 \cdot 4 = 32 \cdot x \rightarrow x = \frac{48}{32} = \frac{3}{2} = 1{,}5 \text{ días.}$$

32 ovejas tardarían 1 día y medio.

58. Página 37

La temperatura y las horas que tarda en congelarse el pollo son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: A –10 °C $\xrightarrow{\text{tarda}}$ 4 horas

A –18 °C $\xrightarrow{\text{tarda}}$ x horas

La proporción que tenemos será $\frac{-10}{-18} = \frac{x}{4}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{-10}{-18} = \frac{x}{4} \rightarrow -10 \cdot 4 = -18 \cdot x \rightarrow x = \frac{-40}{-18} = \frac{20}{9} = 2,\widehat{2}$

A –18 °C, el pollo tardaría en congelarse $2,\widehat{2}$ horas.

59. Página 37

La cantidad de personas que tienen que alimentar y los días para los que son suficientes los alimentos son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: Para 63 personas $\xrightarrow{\text{la comida durará}}$ 8 días

Para 72 personas $\xrightarrow{\text{la comida durará}}$ x días

La proporción que tenemos será $\frac{63}{72} = \frac{x}{8}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{63}{72} = \frac{x}{8} \rightarrow 63 \cdot 8 = 72 \cdot x \rightarrow x = \frac{504}{72} = 7$

Podrían alimentar a 72 personas durante 7 días.

60. Página 37

El número de obreros y el tiempo que tardan en terminar son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 24 días $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ 6 obreros

8 días $\xrightarrow{\text{son necesarios}}$ x obreros

La proporción que tenemos será $\frac{24}{8} = \frac{x}{6}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{24}{8} = \frac{x}{6} \rightarrow 6 \cdot 24 = 8 \cdot x \rightarrow x = \frac{144}{8} = 18$

Para terminar la obra en 8 días debe asignar 18 obreros.

61. Página 37

El número de páginas diarias y los días de estudio son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: 12 días $\xrightarrow{\text{hay que estudiar}}$ 15 páginas diarias

8 días $\xrightarrow{\text{hay que estudiar}}$ x páginas diarias

La proporción que tenemos será $\frac{12}{8} = \frac{x}{15}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{12}{8} = \frac{x}{15} \rightarrow 12 \cdot 15 = 8 \cdot x \rightarrow x = \frac{180}{8} = 22,5$

Para preparar el examen en 8 días, hay que estudiar 22,5 páginas por día.

62. Página 37

a) El número de dotaciones de bomberos y las horas de extinción son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa: Para apagar el incendio en 15 horas $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ 6 dotaciones

Para apagar el incendio en 9 horas $\xrightarrow{\text{son necesarias}}$ x dotaciones

La proporción que tenemos será $\frac{15}{9} = \frac{x}{6}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{15}{9} = \frac{x}{6} \rightarrow 6 \cdot 15 = 9 \cdot x \rightarrow x = \frac{90}{9} = 10$$

Para extinguir el fuego en 9 horas necesitamos 10 dotaciones de bomberos.

En el caso de 10 horas, tendríamos la proporción $\frac{15}{10} = \frac{x}{6}$, que nos daría $x = 9$.

Para extinguir el fuego en 10 horas necesitamos 9 dotaciones de bomberos.

b) Construimos la regla de tres inversa: Para apagar el incendio en 6 dotaciones $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 15 horas

Para apagar el incendio en 18 dotaciones $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x horas

La proporción que tenemos será $\frac{6}{18} = \frac{x}{15}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{6}{18} = \frac{x}{15} \rightarrow 6 \cdot 15 = 18 \cdot x \rightarrow x = \frac{90}{18} = 5$

Con 18 dotaciones de bomberos, se extinguiría el fuego en 5 horas.

63. Página 37

a) La distancia recorrida y el tiempo que se tarda son magnitudes directamente proporcionales. Si tenemos en cuenta que 1 hora = 60 min, tenemos la siguiente regla de tres:

110 km $\xrightarrow{\text{tarda}}$ 60 minutos

x km $\xrightarrow{\text{tarda}}$ 90 minutos

La proporción que tenemos será $\frac{110}{x} = \frac{60}{90}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{110}{x} = \frac{60}{90} \rightarrow 90 \cdot 110 = 60 \cdot x \rightarrow x = \frac{9900}{60} = 165$$

Ha recorrido 165 km.

b) Tenemos la siguiente regla de tres:

110 km $\xrightarrow{\text{tarda}}$ 60 minutos

495 km $\xrightarrow{\text{tarda}}$ x minutos

La proporción que tenemos será $\frac{110}{495} = \frac{60}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{110}{495} = \frac{60}{x} \rightarrow 110 \cdot x = 60 \cdot 495 \rightarrow x = \frac{29700}{110} = 270$

Tarda 270 minutos = 4,5 horas.

64. Página 37

El número de miembros del grupo y el tiempo que tardan en hacer el trabajo son magnitudes inversamente proporcionales.

Construimos la regla de tres inversa:

Un grupo de 5 alumnos $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 6 horas lectivas

Un grupo de 4 alumnos $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x horas lectivas

La proporción que tenemos será $\frac{5}{4}=\frac{x}{6}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{5}{4}=\frac{x}{6}\rightarrow 6\cdot 5=4\cdot x\rightarrow x=\frac{30}{4}=7{,}5$$

Los grupos de 4 alumnos tardarían 7,5 horas lectivas.

Veamos ahora que sucedería si los grupos fuesen de 6 personas.

Construimos la regla de tres inversa:

Un grupo de 5 alumnos $\xrightarrow{\text{tardan}}$ 6 horas lectivas

Un grupo de 6 alumnos $\xrightarrow{\text{tardan}}$ x horas lectivas

La proporción que tenemos será $\frac{5}{6}=\frac{x}{6}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{5}{6}=\frac{x}{6}\rightarrow 6\cdot 5=6\cdot x\rightarrow x=\frac{30}{6}=5$$

Los grupos de 6 alumnos tardarían 5 horas lectivas.

65. Página 37

a) 25 % de 18 000 $=\frac{25}{100}\cdot 18000=4500$

b) 34 % de 657 000 $=\frac{34}{100}\cdot 657000=223380$

c) 15 % de 1 500 $=\frac{15}{100}\cdot 1500=225$

d) 71 % de 83 000 $=\frac{71}{100}\cdot 83000=58930$

66. Página 37

Por cada 100 g de kiwi, tiene 90 mg = 0,09 g de vitamina C. El porcentaje que representa es el 0,09 %.

Por cada 100 g de naranja, tiene 50 mg = 0,05 g de vitamina C. El porcentaje que representa es el 0,05 %.

El kiwi supera a la naranja en porcentaje de vitamina C en 0,09 – 0,05 = 0,04 %.

67. Página 38

Por cada 10 personas sin protección, 7 se han quemado. Para calcular el porcentaje que representa construimos la regla de tres directa:

10 personas sin protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ 7 personas

100 personas sin protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ x personas

La proporción que tenemos será $\frac{10}{100}=\frac{7}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{10}{100}=\frac{7}{x}\rightarrow 10\cdot x=100\cdot 7\rightarrow x=\frac{700}{10}=70$$

Dentro de las personas sin protección sufren quemaduras el 70 %.

Por cada 10 personas con protección, 2 se han quemado. Para calcular el porcentaje que representa construimos la regla de tres directa:

10 personas con protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ 2 personas

100 personas con protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ x personas

La proporción que tenemos será $\frac{10}{100}=\frac{2}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{10}{100}=\frac{2}{x}\rightarrow 10\cdot x=100\cdot 2\rightarrow x=\frac{200}{10}=20$$

Dentro de las personas sin protección sufren quemaduras el 20 %.

Por cada 100 personas sin protección, 70 se han quemado. Para calcular la cantidad de quemados que hubo construimos la regla de tres directa:

100 personas sin protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ 70 personas

1 700 personas sin protección $\xrightarrow{\text{se queman}}$ x personas

La proporción que tenemos será $\frac{100}{1\,700}=\frac{70}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{100}{1\,700}=\frac{70}{x}\rightarrow 100\cdot x=1\,700\cdot 70\rightarrow x=\frac{119\,000}{100}=1\,190$$

Han sufrido quemaduras 1 190 personas.

68. Página 38

Sea C el total de ciudadanos que podían votar en el referéndum.

El 37,8 % del 76,5 % de $C = 25\,447$

$$\frac{37{,}8}{100}\cdot\frac{76{,}5}{100}\cdot C=25447\;\longrightarrow\;0{,}28917\cdot C=25447\;\longrightarrow\;C=\frac{25447}{0{,}28917}=88000$$

Podían votar 88 000 personas.

69. Página 38

Por 25 €, me pedía 29,5 €. Para calcular el porcentaje que representa construimos la regla de tres directa:

25 € $\xrightarrow{\text{pedía}}$ 29,5 €

100 € $\xrightarrow{\text{pediría}}$ x €

La proporción que tenemos será $\frac{25}{100}=\frac{29,5}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{25}{100}=\frac{29,5}{x}\rightarrow 25\cdot x=100\cdot 29,5\rightarrow x=\frac{2\,950}{25}=118$$

Representa un porcentaje de 118 %. Es decir, se había equivocado en un 118 – 100 = 18 %.

70. Página 38

Por cada 15 € pagados, tendremos que pagar 100 €. Para calcular el precio de los libros construimos la regla de tres directa:

15 € pagados $\xrightarrow{\text{total}}$ 100 €

36 € pagados $\xrightarrow{\text{total}}$ x €

La proporción que tenemos será $\frac{15}{36}=\frac{100}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{15}{36}=\frac{100}{x}\rightarrow 15\cdot x=100\cdot 36\rightarrow x=\frac{3\,600}{15}=240$$

El precio total de los libros es 240 €.

71. Página 38

a) $0,45=\frac{45}{100}=$ 45 %. Por tanto, el porcentaje que se disminuye es 100 – 45 = 55 %.

b) $1,26=\frac{126}{100}=$ 126 %. Por tanto, el porcentaje que se aumenta es 126 – 100 = 26 %.

c) $1,05=\frac{105}{100}=$ 105 %. Por tanto, el porcentaje que se aumenta es 105 – 100 = 5 %.

d) $0,62=\frac{62}{100}=$ 62 %. Por tanto, el porcentaje que se disminuye es 100 – 62 = 38 %.

72. Página 38

Una disminución del 90 % está representada por 100 – 90 = 10 %.

El 10 % de 60 000 $=\frac{10}{100}\cdot 60\,000=6\,000$.

Quedan 6 000 partículas.

73. Página 38

De 84 alumnos pasaron a 68. Para calcular el porcentaje que ha disminuido el número de alumnos construimos la regla de tres directa:

84 alumnos $\xrightarrow{\text{pasan a}}$ 68 alumnos

100 alumnos $\xrightarrow{\text{pasan a}}$ x alumnos

La proporción que tenemos será $\frac{84}{100}=\frac{68}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{84}{100}=\frac{68}{x}\rightarrow 84\cdot x=68\cdot 100\rightarrow x=\frac{6\,800}{84}=80,95\,\%$

El porcentaje que disminuyen los alumnos será de $100-80,95=19,05\,\%$.

74. Página 38

La multa sufrió 6 aumentos del 5 %, es decir, 100 + 5 = 105 %.

El 105 % del 105 % del 105 % del 105 % del 105 % del 105 % de 75: $\frac{105}{100}\cdot\frac{105}{100}\cdot\frac{105}{100}\cdot\frac{105}{100}\cdot\frac{105}{100}\cdot\frac{105}{100}\cdot 75=100,51$

Manuel tendrá que pagar 100,51 €.

75. Página 38

De 120 cm, la toalla pasa a medir 102 cm. Para calcular el porcentaje que ha reducido su tamaño construimos la regla de tres directa:

120 cm $\xrightarrow{\text{pasan a}}$ 102 cm

100 cm $\xrightarrow{\text{pasan a}}$ x cm

La proporción que tenemos será $\frac{120}{100}=\frac{102}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{120}{100}=\frac{102}{x}\rightarrow 120\cdot x=102\cdot 100\rightarrow x=\frac{10\,200}{120}=85\,\%$

El porcentaje que la toalla reduce su tamaño será del $100-85=15\,\%$.

76. Página 38

El total de agua del depósito, el 100 %, ha sufrido una disminución del 35 %. Es decir, pasa a ser 100 – 35 = 65 %.

De cada 100 ℓ de agua pasa a tener 65. Para calcular la capacidad total del depósito construimos la regla de tres directa:

65 ℓ $\xrightarrow{\text{provienen de}}$ 100 ℓ

6 150 ℓ $\xrightarrow{\text{provienen de}}$ x ℓ

La proporción que tenemos será $\frac{65}{6150}=\frac{100}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos $\frac{65}{6150}=\frac{100}{x}\rightarrow 65\cdot x=6150\cdot 100\rightarrow x=\frac{615000}{65}=9461,54\ \ell$

La capacidad del depósito es de 9 461,54 ℓ.

77. Página 38

El frasco sufre un aumento del precio del 12,5 %. Es decir, se traduce en un porcentaje de $100 + 12{,}5 = 112{,}5$ %.

El 112,5 % de 5,8 $= \frac{112{,}5}{100} \cdot 5{,}8 = 6{,}53$ €.

La miel ahora cuesta 6,53 €.

78. Página 38

La esperanza de vida ha aumentado de 65,3 a 71,5. Para calcular el porcentaje que representa construimos la regla de tres directa:

65,3 años de esperanza de vida hace 20 años $\xrightarrow{\text{en la actualidad}}$ 71,5 años de esperanza de vida

100 años de esperanza de vida hace 20 años $\xrightarrow{\text{en la actualidad}}$ x años de esperanza de vida

La proporción que tenemos será $\frac{65{,}3}{100} = \frac{71{,}5}{x}$.

Y multiplicando en cruz y despejando x tenemos:

$$\frac{65{,}3}{100} = \frac{71{,}5}{x} \to 65{,}3 \cdot x = 71{,}5 \cdot 100 \to x = \frac{7\,150}{65{,}3} = 109{,}5$$

El porcentaje que se ha incrementado es de $109{,}5 - 100 = 9{,}5$ %.

Si la tendencia continúa así, dentro de 20 años viviremos: el 109,5 % de 71,5 $= \frac{109{,}5}{100} \cdot 71{,}5 = 78{,}29$ años.

79. Página 38

a) Un aumento del 12 % sería un porcentaje de $100 + 12 = 112$ %.

Una disminución del 15 % sería un porcentaje de $100 - 15 = 85$ %.

El 85 % del 112 % de 1 100 $= \frac{85}{100} \cdot \frac{112}{100} \cdot 1\,100 = 0{,}85 \cdot 1{,}12 \cdot 1\,100 = 1\,047{,}2$

b) Una disminución del 18 % sería un porcentaje de $100 - 18 = 82$ %.

El 82 % del 82 % de 4 228 $= \frac{82}{100} \cdot \frac{82}{100} \cdot 4\,228 = 0{,}82 \cdot 0{,}82 \cdot 4\,228 = 2\,842{,}9072$

c) Una disminución del 32 % sería un porcentaje de $100 - 32 = 68$ %.

Un aumento del 24 % sería un porcentaje de $100 + 24 = 124$ %.

El 68 % del 124 % de 150 000 $= \frac{68}{100} \cdot \frac{124}{100} \cdot 150\,000 = 0{,}68 \cdot 1{,}24 \cdot 150\,000 = 126\,480$

d) Una disminución del 34 % sería un porcentaje de $100 - 34 = 66$ %.

Un aumento del 42 % sería un porcentaje de $100 + 42 = 142$ %.

El 66 % del 142 % de 6 700 $= \frac{142}{100} \cdot \frac{66}{100} \cdot 6700 = 1{,}42 \cdot 0{,}66 \cdot 6700 = 6279{,}24$

e) Un aumento del 15 % sería un porcentaje de $100 + 15 = 115$ %.

Una disminución del 21 % sería un porcentaje de $100 - 21 = 79$ %.

El 79 % del 115 % del 115 % de 510 $= \frac{79}{100} \cdot \frac{115}{100} \cdot \frac{115}{100} \cdot 510 = 0{,}79 \cdot 1{,}15 \cdot 1{,}15 \cdot 510 = 532{,}83525$

f) Un aumento del 34 % sería un porcentaje de 100 + 34 = 134 %.

Un aumento del 16 % sería un porcentaje de 100 + 16 = 116 %.

Una disminución del 47 % sería un porcentaje de 100 − 47 = 53 %.

El 53 % del 116 % del 134 % de 38 $= \frac{53}{100} \cdot \frac{116}{100} \cdot \frac{134}{100} \cdot 37 = 0{,}53 \cdot 1{,}16 \cdot 1{,}34 \cdot 38 = 31{,}305616$

80. Página 38

Un artículo ha sido sometido al mismo descuento 2 veces, si este descuento es *a* %, tendremos que a la cantidad inicial se ha aplicado dos veces el 100 − *a* %.

El 100 − *a* % del 100 − *a* % de 450 = 325,12 $\rightarrow \frac{100-a}{100} \cdot \frac{100-a}{100} \cdot 450 = 325{,}12 \rightarrow$

$\rightarrow (100-a)^2 = \frac{325{,}12 \cdot 10\,000}{450} = 7224{,}\widehat{8} \rightarrow 100 - a = \sqrt{7224{,}\widehat{8}} = 85 \rightarrow a = 100 - 85 = 15\%$

El porcentaje rebajado cada vez ha sido 15 %.

81. Página 38

El mes de abril, la clientela ha aumentado un 12 %; es decir, han aumentado $\frac{12}{100} \cdot 250 = 30$ personas. Así en el mes de abril habrá 250 + 30 = 280 clientes.

El mes de mayo la clientela ha aumentado un 25 %; es decir, han aumentado $\frac{25}{100} \cdot 280 = 70$ personas. Así en el mes de mayo habrá 280 + 70 = 350 clientes.

El mes de junio la clientela ha aumentado un 16 %; es decir, han aumentado $\frac{16}{100} \cdot 350 = 56$ personas. Así en el mes de junio habrá 350 + 56 = 406 clientes.

El mes de septiembre la clientela ha disminuido un 50 %; es decir, han disminuido $\frac{50}{100} \cdot 406 = 203$ personas.

Así en el mes de septiembre habrá 406 − 203 = 203 clientes.

82. Página 39

Un aumento del 5 % viene representado por 100 + 5 = 105 %.

Un aumento del 42 % representa un 100 + 42 = 142 %.

Una disminución del 55 % representa un 100 − 55 = 45 %.

Un aumento del 60 % representa un 100 + 60 = 160 %.

Tras el segundo gol se contabilizan:

El 160 % del 45 % del 142 % del 105 % de 350 000

$\frac{160}{100} \cdot \frac{45}{100} \cdot \frac{142}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot 350\,000 = 1{,}6 \cdot 0{,}45 \cdot 1{,}42 \cdot 1{,}05 \cdot 350\,000 = 375\,732$ mensajes.

83. Página 39

Un descenso del 15,5 % viene representado por 100 – 15,5 = 84,5 %.

Un aumento del 16 % representa un 100 + 16 = 116 %.

Una disminución del 20 % representa un 100 – 20 = 80 %.

Un aumento del 25 % representa un 100 + 25 = 125 %.

Tras la campaña navideña el paro asciende a:

125 % del 80 % del 116 % del 84,5 % de 230 000

$\frac{125}{100}\cdot\frac{80}{100}\cdot\frac{116}{100}\cdot\frac{84,5}{100}\cdot 230000 = 1,25\cdot 0,8\cdot 1,16\cdot 0,845\cdot 230000 = 225446$ desempleados.

84. Página 39

Un descenso del 15 % viene representado por 100 – 15 = 85 %.

Un aumento del 15 % representa un 100 + 15 = 115 %.

Tras la rebaja y el aumento de precio los collares valdrán:

115 % del 85 % de 12 € $=\frac{115}{100}\cdot\frac{85}{100}\cdot 12 = 11,73$ €.

No vuelven a costar 12 € tras una bajada del 15 % y una subida del 15 %.

85. Página 39

$$i=\frac{C\cdot r\cdot t}{100}\xrightarrow{C=48000,\ t=12,\ r=3,45} i=\frac{48000\cdot 3,45\cdot 12}{100}=19872$$

El capital final será 48 000 + 19 872 = 67 872 €.

86. Página 39

Para que el capital se duplique, el interés obtenido debería ser igual al capital invertido, es decir, 1 000 €.

$$i=\frac{C\cdot r\cdot t}{100}\xrightarrow{C=1000,\ i=1000,\ r=2,5} 1000=\frac{1000\cdot 2,5\cdot t}{100}=25\cdot t\rightarrow t=\frac{1000}{25}=40 \text{ años}$$

Deberíamos tener el capital invertido durante 40 años.

87. Página 39

$$i=\frac{C\cdot r\cdot t}{100}\xrightarrow{C=25\,000,\ i=2\,187,5;\ t=5} 2187,5=\frac{25000\cdot r\cdot 5}{100}=1250\cdot r\rightarrow r=\frac{2187,5}{1250}=1,75\ \%$$

Se le aplicó un rédito del 1,75 %.

88. Página 39

$$i=\frac{C\cdot r\cdot t}{100}\xrightarrow{C=5000000000,\ r=8,5;\ t=5} i=\frac{5000000000\cdot 8,5\cdot 5}{100}=2125000000 \text{ € de intereses.}$$

La cantidad final que tiene que pagar el país al Banco es 5 000 000 000 + 2 125 000 000 = 7 125 000 000 €.

89. Página 39

Dado que recibe los intereses mensualmente, los intereses son simples, ya que no acumula el dinero. Los intereses correspondientes a cada mes y los intereses son anuales, el período de tiempo para el que tenemos que calcular los intereses son $\frac{1}{12}$ años.

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \xrightarrow{C=24\,000,\ i=2{,}8;\ t=\frac{1}{12}} i = \frac{24\,000 \cdot 2{,}8 \cdot \frac{1}{12}}{100} = 56 \text{ €.}$$

90. Página 39

Con la primera posibilidad obtiene:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=18\,000,\ r=4{,}5;\ t=4} C_{Total} = 18\,000 \cdot \left(1 + \frac{4{,}5}{100}\right)^4 = 21465{,}33 \text{ €}$$

Con la segunda posibilidad obtiene:

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=18\,000,\ r=4,\ t=5} C_{Total} = 18\,000 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5 = 21899{,}75 \text{ €}$$

Genera más ganancia la segunda oferta.

91. Página 39

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_{Total}=20\,553{,}6;\ r=3{,}2;\ C=15\,000} 20\,553{,}6 = 15\,000 \cdot \left(1 + \frac{3{,}2}{100}\right)^t$$

$$\rightarrow 1{,}032^t = \frac{20\,553{,}6}{15\,000} = 1{,}37024 \rightarrow \log\left(1{,}032^t\right) = t \cdot \log(1{,}032) = \log(1{,}37024)$$

$$\rightarrow t = \frac{\log(1{,}37024)}{\log(1{,}032)} = \frac{0{,}136797}{0{,}0136797} = 10$$

Hemos mantenido la inversión durante 10 años.

92. Página 39

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C=50\,000,\ r=5{,}25;\ t=3} C_{Total} = 50\,000 \cdot \left(1 + \frac{5{,}25}{100}\right)^3 = 58\,295{,}67$$

93. Página 39

$$C_{Total} = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \xrightarrow{C_{Total}=C+5\,260,\ r=1{,}97;\ t=8} C + 5260 = C \cdot \left(1 + \frac{1{,}97}{100}\right)^8 = C \cdot 1{,}1689$$

$$\rightarrow C \cdot 1{,}1689 - C = 0{,}1689 \cdot C = 5260 \rightarrow C = \frac{5\,260}{0{,}1689} = 31142{,}69$$

El capital depositado inicialmente fue 31 142,69 €.

94. Página 39

Que los intereses se acumulen cuatrimestralmente significa que el banco ingresa en tu cuenta los intereses correspondientes a los cuatro últimos meses y los acumula a la cantidad de dinero que tengas en ese momento.

Por tanto hay que tener en cuenta el número de veces que esto ocurre durante el año (*k*). Puesto que el año tiene 3 cuatrimestres:

$$C_{Total} = C\cdot\left(1+\frac{r}{k\cdot 100}\right)^{k\cdot t} \xrightarrow{C=30000,\ r=6{,}25;\ t=1,\ k=3} C_{Total} = 30\,000\cdot\left(1+\frac{6{,}25}{3\cdot 100}\right)^{3\cdot 1} = 31914{,}33\ €$$

El capital final será de 31 914,33 €.

95. Página 39

En los 5 años al 2,5 % anual obtuvo:

$$C_{Total} = C\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^{t} \xrightarrow{C=5\,000,\ r=2{,}5;\ t=5} C_{Total} = 5000\cdot\left(1+\frac{2{,}5}{100}\right)^{5} = 5657{,}04\ €$$

Si mantiene el dinero dos años más al 3 % de rédito obtendrá:

$$C_{Total} = C\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^{t} \xrightarrow{C=5657{,}04;\ r=3;\ t=2} C_{Total} = 5657{,}04\cdot\left(1+\frac{3}{100}\right)^{2} = 6001{,}55\ €$$

96. Página 39

$$C_{Total} = 20\,000 + 3288{,}95 = 23288{,}95$$

$$C_{Total} = C\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^{t} \xrightarrow{C=20000;\ C_{Total}=23288{,}95;\ t=10} 23288{,}95 = 20\,000\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^{10}$$

$$\rightarrow \left(1+\frac{r}{100}\right)^{10} = \frac{23288{,}95}{20000} = 1{,}1644475 \rightarrow 1+\frac{r}{100} = \sqrt[10]{1{,}1644475} = 1{,}01534 \rightarrow \frac{r}{100} = 0{,}01534 \rightarrow r = 1{,}534\ \%$$

El rédito aplicado fue de 1,534 %.

SABER HACER

96. Página 40

Analizamos cada uno de los préstamos y en cada uno de ellos respondemos a los apartados a) y b).

Con el préstamo Crosslindel, la comisión de apertura ascendería a:

0,5 % de 75 000 $= \frac{0{,}5}{100}\cdot 75000 = 375\ €$

La comisión de estudio es de 0 €.

La cantidad que se paga anualmente será:

$$75000 = C_0\cdot\frac{\left(1+\frac{5{,}95}{100}\right)^{5}-1}{\frac{5{,}95}{100}\cdot\left(1+\frac{5{,}95}{100}\right)^{5}} = C_0\cdot 4{,}2181 \rightarrow C_0 = \frac{75000}{4{,}2181} = 17780{,}52\ €$$

Por tanto, mensualmente pagarán $\frac{17780{,}52}{12} = 1481{,}71\ €$.

La cantidad total que devolverán al banco será $17780{,}52\cdot 5 + 375 = 89277{,}6\ €$.

Con el préstamo Frienlink, la comisión de apertura es de 0 €.

La comisión de estudio ascenderá a:

1 % de 75 000 $=\frac{1}{100}\cdot 75000=750$ €

La cantidad que se paga anualmente será:

$$75000=C_0\cdot\frac{\left(1+\frac{6,8}{100}\right)^7-1}{\frac{6,8}{100}\cdot\left(1+\frac{6,8}{100}\right)^7}=C_0\cdot 5,42707\rightarrow C_0=\frac{75000}{5,42707}=13819,61\text{€}$$

Por tanto, mensualmente pagarán $\frac{13819,61}{12}=1151,63$ €.

La cantidad total que devolverán al banco será $13819,61\cdot 7+750=97487,27$ €.

Con el préstamo Outlander, la comisión de apertura ascendería a:

0,75 % de 75 000 $=\frac{0,75}{100}\cdot 75000=562,5$ €

La comisión de estudio ascenderá a:

0,75 % de 75 000 $=\frac{0,75}{100}\cdot 75000=562,5$ €

La cantidad que se paga anualmente será:

$$75000=C_0\cdot\frac{\left(1+\frac{6,45}{100}\right)^{10}-1}{\frac{6,45}{100}\cdot\left(1+\frac{6,45}{100}\right)^{10}}=C_0\cdot 7,20568\rightarrow C_0=\frac{75000}{7,20568}=10408,46\text{ €}$$

Por tanto, mensualmente pagarán $\frac{10408,46}{12}=867,37$ €.

La cantidad total que devolverán al banco será $10408,46\cdot 10+562,5+562,5=105209,6$ €.

Polinomios

3

PUNTO DE PARTIDA

Página 41

$x+12 \xrightarrow{x=72} 84$ millones de personas hablan francés.

$\frac{3x}{2}-11 \xrightarrow{x=72} \frac{3\cdot 72}{2}-11=97$ millones de personas hablan inglés.

$2x+11 \xrightarrow{x=72} 2\cdot 72+11=155$ millones de personas hablan alemán.

$\frac{x}{6}+1 \xrightarrow{x=72} \frac{72}{6}+1=13$ millones de personas hablan sueco.

ACTIVIDADES

1. Página 42

Monomio	$4xy^2t$	$-2a^5b^2$	$6n^3k$	h^6c
Incógnitas	x, y, t	a, b	n, k	h, c
Parte literal	xy^2t	a^5b^2	n^3k	h^6c
Coeficiente	4	−2	6	1
Grado	4	7	4	7

2. Página 42

a) No b) Sí c) Sí d) No

3. Página 42

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $5zw^3h$

b) $-3xv^3s^4$

c) $2x^3y^2z$

d) $4x^2y^3z^4$

e) $2x^5wa$

f) $-7kdmx^2$

g) $-\frac{1}{3}x^4$

h) $2m^4fc^3$

i) $\frac{1}{5}x$

4. Página 43

a) $7x^4+\frac{1}{2}x^4+\frac{2}{3}x^4-\frac{10}{6}x^4=\frac{13}{2}x^4$

b) $\frac{1}{3}xy^2+2xy^2-\frac{4}{3}xy^2=xy^2$

c) $-4x^2y+5x^2y-3x^2y+2x^2y=0$

d) $x^4yz^3-5x^4yz^3+8x^4yz^3=4x^4yz^3$

5. Página 43

a) $-8x^4+\frac{9}{4}x^3\cdot\frac{16}{3}x=-8^4+12x^4=4x^4$

b) $\frac{5}{2}x^2\cdot\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}x=\frac{3}{2}x^3-\frac{1}{5}x$

c) $\left(\frac{1}{6}xy^4+\frac{5}{6}xy^4\right)\cdot(-2y^3)=xy^4\cdot(-2y^3)=-2xy^7$

d) $(2xy^5+4xy^5):(-3xy^3+12xy^3)=6xy^5:(9xy^3)=\frac{2}{3}y^2$

6. Página 44

	Términos	T. independiente	Grado
a)	$-4x^5, x^4, 3x^2, -11$	-11	5
b)	$8x^5, -x^4, 2x^3, -9x^2, -1$	-1	5
c)	$x^7, -5x^6, 14x^4, -13x, 24$	24	7
d)	$-\frac{1}{2}x^{15}, -6x^9, -4x^8, 9x^6, -3x^4, -4x, 7$	7	15
e)	$4x^5, 5x^3, -3x^2, 6x, -1$	-1	5
f)	$x^4, 8x^3, -x^2, 12x$	0	4
g)	$x^9, -11x^7, 4$	4	9

7. Página 44

a) $P(1) = 2\cdot 1^4 - 3\cdot 1^3 + 1^2 - 6\cdot 1 + 2 = -4$

b) $P(-1) = -(-1)^5 + 6\cdot(-1)^3 + 4\cdot(-1)^2 - 5 = -6$

c) $P(-2) = 4\cdot(-2)^3 + 3\cdot(-2)^2 + 8\cdot(-2) - 5 = -41$

d) $P(-1) = -5(-1)^6 + (-1)^3 + 3\cdot(-1)^2 = -3$

e) $P(4) = 4^3 - 4\cdot 4^2 + 2\cdot 4 - 6 = 2$

f) $P(2) = 3\cdot 2^5 - 4\cdot 2^3 - 20\cdot 2 - 8 = 16$

g) $P(0) = 6\cdot 0^8 - 7\cdot 0^6 - 5\cdot 0^4 = 0$

8. Página 45

a) $-P(x) = 4x^6 - 12x^5 + 7x^2 - 4x$

b) $-Q(x) = -12x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 5x + 7$

c) $-R(x) = -8x^5 + 6x^3 + x^2 - 16$

d) $-S(x) = x^3 - 15x^2 + 9$

9. Página 45

a) $P(x) - S(x) = -4x^6 + 12x^5 - 7x^2 + 4x + x^3 - 15x^2 + 9 = -4x^6 + 12x^5 + x^3 - 22x^2 + 4x + 9$

b) $Q(x) + R(x) = 12x^4 + 6x^3 - 10x^2 + 5x - 7 + 8x^5 - 6x^3 - x^2 + 16 = 8x^5 + 12x^4 - 11x^2 + 5x + 9$

c) $R(x) - S(x) = 8x^5 - 6x^3 - x^2 + 16 + x^3 - 15x^2 + 9 = 8x^5 - 5x^3 - 16x^2 + 25$

d) $R(x) - P(x) + S(x) = 8x^5 - 6x^3 - x^2 + 16 + 4x^6 - 12x^5 + 7x^2 - 4x - x^3 + 15x^2 - 9 =$
$= 4x^6 - 4x^5 - 7x^3 + 21x^2 - 4x + 7$

e) $Q(x) + S(x) - R(x) = 12x^4 + 6x^3 - 10x^2 + 5x - 7 - x^3 + 15x^2 - 9 - 8x^5 + 6x^3 + x^2 - 16 =$
$= -8x^5 + 12x^4 + 11x^3 + 6x^2 + 5x - 32$

f) $P(x) - R(x) - S(x) = -(-P(x) + R(x) + S(x)) = -(R(x) - P(x) + S(x)) = -(4x^6 - 4x^5 - 7x^3 + 21x^2 - 4x + 7) =$
$= -4x^6 + 4x^5 + 7x^3 - 21x^2 + 4x - 7$

10. Página 45

a) $(16x^3 + 4x^2 - 3x + 7) - (2x^4 + 11x^3 - 2x^2) = -2x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 3x + 7$

b) $(-5x^3 + 3x^2 - 8x + 6) + (8x^3 - 9x^2 + 6x) = 3x^3 - 6x^2 - 2x + 6$

c) $(7x^5 + 5x^3) - (-x^5 + 3x^4 - x^3 - 4) = 8x^5 - 3x^4 + 6x^3 + 4$

d) $(x^5 - 4x^2 + 10) - (-x^5 - 6x^2 + 4) = 2x^5 + 2x^2 + 6$

e) $(-x^2 - 4x - 5) + (3x^2 + 3x + 1) = 2x^2 - x - 4$

f) $(x^2 - 5x - 2) - (x^2 - 2x - 7) = -3x + 5$

g) $(4x^6 + 3x^3 - 5x) + (2x^6 - 5x^2 + 3x) = 6x^6 + 3x^3 - 5x^2 - 2x$

h) $(-x^7 - x^6 + x^5) - (x^7 + x^6 + x^5) = -2x^7 - 2x^6$

i) $(9x^8 - 2x^2 + 6) + (-9x^8 + 2x^2 - 6) = 0$

11. Página 46

a) $-3x(x^3-1)-(4x^2-2x+1)=-3x^4+3x-4x^2+2x-1=-3x^4-4x^2+5x-1$

b) $3x^2-2+2x(4x^2-2x+1)=3x^2-2+8x^3-4x^2+2x=8x^3-x^2+2x-2$

c) $4x^2-2x+1-2(3x^2-2)-4x^2(x^3-1)=4x^2-2x+1-6x^2+4-4x^5+4x^2=-4x^5+2x^2-2x+5$

d) $2(3x^2-2-4x^2+2x-1)+4x(x^3-1)=-2x^2+4x-6+4x^4-4x=4x^4-2x^2-6$

12. Página 46

a) $(2-3x^3)\cdot(2x-6)=4x-12-6x^4+18x^3$

b) $(-x^4+3x)\cdot(x^3-x+4)=-x^7+x^5-x^4-3x^2+12x$

c) $(5x^3-6)\cdot(-2x^2+3x+4)=-10x^5+15x^4+20x^3+12x^2-18x-24$

d) $(x^5-5x^3+x)\cdot(x-4)=x^6-4x^5-5x^4+20x^3+x^2-4x$

e) $(-x^7-4x^4-x^2)\cdot(3x-1)=-3x^8+x^7-12x^5+4x^4-3x^3+x^2$

13. Página 46

a) $(2x^3-x+2)\cdot(x^2-4)-2x^2(3x^2+2x-4)=2x^5-8x^3-x^3+4x+2x^2-8-6x^4-4x^3+8x^2=$
$=2x^5-6x^4-13x^3+10x^2+4x-8$

b) $(3x^2+2x-4-x^2+4)\cdot(2x^3-x+2)=(2x^2+2x)\cdot(2x^3-x+2)=4x^5+4x^4-2x^3+2x^2+4x$

c) $3x(x^2-4)+(2x^3-x+2)\cdot(3x^2+2x-4)=3x^3-12x+6x^5+4x^4-11x^3+4x^2+8x-8=$
$=6x^5+4x^4-8x^3+4x^2-4x-8$

d) $4(x^2-4-3x^2-2x+4)(2x^3-x+2)=(-8x^2-8x)(2x^3-x+2)=-16x^5-16x^4+8x^3-8x^2-16x$

e) $-2(x^2-4)(3x^2+2x-4)+3x(2x^3-x+2)=-6x^4-4x^3+8x^2+24x^2+16x-32+6x^4-3x^2+6x=$
$=-4x^3+29x^2+22x-32$

f) $(2x^3-x+2)\cdot(x^2-4)\cdot(3x^2+2x-4)-2x^2(2x^3-x+2)=6x^7+4x^6-39x^5-12x^4+54x^3-28x^2-32x+32$

g) $5(2x^3-x+2)+4(x^2-4)-x(3x^2+2x-4)=10x^3-5x+10+4x^2-16-3x^3-2x^2+4x=7x^3+2x^2-x-6$

h) $(2x^3-x+2)\cdot(2x^3-x+2)=4x^6-2x^4+4x^3-2x^4+x^2-2x+4x^3-2x+4=4x^6-4x^4+8x^3+x^2-4x+4$

i) $(3x^2+2x-4)\cdot x^3-(x^2-4)\cdot x^2=3x^5+2x^4-4x^3-x^4+4x^2=3x^5+x^4-4x^3+4x^2$

14. Página 47

a)

$$\begin{array}{rrrrr|l}
3x^5 & & -2x & +3 & & x^3+2 \\ \cline{6-6}
-3x^5 & -6x^2 & & & & 3x^2 \\ \cline{1-4}
 & -6x^2 & -2x & +3 & &
\end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
2x^6 & -x^4 & & & 3x & -4 & x^4-2x+2 \\ \cline{7-7}
-2x^6 & & +4x^3 & -4x^2 & & & 2x^2-1 \\ \cline{1-6}
 & -x^4 & +4x^3 & -4x^2 & +3x & -4 & \\
 & x^4 & & & -2x & +2 & \\ \cline{2-6}
 & & +4x^3 & -4x^2 & +x & -2 &
\end{array}$$

c)

$$\begin{array}{rrrrr|l}
4x^4 & -x^3 & +2x^2 & & +4 & x^2-4x+3 \\ \cline{6-6}
-4x^4 & +16x^3 & -12x^2 & & & 4x^2+15x+50 \\ \cline{1-5}
 & +15x^3 & -10x^2 & & +4 & \\
 & -15x^3 & +60x^2 & -45x & & \\ \cline{2-5}
 & & 50x^2 & -45x & +4 & \\
 & & -50x^2 & +200x & -150 & \\ \cline{3-5}
 & & & 155x & -146 &
\end{array}$$

d)

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
-5x^7 & +4x^5 & & -2x^2 & & +1 & x^4+5 \\ \cline{7-7}
5x^7 & & +25x^3 & & & & -5x^3+4x \\ \cline{1-6}
 & 4x^5 & +25x^3 & -2x^2 & & +1 & \\
 & -4x^5 & & & -20x & & \\ \cline{2-6}
 & & +25x^3 & -2x^2 & -20x & +1 &
\end{array}$$

e)

$$\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -3x^2 & +3x & & x-4 \\ \cline{5-5}
-x^3 & +4x^2 & & & x^2+x+7 \\ \cline{1-4}
 & x^2 & +3x & & \\
 & -x^2 & +4x & & \\ \cline{2-4}
 & & 7x & & \\
 & & -7x & +28 & \\ \cline{3-4}
 & & & +28 &
\end{array}$$

15. Página 47

a)

$$\begin{array}{rrrrr|l}
-4x^4 & +2x^3 & & -3x & +2 & 2x^2-1 \\ \cline{6-6}
4x^4 & & -2x^2 & & & -2x^2+x-1 \\ \cline{1-5}
 & +2x^3 & -2x^2 & -3x & +2 & \\
 & -2x^3 & & +x & & \\ \cline{2-5}
 & & -2x^2 & -2x & +2 & \\
 & & +2x^2 & & -1 & \\ \cline{3-5}
 & & & -2x & +1 &
\end{array}$$

Prueba:

$(-2x^2+x-1)\cdot(2x^2-1)-2x+1=$

$=-4x^4+2x^3-3x+2$

b)

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
x^6 & -8x^5 & +6x^4 & & & & -2 & x^4+x-3 \\ \cline{8-8}
-x^6 & & & -x^3 & +3x^2 & & & x^2-8x+6 \\ \cline{1-7}
 & -8x^5 & +6x^4 & -x^3 & +3x^2 & & -2 & \\
 & +8x^5 & & & +8x^2 & -24x & & \\ \cline{2-7}
 & & +6x^4 & -x^3 & +11x^2 & -24x & -2 & \\
 & & -6x^4 & & & -6x & +18 & \\ \cline{3-7}
 & & & -x^3 & +11x^2 & -30x & +16 &
\end{array}$$

Prueba:

$(x^2-8x+6)\cdot(x^4+x-3)-x^3+11x^2-30x+16=$

$=x^6-8x^5+6x^4-2$

c)

$$\begin{array}{rrrrr|l}
6x^5 & +4x^3 & -3x^2 & & +5 & x^3-5x+4 \\ \cline{6-6}
-6x^5 & +30x^3 & -24x^2 & & & 6x^2+34 \\ \cline{1-5}
 & +34x^3 & -27x^2 & & +5 & \\
 & -34x^3 & & +170x & -136 & \\ \cline{2-5}
 & & -27x^2 & +170x & -131 &
\end{array}$$

Prueba:

$(6x^2+34)\cdot(x^3-5x+4)-27x^2+170x-131=$

$=6x^5+4x^3-3x^2+5$

d)

$$\begin{array}{rrrr|l}
7x^3 & & +6x & -4 & x-3 \\ \cline{5-5}
-7x^3 & +21x^2 & & & 7x^2+21x+69 \\ \cline{1-4}
 & 21x^2 & +6x & -4 & \\
 & -21x^2 & +63x & & \\ \cline{2-4}
 & & 69x & -4 & \\
 & & -69x & +207 & \\ \cline{3-4}
 & & & 203 &
\end{array}$$

Prueba:

$(7x^2+21x+69)\cdot(x-3)+203=$

$=7x^3+6x-4$

16. Página 48

a)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -4 & +30 \\ -3 & & -3 & 15 & -33 \\ \hline & 1 & -5 & 11 & -3 \end{array} \longrightarrow C(x)=x^2-5x+11 \qquad R(x)=-3$$

b)

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & & 2 & -2 & 2 & -2 & 1 \\ \hline & -2 & 2 & -2 & 2 & -1 & -1 \end{array} \longrightarrow C(x)=-2x^4+2x^3-2x^2+2x-1 \qquad R(x)=-1$$

c)

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 2 & -1 & 0 & 3 & -9 \\ 1 & & 2 & 1 & 1 & 4 \\ \hline & 2 & 1 & 1 & 4 & -5 \end{array} \longrightarrow C(x)=2x^3+x^2+x+4 \qquad R(x)=-5$$

d)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 5 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & & -5 & 4 & -5 \\ \hline & 5 & -4 & 5 & -6 \end{array} \longrightarrow C(x)=5x^2-4x+5 \qquad R(x)=-6$$

17. Página 48

a)

$$\begin{array}{r|rrrr} & -4 & 3 & 0 & -40 \\ -2 & & 8 & -22 & 44 \\ \hline & -4 & 11 & -22 & 4 \end{array} \longrightarrow C(x)=-4x^2+11x-22 \qquad R(x)=4$$

b)

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 4 & 0 & -5 & 9 \\ -3 & & -3 & -3 & 9 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -3 & 4 & -3 \end{array} \longrightarrow C(x)=x^3+x^2-3x+4 \qquad R(x)=-3$$

c)

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -15 & -4 & -5 \\ 4 & & 4 & 16 & 4 & 0 \\ \hline & 1 & 4 & 1 & 0 & -5 \end{array} \longrightarrow C(x)=x^3+4x^2+x \qquad R(x)=-5$$

d)

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 6 & 3 & -5 & 0 & -7 \\ 1 & & 6 & 9 & 4 & 4 \\ \hline & 6 & 9 & 4 & 4 & -3 \end{array} \longrightarrow C(x)=6x^3+9x^2+4x+4 \qquad R(x)=-3$$

18. Página 49

a) $(3x-2)^2=9x^2-12x+4$

b) $(1+x)\cdot(1-x)=1-x^2$

c) $(3x^2+5)^2=9x^4+30x^2+25$

d) $(2x+3)\cdot(2x-3)=4x^2-9$

e) $(2x-1)\cdot(2x+1)=4x^2-1$

f) $(3x^2-7)\cdot(3x^2+7)=9x^4-49$

g) $(-5+2x)^2=25-20x+4x^2$

h) $(-4x-1)^2=16x^2+8x+1$

19. Página 49

a) $x^2+6x+9=(x+3)^2$

b) $9x^4-1=(3x^2-1)\cdot(3x^2+1)$

c) $36x^2-12x+1=(6x-1)^2$

d) $x^2-4=(x-2)\cdot(x+2)$

e) $x^2+18x+81=(x+9)^2$

f) $9x^2+6x+1=(3x+1)^2$

g) $4x^2-12x+9=(2x-3)^2$

h) $16x^8-16=(4x^4-4)\cdot(4x^4+4)$

20. Página 50

a) $9x^4-6x^3+3x^2=3x^2(3x^2-2x+1)$

b) $-12x^5+8x^4-36x^3=-4x^3(3x^2-2x+9)$

c) $6x^3-2x^2+4x=2x(3x^2-x+2)$

d) $25x^5-5x^2=5x^2(5x^3-1)$

e) $3x^6-6x^2+3x=-3x(-x^5+2x-1)$

f) $7x^8+4x^6-3x^4=x^3(7x^5+4x^3-3x)$

21. Página 50

a) $16x^3-12x^2+4x=4x(4x^2-3x+1)$

b) $-75x^6-25x^5+15x^3-5x^2=-5x^2(15x^4+5x^3-3x+1)$

c) $48x^5+36x^4-24x^3=12x^3(4x^2+3x-2)$

d) $26x^6-13x^4=13x^4(2x^2-1)$

e) $5x^3-x^2+5x=x(5x^2-x+5)$

f) $-9x^4-6x^2+12x=-3x(3x^3+2x-4)$

22. Página 51

a) $P(x)=x^3-2x^2-3x=x(x^2-2x-3)=x(x-3)(x+1)$

b) $P(x)=x^3+x^2-6x=x(x^2+x-6)=x(x+3)(x-2)$

c) $P(x)=x^4-x^3-6x^2=x^2(x^2-x-6)=x^2(x-3)(x+2)$

d) $P(x)=4x^3-4x^2-24x=4x(x^2-x-6)=4x(x-3)(x+2)$

23. Página 51

a) $P(x)=x^3-7x-6=(x+1)(x-3)(x+2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -7 & -6 \\ -1 & & -1 & 1 & 6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array} \rightarrow x^2-x-6=0 \rightarrow x=3,\ x=-2$$

b) $P(x)=x^3-3x+2=(x-1)^2(x+2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array} \rightarrow x^2+x-2=0 \rightarrow x=1,\ x=-2$$

c) $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4 = (x-1)^2(x+2)^2$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 2 & -3 & -4 & 4 \\ 1 & & 1 & 3 & 0 & -4 \\ \hline & 1 & 3 & 0 & -4 & 0 \\ 1 & & 1 & 4 & 4 & \\ \hline & 1 & 4 & 4 & 0 & \end{array} \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow x = -2 \text{ (doble)}$$

d) $P(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 4x - 4 = (x-2)^2(x+1)(x-1)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 3 & 4 & -4 \\ 1 & & 1 & -3 & 0 & 4 \\ \hline & 1 & -3 & 0 & 4 & 0 \\ -1 & & -1 & 4 & -4 & \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 & \end{array} \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = 2 \text{ (doble)}$$

ACTIVIDADES FINALES

24. Página 52

	a) $-2xr^5t$	b) $4bkm^4$	c) $7y^6h^2j$	d) $-5f^2p^3x$	e) $\frac{3}{2}q^4f^2g^2$	f) $-\frac{3}{5}z^3yb^2$
Coeficiente	-2	4	7	-5	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{5}$
Parte literal	xr^5t	bkm^4	y^6h^2j	f^2p^3x	$q^4f^2g^2$	z^3yb^2

25. Página 52

a) 7 b) 6 c) 9 d) 6 e) 8 f) 6

26. Página 52

Monomio	$-2my^7r$	a^6c^3	$8h^2kp$	$-3g^2c^5$
Incógnitas	m, y, r	a, c	h, k, p	g, c
Parte literal	my^7r	a^6c^3	h^2kp	g^2c^5
Coeficiente	-2	1	8	-3
Grado	9	9	4	7

27. Página 52

a) $3a^2b$ y $2ab^2$ $\rightarrow$ No son semejantes.

b) $-5x^4y$ y $8x^4y$ $\rightarrow$ Son semejantes. Suma: $-5x^4y + 8x^4y = 3x^4y$ Resta: $-5x^4y - 8x^4y = -13x^4y$

c) $\frac{1}{3}mn^2$ y $\frac{1}{3}m^2n$ $\rightarrow$ No son semejantes.

d) $3fg$ y $4fg$ $\rightarrow$ Son semejantes. Suma: $3fg + 4fg = 7fg$ Resta: $3fg - 4fg = -fg$

e) $\frac{2}{5}km^3$ y $\frac{3}{5}m^3p$ $\rightarrow$ No son semejantes.

f) dfn^2 y sfn^2 $\rightarrow$ No son semejantes.

28. Página 52

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $3y^2x^4$

b) $-2j^3f$

c) $4x^6y^2$

d) $-5a^2bc^3d^2$

e) $6xy^4$

f) $-\frac{2}{3}xyz$

29. Página 52

a) $-4xy^2+7xy^2+2xy^2=5xy^2$

b) $-\frac{1}{2}x^5+\frac{2}{3}x^5=\frac{1}{6}x^5$

c) $3x^3y^2-4x^2y^3 \longrightarrow$ No es posible realizar la resta.

d) $-\frac{2}{5}x^5+2x^4 \longrightarrow$ No es posible realizar la suma.

30. Página 52

a) $7x^2\cdot 2x\cdot(-3x)=-42x^4$

b) $8x^3\cdot\frac{3x}{4x^2}=6x^2$

c) $\frac{-4x^5\cdot 5x^2}{10x^6}=-2x$

d) $6xy^4\cdot 2x^3y\cdot\frac{1}{24x^2y^3}=\frac{1}{2}x^2y^2$

e) $\frac{3x^2y^5-2x^2y^5}{5xy^3}=\frac{x^2y^5}{5xy^3}=\frac{1}{5}xy^2$

31. Página 52

a) $-\frac{2}{3}x+\frac{5}{6}x\cdot 6x^2=-\frac{2}{6}x+5x^3$

b) $6x^3y^4\cdot\left(-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{2}xy\right)=6x^3y^4\cdot\frac{1}{6}xy=x^4y^5$

c) $\frac{8x^4y^2-3x^4y^2}{7x^2y-2x^2y}-x^2y=\frac{5x^4y^2}{5x^2y}-x^2y=x^2y-x^2y=0$

d) $\left(\frac{7}{5}x^3y+\frac{3}{5}x^3y\right):\left(\frac{1}{3}x^2y-\frac{4}{3}x^2y\right)=2x^3y:(-x^2y)=-2x$

32. Página 52

	Términos	T. independiente	Grado
a)	$-5x^5, 3x^4, -x^3, x^2, -7$	–7	5
b)	$24x^7, 8x^4, -10x^3$	0	7
c)	$4x^3, -12x^2, 11x, -9$	–9	3
d)	$-6x^{10}, -3x^6, 7x^4, 8x^2, -1$	–1	10
e)	$-12x^7, 5x^6, 3x^3, 2x^2, -8$	–8	7
f)	$4x^8, -\frac{1}{2}x^6, -3x^4, 4x$	0	8

33. Página 52

a) $-2x^3+6x^2-3x+4 \longrightarrow$ Los coeficientes son: –2, 6, –3 y 4. El término independiente es 4.

b) $x^5+x^4-x^3-x^2+5x-6 \longrightarrow$ Los coeficientes son: 1, 1, –1, –1, 5 y –6. El término independiente es –6.

c) $-\frac{3}{2}x^5-\frac{2}{3}x^4+8x \longrightarrow$ Los coeficientes son: $-\frac{3}{2}$, $-\frac{2}{3}$, 0, 0, 8, y 0. El término independiente es 0.

d) $7x^3+2x^2-12x-9 \longrightarrow$ Los coeficientes son: 7, 2, –12 y –9. El término independiente es –9.

e) $-4x^5-3x^3+6 \longrightarrow$ Los coeficientes son: –4, 0, –3, 0, 0 y 6. El término independiente es 6.

f) $-9x^7-\frac{1}{2}x^4+6x^3+8x-10 \longrightarrow$ Los coeficientes son –9, 0, 0, $-\frac{1}{2}$, 6, 0, 8 y –10. El término independiente es –10.

34. Página 53

a) $-2x^4+3x-1 \xrightarrow{x=1} -2\cdot 1^4+3\cdot 1-1=0$

b) $4x^2+5x-4 \xrightarrow{x=-1} 4(-1)^2+5(-1)-4=-5$

c) $-3x^3+6x^2-5 \xrightarrow{x=2} -3\cdot 2^3+6\cdot 2^2-5=-5$

d) $5x^5-8x^3+4x^2-12 \xrightarrow{x=-1} 5(-1)^5-8(-1)^3+4(-1)^2-12=-5$

e) $-6x^4-2x^3+5x+28 \xrightarrow{x=-2} -6(-2)^4-2(-2)^3+5(-2)+28=-62$

f) $x^7-4x^6+2x^5-3x^4 \xrightarrow{x=1} 1^7-4\cdot 1^6+2\cdot 1^5-3\cdot 1^4=-4$

g) $2x^3+x^2-4x-50 \xrightarrow{x=3} 2\cdot 3^3+3^2-4\cdot 3-50=1$

h) $4x^6+3x^5+x^4 \xrightarrow{x=-3} 4(-3)^6+3(-3)^5+(-3)^4=2268$

35. Página 53

a) $x^4-(2k+1)x+8 \xrightarrow{P(2)=10} 2^4-(2k+1)\cdot 2+8=10 \rightarrow k=3$

b) $3x^3+2kx^2-(k+3)x-3 \xrightarrow{P(-1)\,=\,3} 3(-1)^3+2k(-1)^2-(k+3)(-1)-3=3 \rightarrow k=2$

c) $5x^3-2x^2-(k^2-2)x+4 \xrightarrow{P(1)\,=\,0} 5\cdot 1^3-2\cdot 1^2-(k^2-2)\cdot 1+4=0 \rightarrow k=\pm 3$

d) $(3k+1)x^4-4x^3+3kx-3 \xrightarrow{P(1)\,=\,6} (3k+1)\cdot 1^4-4\cdot 1^3+3k\cdot 1-3=6 \rightarrow k=2$

e) $x^3+2x^2-4k^2x-16 \xrightarrow{P(-2)\,=\,16} (-2)^3+2(-2)^2-4k^2(-2)-16=16 \rightarrow k=\pm 2$

36. Página 53

a) $(6x^5-12x^4+4x^2-1)+(-4x^5+7x^4+8)=2x^5-5x^4+4x^2+7$

b) $(5x^3+7x^2-3x+5)-(-2x^3+x-1)=7x^3+7x^2-4x+6$

c) $(-x^4+6x^2-8x+4)-(4x^4-x^3+3x+5)=-5x^4+x^3+6x^2-11x-1$

d) $(x^3-x^2+8x-9)+(-6x^3+x^2+11)=-5x^3+8x+2$

e) $(-10x^6-4x^5+2x^2+3)-(5x^6+3x^2+7)=-15x^6-4x^5-x^2-4$

f) $(-x^3-2x^2+12)-(-2x^3+x^2)+(x-9)=x^3-3x^2+x+3$

g) $(6x^5+3x^4-x)+(-5x^5+2x^4)-(5x-1)=x^5+5x^4-6x+1$

37. Página 53

a) $-4x^3+5x-2-2(3x^2+6x-4)=-4x^3-6x^2-7x+6$

b) $3(x^4-2x^3-x^2)-4x^3+5x-2=3x^4-10x^3-3x^2+5x-2$

c) $-2(x^4-2x^3-x^2)-(3x^2+6x-4)=-2x^4+4x^3-x^2-6x+4$

d) $3x^2+6x-4+2(-4x^3+5x-2)-3(x^4-2x^3-x^2)=-3x^4-2x^3+6x^2+16x-8$

e) $3(-4x^3+5x-2)-5(x^4-2x^3-x^2)+3x^2+6x-4=-5x^4-2x^3+8x^2+21x-10$

f) $4(3x^2+6x-4)+2(-4x^3+5x-2)-(x^4-2x^3-x^2)=-x^4-6x^3+13x^2+34x-20$

38. Página 53

a) $(2x^2-8x)\cdot(4x^4-x+5)=8x^6-32x^5-2x^3+18x^2-40x$

b) $(2x^2-8x)\cdot(-2x^3+x-1)=-4x^5+16x^4+2x^3-10x^2+8x$

c) $(4x^4-x+5)\cdot(-2x^3+x-1)=-8x^7+4x^5-2x^4-10x^3-x^2+6x-5$

d) $(2x^2-8x-2x^3+x-1)\cdot(4x^4-x+5)=-8x^7+8x^6-28x^5-2x^4-12x^3+17x^2-34x-5$

e) $(-2x^3+x-1)\cdot(2(2x^2-8x)-(4x^4-x+5))=8x^7-12x^5+34x^4+14x^3-19x^2+10x+5$

f) $(4x^4-x+5+2x^3-x+1)+2(2x^2-8x-4x^4+x-5)=-4x^4+2x^3+4x^2-16x-4$

g) a) − c) = $8x^6-32x^5-2x^3+18x^2-40x+8x^7-4x^5+2x^4+10x^3+x^2-6x+5=$
$=8x^7+8x^6-36x^5+2x^4+8x^3+19x^2-46x+5$

39. Página 53

a)

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
6x^5 & -2x^4 & +4x^3 & & & -1 & x^2+3 \\
-6x^5 & & -18x^3 & & & & \overline{6x^3-2x^2-14x+6} \\
\hline
 & -2x^4 & -14x^3 & & & -1 & \\
 & +2x^4 & & +6x^2 & & & \\
\cline{2-6}
 & & -14x^3 & +6x^2 & & -1 & \\
 & & +14x^3 & & +42x & & \\
\cline{3-6}
 & & & +6x^2 & +42x & -1 & \\
 & & & -6x^2 & & -18 & \\
\cline{4-6}
 & & & & +42x & -19 &
\end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rrrr|l}
5x^3 & +x^2 & -4x & +6 & x+4 \\
-5x^3 & -20x^2 & & & \overline{5x^2-19x+72} \\
\hline
 & -19x^2 & -4x & +6 & \\
 & +19x^2 & +76x & & \\
\cline{2-4}
 & & +72x & +6 & \\
 & & -72x & -288 & \\
\cline{3-4}
 & & & -282 &
\end{array}$$

c)

$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
-8x^6 & +x^5 & & +6x^3 & & -6x & +2 & x^3-x+1 \\
8x^6 & & -8x^4 & +8x^3 & & & & \overline{-8x^3+x^2-8x+15} \\
\hline
 & +x^5 & -8x^4 & +14x^3 & & -6x & +2 & \\
 & -x^5 & & +x^3 & -x^2 & & & \\
\cline{2-7}
 & & -8x^4 & +15x^3 & -x^2 & -6x & +2 & \\
 & & 8x^4 & & -8x^2 & +8x & & \\
\cline{3-7}
 & & & +15x^3 & -9x^2 & +2x & +2 & \\
 & & & -15x^3 & & +15x & -15 & \\
\cline{4-7}
 & & & & -9x^2 & +17x & -13 &
\end{array}$$

d)

$$\begin{array}{rrrrr|l}
2x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & & x^2+1 \\ \cline{6-6}
-2x^4 & & -2x^2 & & & 2x^2-4x \\ \cline{1-5}
 & -4x^3 & & & & \\
 & +4x^3 & & +4x & & \\ \cline{2-5}
 & & & 4x & &
\end{array}$$

e)

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
x^5 & & & -7x^2 & +4x & -3 & x^2-2x-1 \\ \cline{7-7}
-x^5 & +2x^4 & +x^3 & & & & x^3+2x^2+5x+5 \\ \cline{1-6}
 & +2x^4 & +x^3 & -7x^2 & +4x & -3 & \\
 & -2x^4 & +4x^3 & +2x^2 & & & \\ \cline{2-6}
 & & +5x^3 & -5x^2 & +4x & -3 & \\
 & & -5x^3 & +10x^2 & +5x & & \\ \cline{3-6}
 & & & +5x^2 & +9x & -3 & \\
 & & & -5x^2 & +10x & +5 & \\ \cline{4-6}
 & & & & 19x & +2 &
\end{array}$$

f)

$$\begin{array}{rrrr|l}
x^7 & -4x^4 & +2x^3 & +6 & x^4-6 \\ \cline{5-5}
-x^7 & & +6x^3 & & x^3-4 \\ \cline{1-4}
 & -4x^4 & +8x^3 & +6 & \\
 & +4x^4 & & -24 & \\ \cline{2-4}
 & & +8x^3 & -18 &
\end{array}$$

g)

$$\begin{array}{rrrrr|l}
3x^4 & -2x^3 & & -4x & +5 & x^2-4 \\ \cline{6-6}
-3x^4 & & +12x^2 & & & 3x^2-2x+12 \\ \cline{1-5}
 & -2x^3 & +12x^2 & -4x & +5 & \\
 & +2x^3 & & -8x & & \\ \cline{2-5}
 & & +12x^2 & -12x & +5 & \\
 & & -12x^2 & & +48 & \\ \cline{3-5}
 & & & -12x & +53 &
\end{array}$$

h)

$$\begin{array}{rrr|l}
3x^6 & +5x^3 & -3 & x^3-2 \\ \cline{4-4}
-3x^6 & +6x^3 & & 3x^3+11 \\ \cline{1-3}
 & +11x^3 & -3 & \\
 & -11x^3 & +22 & \\ \cline{2-3}
 & & +19 &
\end{array}$$

i) $x^8-1=(x^4+1)(x^4-1)=(x^4+1)\,(x^2+1)\,(x^2-1)=(x^4+1)\,(x^2+1)\,(x+1)\,(x-1)$.

De modo que $(x^8-1):(x+1)=(x^4+1)\,(x^2+1)\,(x-1)$

j)

$$\begin{array}{rrrrr|l}
x^7 & +x^5 & +x^3 & & +2 & x^2+1 \\ \cline{6-6}
-x^7 & -x^5 & & & & x^5+x \\ \cline{1-5}
 & & x^3 & & +2 & \\
 & & -x^3 & -x & & \\ \cline{3-5}
 & & & -x & +2 &
\end{array}$$

40. Página 53

a)

	4	3	0	−2	0	−9
−3		−12	27	−81	249	−747
	4	−9	27	−83	249	−756

$C(x) = 4x^4 - 9x^3 + 27x^2 - 83x + 249$

$R(x) = -756$

b)

	−1	0	−8	0	0	10
4		−4	−16	−96	−384	−1 536
	−1	−4	−24	−96	−384	−1 526

$C(x) = -x^4 - 4x^3 - 24x^2 - 96x - 384$

$R(x) = -1526$

c)

	2	0	0	−3	0	2	−4
1		2	2	2	−1	−1	1
	2	2	2	−1	−1	1	−3

$C(x) = 4x^5 + 12x^4 + 34x^3 + 105x^2 + 315x + 944$

$R(x) = -3$

d)

	−5	1	0	2	−1
−1		5	−6	6	−8
	−5	6	−6	8	−9

$C(x) = -5x^3 + 6x^2 - 6x + 8$

$R(x) = -9$

e)

	8	−4	−1	6
−2		−16	40	−78
	8	−20	39	−72

$C(x) = 8x^2 - 20x + 39$

$R(x) = -72$

f)

	−2	0	−5	4	−4
2		−4	−8	−26	−44
	−2	−4	−13	−22	−48

$C(x) = -2x^3 - 4x^2 - 13x - 22$

$R(x) = -48$

g)

	3	−6	8
−2		−6	24
	3	−12	32

$C(x) = 3x - 12$

$R(x) = 32$

h)

	4	0	−2	3	0	−1	6
3		12	36	102	315	945	2 832
	4	12	34	105	315	944	2 838

$C(x) = 2x^5 + 2x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 1$

$R(x) = 2838$

i)

	4	0	5	0	−2	0	0	4
2		8	16	42	84	164	328	656
	4	8	21	42	82	164	328	660

$C(x) = 4x^6 + 8x^5 + 21x^4 + 42x^3 + 82x^2 + 164x + 328$

$R(x) = 660$

j)

	−7	1	−3	5
5		−35	−170	−865
	−7	−34	−173	−860

$C(x) = -7x^2 - 34x - 173$

$R(x) = -860$

41. Página 53

a)

	3	4	0	−1
−1		−3	−1	1
	3	1	−1	0

$D(x) = 3x^3 + 4x^2 - 1$

$d(x) = x + 1$

$C(x) = 3x^2 + x - 1$

$R(x) = 0$

b)

	4	3	2	1
−1		−4	1	−3
	4	−1	3	−2

$D(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$
$d(x) = x + 1$
$C(x) = 4x^2 - x + 3$
$R(x) = -2$

c)

	1	0	−1	2
2		2	4	6
	1	2	3	8

$D(x) = x^3 - x + 2$
$d(x) = x - 2$
$C(x) = x^2 + 2x + 3$
$R(x) = 8$

d)

	−2	0	0	−3
−4		8	−32	128
	−2	8	−32	125

$D(x) = -2x^3 - 3$
$d(x) = x + 4$
$C(x) = -2x^2 + 8x - 32$
$R(x) = 125$

42. Página 54

a) $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$

b) $(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

c) $(-3+4x)^2 = (4x-3)^2 = 16x^2 - 24x + 9$

d) $(x-3)\cdot(x+3) = x^2 - 9$

e) $(1+5x)\cdot(1-5x) = 1 - 25x^2$

f) $(4+2x)^2 = 16 + 16x + 4x^2$

g) $\left(3x^2-2\right)^2 = 9x^4 - 12x^2 + 4$

h) $\left(6x^2+2x\right)^2 = 36x^4 + 24x^3 + 4x^2$

i) $\left(7x^2+2\right)\cdot\left(7x^2-2\right) = 49x^4 - 4$

43. Página 54

a) $(3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$

b) $(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

c) $(3x^2-2x)^2=9x^4-12x^3+4x^2$

d) $(7x^3+4x^2)^2=49x^6+56x^5+16x^4$

e) $(2x+7)\cdot(2x-7)=4x^2-49$

f) $(2x^2+3x)\cdot(2x^2-3x)=4x^4-9x^2$

g) $(x^4+3x^5)\cdot(x^4-3x^5)=x^8-9x^{10}$

h) $\left(2x-\dfrac{1}{2}\right)^2=4x^2-2x+\dfrac{1}{4}$

44. Página 54

a) $(2x+3)^2=4x^2+12x+9$

b) $(5-3x)^2=25-30x+9x^2$

c) $(9+7x)\cdot(9-7x)=81-49x^2$

d) $(x^2+x)^2=x^4+2x^3+x^2$

45. Página 54

a) $25x^2-10x+1=(5x-1)^2$

b) $9x^2-4=(3x-2)\cdot(3x+2)$

c) $9x^2-16=(3x-4)\cdot(3x+4)$

d) $9x^2-36x+36=(3x-6)^2$

e) $x^4-2x^2+1=(x^2-1)^2$

f) $16x^4+8x^3+x^2=(4x^2+x)^2$

46. Página 54

a) $(3x-4)^2=9x^2-24x+16$

b) $16x^6-25=(4x^3-5)\cdot(4x^3+5)$

c) $(4x-5)\cdot(4x+5)=16x^2-25$

d) $x^2+10x+25=(x+5)^2$

e) $(x^2+3)^2=x^4+6x^2+9$

f) $(-x-8)^2=x^2+16x+64$

47. Página 54

a) $\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}=\dfrac{(x-1)^2}{(x+1)\cdot(x-1)}=\dfrac{x-1}{x+1}$

b) $\dfrac{x^2-9}{x^2+6x+9}=\dfrac{(x-3)\cdot(x+3)}{(x+3)^2}=\dfrac{x-3}{x+3}$

c) $\dfrac{x^4-4}{x^4+4x^2+4}=\dfrac{(x^2-2)\cdot(x^2+2)}{(x^2+2)^2}=\dfrac{x^2-2}{x^2+2}$

d) $\dfrac{x^2-8x+16}{x^2-16}=\dfrac{(x-4)^2}{(x+4)\cdot(x-4)}=\dfrac{x-4}{x+4}$

e) $\dfrac{4x^4-20x^2+25}{4x^4-25}=\dfrac{(2x^2-5)^2}{(2x^2-5)\cdot(2x^2+5)}=\dfrac{2x^2-5}{2x^2+5}$

f) $\dfrac{9x^2-4}{9x^2+12x+4}=\dfrac{(3x-2)\cdot(3x+2)}{(3x+2)^2}=\dfrac{3x-2}{3x+2}$

48. Página 54

a) $4x^4-2x^3-6x^2+8x=2x(2x^3-x^2-3x+4)$

b) $-12x^5+15x^4+18x^3=-3x^3(4x^2-5x-6)$

c) $20x^5+30x^4-15x^3-5x^2=5x^2(4x^3+6x^2-3x-1)$

d) $-4x^4-8x^3+24x=-4x(x^3+2x^2-6)$

e) $-16x^5+24x^3-8x^2+48=8(-2x^5+3x^3-x^2+6)$

f) $-24x^5+12x^3=6x^2(-4x^3+2x)$

49. Página 54

a) $2x^5 - 6x^4 - 5x^3 + 12x^2 = x^2(2x^3 - 6x^2 - 5x + 12)$

b) $-4x^6 - 2x^5 + 8x^2 = -2x^2(2x^4 + x^3 - 4)$

c) $9x^6 + 27x^4 - 18x^3 = 9x^3(x^3 + 3x - 2)$

d) $-21x^4 - 14x^3 + 7x = 7x(-3x^3 - 2x^2 + 1)$

e) $-16x^3 + 32x^2 = -16x^2(x - 2)$

f) $x^7 + 5x^6 - 13x^5 = x^5(x^2 + 5x - 13)$

50. Página 54

a) $\dfrac{-12x^5 + 6x^3 - 18x^2}{36x^3 + 27x^2} = \dfrac{6x^2(-2x^3 + x - 3)}{9x^2(4x + 3)} = \dfrac{-4x^3 + 2x - 6}{12x + 9}$

b) $\dfrac{9x^3 - 27x^2}{81x^2} = \dfrac{9x^2(x - 3)}{81x^2} = \dfrac{x - 3}{9}$

c) $\dfrac{16x^6 - 12x^4 + 20x^3}{28x^3 + 24x^2} = \dfrac{4x^3(4x^3 - 3x + 5)}{4x^2(7x + 6)} = \dfrac{4x^4 - 3x^2 + 5x}{7x + 6}$

d) $\dfrac{25x^5 + 15x^4 - 10x^3}{5x^4 + 15x^3} = \dfrac{5x^3(5x^2 + 3x - 2)}{5x^3(x + 3)} = \dfrac{5x^2 + 3x - 2}{x + 3}$

e) $\dfrac{32x^6 - 16x^4 + 64x^3}{8x^5 + 48x^3} = \dfrac{16x^3(2x^3 - x + 4)}{8x^3(x^2 + 6)} = \dfrac{4x^3 - 2x + 8}{x^2 + 6}$

51. Página 55

a) $7x^2 - 14x + 7 = 7(x - 1)^2$

b) $16x^2 + 64x + 64 = (4x + 8)^2$

c) $x^3 - 2x^2 + x = x(x^2 - 2x + 1) = x(x - 1)^2$

d) $18x^4 - 12x^2 + 2 = 2(9x^4 - 6x^2 + 1) = 2(3x^2 - 1)^2$

e) $(2x + 4)\cdot(x - 2) = 2(x + 2)\cdot(x - 2) = 2x^2 - 8$

f) $(x - 5)\cdot(x^2 + 5x) = (x - 5)\cdot x\cdot(x + 5) = x^3 - 25x$

g) $(-x - 7)\cdot(x - 7) = -(x + 7)\cdot(x - 7) = 7 - x^2$

h) $(-x^2 + 5)\cdot(-x^2 - 5) = -(5 - x^2)\cdot(5 + x^2) = x^4 - 25$

52. Página 55

a) $8x^3 - 4x = 4x(2x^2 - 1)$

b) $18x^3 + 14x^2 = 2x^2(9x + 7)$

c) $9x^2 + 12x = 3x(3x + 4)$

d) $x^6 - 4x^3 = x^3(x^3 - 4)$

e) $x^3 + 7x^2 = x^2(x + 7)$

f) $x^4 - x^3 = x^3(x - 1)$

53. Página 55

a) $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

b) $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

c) $4x^4 - 16x^2 + 16 = (2x^2 + 4)^2$

d) $x^2 - 4 = (x - 2)\cdot(x + 2)$

e) $4x^2 - 16 = (2x - 4)\cdot(2x + 4)$

f) $9x^6 - 121 = (3x^3 - 11)\cdot(3x^3 + 11)$

54. Página 55

a) $x^2+5x+6=(x+3)(x+2)$

b) $x^2+x-12=(x+4)(x-3)$

c) $x^2+11x+24=(x+8)(x+3)$

d) $x^2+2x-24=(x+6)(x-4)$

e) $x^3-13x+12=(x-1)(x+4)(x-3)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -13 & 12 \\ 1 & & 1 & 1 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & 0 \end{array} \rightarrow x^2+x-12=0 \rightarrow x=-4,\ x=3$$

f) $x^3-5x^2-x+5=(x-1)(x+1)(x-5)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -5 & -1 & 5 \\ 1 & & 1 & -4 & -5 \\ \hline & 1 & -4 & -5 & 0 \end{array} \rightarrow x^2-4x-5=0 \rightarrow x=5,\ x=-1$$

g) $x^3+4x^2-11x-30=(x+2)(x-3)(x+5)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 4 & -11 & -30 \\ -2 & & -2 & -4 & 30 \\ \hline & 1 & 2 & -15 & 0 \end{array} \rightarrow x^2+2x-15=0 \rightarrow x=3,\ x=-5$$

h) $x^3+8x^2-9x-72=(x-3)(x+3)(x+8)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 8 & -9 & -72 \\ 3 & & 3 & 33 & 72 \\ \hline & 1 & 11 & 24 & 0 \end{array} \rightarrow x^2+11x+24=0 \rightarrow x=-3,\ x=-8$$

55. Página 55

a) $x^3-2x^2-x+2=(x-1)(x+1)(x-2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & & 1 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & 0 \end{array} \rightarrow x^2-x-2=0 \rightarrow x=2,\ x=-1$$

b) $x^4-x^3-x^2+x=x(x^3-x^2-x+1)=x(x-1)^2(x+1)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & & 1 & 0 & -1 \\ \hline & 1 & 0 & -1 & 0 \end{array} \rightarrow x^2-1=0 \rightarrow x=1,\ x=-1$$

c) $x^3-3x^2+4=(x-2)^2(x+1)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 0 & 4 \\ -1 & & -1 & 4 & -4 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 \end{array} \rightarrow x^2-4x+4=0 \rightarrow x=2 \text{ (doble)}$$

d) $x^4+4x^3+6x^2+4x+1=(x+1)^4$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ -1 & & -1 & -3 & -3 & -1 \\ \hline & 1 & 3 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & & -1 & -2 & -1 & \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 0 & \end{array} \rightarrow x^2+2x+1=0 \rightarrow x=-1 \text{ (doble)}$$

e) $x^5+x^4-x^3-x^2=x^2(x^3+x^2-x-1)=x^2(x-1)(x+1)^2$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & & 1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 0 \end{array} \rightarrow x^2+2x+1=0 \rightarrow x=-1 \text{ (doble)}$$

f) $x^5-3x^3+2x^2=x^2(x^3-3x+2)=x^2(x-1)^2(x+2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array} \rightarrow x^2+x-2=0 \rightarrow x=1,\ x=-2$$

g) $x^3+6x^2+12x+8=(x+2)^3$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 6 & 12 & 8 \\ -2 & & -2 & -8 & -8 \\ \hline & 1 & 4 & 4 & 0 \end{array} \rightarrow x^2+4x+4=0 \rightarrow x=-2 \text{ (doble)}$$

h) $x^4+6x^3-11x^2-24x+28=(x+2)(x-2)(x+7)(x-1)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 6 & -11 & -24 & +28 \\ 1 & & 1 & 7 & -4 & -28 \\ \hline & 1 & 7 & -4 & -28 & 0 \\ -7 & & -7 & 0 & 28 & \\ \hline & 1 & 0 & -4 & 0 & \end{array} \rightarrow x^2-4=0 \rightarrow x=2,\ x=-2 \text{ (doble)}$$

56. Página 55

a) $x^3-10x^2+31x-30 \xrightarrow{x=5} 5^3-10\cdot 5^2+31\cdot 5-30=0 \rightarrow x-5$ es factor.

b) $x^2+12x-8 \xrightarrow{x=-2} (-2)^2+12(-2)-8=-28 \rightarrow x+2$ no es factor.

c) $x^4-x^3+x-1 \xrightarrow{x=1} 1^4-1^3+1-1=0 \rightarrow x-1$ es factor.

d) $x^3+8x^2+9x-18 \xrightarrow{x=-3} (-3)^3+8(-3)^2+9(-3)-18=0 \rightarrow x+3$ es factor.

e) $x^3+3x^2-4x-12 \xrightarrow{x=2} 2^3+3\cdot 2^2-4\cdot 2-12=0 \rightarrow x-2$ es factor.

f) $x^5+2x^4-x-2 \xrightarrow{x=-2} (-2)^5+2(-2)^4-(-2)-2=0 \rightarrow x+2$ es factor.

57. Página 55

a) $(x+2)(x-3)(x+1)=x^3-7x-6$

b) $(x+4)(x-5)=x^2-x-20$

c) $(x-6)(x-1)(x-2)=x^3-9x^2+20x-12$

d) $(x+3)^2(x+2)x=x^4+8x^3+21x^2+18x$

e) $(x-3)(x+3)(x-2)=x^3-2x^2-9x+18$

f) $(x-1)^2(x+2)^2=x^4+2x^3-3x^2-4x+4$

58. Página 55

$x^3+2kx^2+(2k+1)x-18 \xrightarrow{x=1} 1+2k+(2k+1)-18=0 \rightarrow k=4$

59. **Página 55**

$$x^3 - kx^2 + (3k+1)x - 3k \xrightarrow{x=5} 5^3 - k \cdot 5^2 + (3k+1) \cdot 5 - 3k = 0 \rightarrow k = 10\,.$$

60. **Página 55**

Si deja 6 cm de margen, tendrá de ancho $x - 6 \cdot 2$ y de alto $x + 9 - 6 \cdot 2 = x - 3$.

El área para dibujar es: $(x - 6 \cdot 2)(x + 9 - 6 \cdot 2) = (x - 12)(x - 3)$

61. **Página 55**

Perímetro: $x + x + 1 + 2 + x + 2 + x + 2 + 2x + 3 = 6x + 10$

Área: $(x + 2)(x + 2) + (x + 1)x = x^2 + 4x + 4 + x^2 + x = 2x^2 + 5x + 4$

Si $x = 5$ necesita:

$P = 6 \cdot 5 + 10 = 40$ m de rodapié.

$A = 2 \cdot 5^2 + 5 \cdot 5 + 4 = 79$ m^2 de madera.

SABER HACER

Página 56

a) $2x^3 + x^2 + 3x \xrightarrow{x=0{,}90} 2 \cdot 0{,}90^3 + 0{,}90^2 + 3 \cdot 0{,}90 = 4{,}97$ € es el precio final de la tortilla.

b) $2x^2 - 3x$

c) $2x^2 - 3x \xrightarrow{x=3{,}25} 2 \cdot 3{,}25^2 - 3 \cdot 3{,}25 = 11{,}38$ € es el precio final de un pollo asado.

d) Espaguetis con carne: $4x^3 - 5x^2 + x \xrightarrow{x=1{,}80} 4 \cdot 1{,}80^3 - 5 \cdot 1{,}80^2 + 1{,}80 = 8{,}93$ €

Flan: $x^4 + 2x \xrightarrow{x=0{,}82} 0{,}82^4 + 2 \cdot 0{,}82 = 2{,}09$ €

Tarta de chocolate: $x^3 - 2x^2 + 3x \xrightarrow{x=1{,}95} 1{,}95^3 - 2 \cdot 1{,}95^2 + 3 \cdot 1{,}95 = 5{,}66$ €

Ecuaciones y sistemas

4

PUNTO DE PARTIDA

Página 57

Número de voluntarios del segundo país: x

Número de voluntarios del primer país: $x+17000$

$x+17000+x=45000 \rightarrow 2x=28000 \rightarrow x=14000$

El primer país aportará $14000+17000=31000$ voluntarios y el segundo 14000 .

ACTIVIDADES

1. Página 58

a) No es una ecuación, sino una identidad algebraica, ya que la igualdad se cumple para todo valor de la incógnita.

b) No es una ecuación, sino una identidad numérica, ya que se cumple siempre pero no tiene ninguna letra en su expresión.

c) No es una ecuación, sino una identidad algebraica, ya que la igualdad se cumple para todo valor de la incógnita.

2. Página 58

a) $3x-2=4x+3 \rightarrow -x=5 \rightarrow x=-5$ Es una ecuación.

b) $3(x-1)+2=1+x-2(x-1) \rightarrow 3x-3+2=1+x-2x+2 \rightarrow 3x-1=3-x \rightarrow 4x=4 \rightarrow x=1$ Es una ecuación.

c) $3+\frac{x}{2}=-3 \rightarrow \frac{x}{2}=-6 \rightarrow x=-12$ Es una ecuación.

d) $4x-2(x-3)=2x+6 \rightarrow 4x-2x+6=2x+6 \rightarrow 2x+6=2x+6 \rightarrow$ No es una ecuación, sino una identidad algebraica, ya que la igualdad se cumple para cualquier valor de la incógnita.

3. Página 59

a) $3-4(x+2)+6x=5x-1 \rightarrow 3-4x-8+6x=5x-1 \rightarrow 2x-5=5x-1 \xrightarrow{\text{Restamos } 5x-5} -3x=4 \xrightarrow{\text{Multiplicamos por } (-1)} 3x=-4$

b) $x+4-2(2x+5)=\frac{1}{2} \rightarrow x+4-4x-10=\frac{1}{2} \rightarrow -3x-6=\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{Sumamos } 6} -3x=\frac{1}{2}+6 \rightarrow -3x=\frac{13}{2}e$

c) $\frac{1}{3}+2\left(\frac{x}{3}+1\right)=1 \rightarrow \frac{1}{3}+\frac{2}{3}x+2=1 \rightarrow \frac{1+2x}{3}+2=1 \xrightarrow{\text{Restamos } 2} \frac{1+2x}{3}=-1$

d) $\frac{x}{3}+2\left(\frac{x}{6}+1\right)=\frac{4}{3} \rightarrow \frac{x}{3}+\frac{x}{3}+2=\frac{4}{3} \rightarrow \frac{2x}{3}+2=\frac{4}{3} \xrightarrow{\text{Multiplicamos por } 3} 2x+6=4 \xrightarrow{\text{Restamos } 6} 2x=-2 \xrightarrow{\text{Dividimos entre } 2} x=-1$

4. Página 59

a) $3(2-3x)+4(x-1)=3(x-2) \rightarrow 6-9x+4x-4=3x-6 \rightarrow -5x+2=3x-6 \rightarrow 8=8x \rightarrow x=1$

b) $\frac{4x+5}{4}-x=3\frac{2-x}{4} \rightarrow 4x+5-4x=6-3x \rightarrow -1=-3x \rightarrow x=\frac{1}{3}$

c) $12-3x+8\left(x-\frac{1}{2}\right)=2-\frac{1}{3}(6-3x) \rightarrow 12-3x+8x-4=2-2+x \rightarrow 8+5x=x \rightarrow 8=-4x \rightarrow x=-2$

d) $4+2\left(3-\frac{x}{4}\right)=6 \rightarrow 4+6-\frac{x}{2}=6 \rightarrow 10-\frac{x}{2}=6 \rightarrow -\frac{x}{2}=-4 \rightarrow x=8$

5. Página 60

a) $3x-2(x+3)=5(x-1)+3(x+2) \rightarrow 3x-2x-6=5x-5+3x+6 \rightarrow x-6=8x+1 \rightarrow -7x=7 \rightarrow x=-1$

b) $1-\frac{2x}{3}=\frac{14}{9}-x \rightarrow 9-6x=14-9x \rightarrow 3x=5 \rightarrow x=\frac{5}{3}$

c) $\frac{x}{5}+2=\frac{x}{3}-3 \rightarrow 3x+30=5x-45 \rightarrow 75=2x \rightarrow x=\frac{75}{2}$

d) $\frac{x-1}{3}+\frac{2x-3}{2}=1 \rightarrow 2x-2+6x-9=6 \rightarrow 8x-11=6 \rightarrow 8x=17 \rightarrow x=\frac{17}{8}$

6. Página 60

a) $\frac{x-4}{3}-\frac{1-2x}{5}=\frac{1}{5}\left(x-\frac{7}{3}\right) \rightarrow 5x-20-3+6x=3x-7 \rightarrow 11x-23=3x-7 \rightarrow 8x=16 \rightarrow x=2$

b) $\frac{x}{4}+2(x-3)-(3x-1)=x \rightarrow \frac{x}{4}+2x-6-3x+1=x \rightarrow \frac{x}{4}-2x=5 \rightarrow x-8x=20 \rightarrow -7x=20 \rightarrow x=-\frac{20}{7}$

c) $3(2x+1)-4(x-3)=x+6 \rightarrow 6x+3-4x+12=x+6 \rightarrow 2x+15=x+6 \rightarrow x=-9$

d) $5\left(\frac{x}{3}+1\right)-2\left(4-\frac{x}{4}\right)=4 \rightarrow \frac{5x}{3}+5-8+\frac{2x}{4}=4 \rightarrow 20x+60-96+6x=48 \rightarrow 26x-36=48 \rightarrow 26x=84 \rightarrow x=\frac{84}{26}=\frac{42}{13}$

7. Página 61

Cantidad de dinero que ha puesto Concha: x

Cantidad de dinero que ha puesto Juan: $2x-500$

$x+2x-500=13000 \rightarrow 3x=13500 \rightarrow x=4500$

Concha ha puesto 4 500 € y Juan ha puesto $2\cdot 4500-500=8500$ €.

8. Página 61

Dinero que tiene ahorrado Arturo: x

Donación a ONG 1: $\frac{1}{3}x$

Donación a ONG 2: $\frac{3}{5}x$

Donación a ONG 3: $175{,}36$

$x=\frac{1}{3}x+\frac{3}{5}x+175{,}36+57{,}64 \rightarrow x-\frac{14}{15}x=175{,}36+57{,}64 \rightarrow \frac{1}{15}x=233 \rightarrow x=3495$

Arturo tenía 3 495 € ahorrados, de los cuales, dona $\frac{1}{3}\cdot 3495=1165$ € a la ONG 1; $\frac{3}{5}\cdot 3495=2097$ € a la ONG 2; y, tal como nos dice el enunciado, 175,36 € a la ONG 3.

9. Página 61

Número de tuercas: x

Número de arandelas: $2x+8$

Número de tornillos: $\dfrac{2x+8}{2}=x+4$

$x+x+4=2500 \rightarrow 2x+4=2500 \rightarrow 2x=2496 \rightarrow x=1248$

Enrique ha contado $2\cdot 1248+8=2504$ arandelas.

10. Página 62

a) $a=-3$, $b=4$, $c=0$. Ecuación incompleta.

b) $a=2$, $b=-1$, $c=3$. Ecuación completa.

c) $a=1$, $b=-3$, $c=6$. Ecuación completa.

d) $a=\dfrac{3}{4}$, $b=-4$, $c=-2$. Ecuación completa.

11. Página 62

a) $(-2)^2-7\cdot(-2)-18=4+14-18=0 \rightarrow x=-2$ es solución.

$7^2-7\cdot 7-18=49-49-18=-18\neq 0 \rightarrow x=7$ no es solución.

b) $3^2-4\cdot 3+3=9-12+3=0 \rightarrow x=3$ es solución.

$1^2-4\cdot 1+3=1-4+3=0 \rightarrow x=1$ es solución.

c) $3\cdot(-2)^2+(-2)-10=12-2-10=0 \rightarrow x=-2$ es solución.

$3\cdot(-10)^2+(-10)-10=300-20=280\neq 0 \rightarrow x=-10$ no es solución.

d) $20\cdot\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2+25\cdot\left(-\dfrac{1}{4}\right)+6=\dfrac{5}{4}-\dfrac{25}{4}+6=-5+6=1\neq 0 \rightarrow x=-\dfrac{1}{4}$ no es solución.

$20\cdot 5^2+25\cdot 5+6=500+125+6=631\neq 0 \rightarrow x=5$ no es solución.

12. Página 63

a) $x^2-4x-12=0 \rightarrow \dfrac{4\pm\sqrt{(-4)^2+4\cdot 1\cdot 12}}{2\cdot 1}=\dfrac{4\pm\sqrt{16+48}}{2}=\dfrac{4\pm\sqrt{64}}{2}=2\pm 4 \rightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=6 \end{cases}$

b) $2x^2+7x+3=0 \rightarrow \dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot 2\cdot 3}}{2\cdot 2}=\dfrac{-7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\dfrac{-7\pm\sqrt{25}}{4}=\dfrac{-7\pm 5}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

c) $3x^2-5x+2=0 \rightarrow \dfrac{5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 2\cdot 3}}{2\cdot 3}=\dfrac{5\pm\sqrt{25-24}}{6}=\dfrac{5\pm\sqrt{1}}{6}=\dfrac{5\pm 1}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\dfrac{2}{3} \end{cases}$

d) $x^2+3x+4=0 \rightarrow \dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-16}}{2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{-7}}{2} \rightarrow$ No tiene solución por ser el discriminante negativo.

13. Página 63

a) $x^2-6x=0 \rightarrow x(x-6)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow x_1=0 \\ x-6=0 \rightarrow x_2=6 \end{cases}$

b) $2x^2+8x=0 \rightarrow 2x(x+4)=0 \rightarrow \begin{cases} 2x=0 \rightarrow x_1=0 \\ x+4=0 \rightarrow x_2=-4 \end{cases}$

c) $\dfrac{x^2}{9}-x=0 \rightarrow x\left(\dfrac{x}{9}-1\right)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow x_1=0 \\ \dfrac{x}{9}-1=0 \rightarrow x_2=9 \end{cases}$

d) $3x^2+12x=0 \rightarrow 3x(x+4)=0 \rightarrow \begin{cases} 3x=0 \rightarrow x_1=0 \\ x+4=0 \rightarrow x_2=-4 \end{cases}$

e) $3(x^2-2x)=0 \rightarrow 3x(x-2)=0 \rightarrow \begin{cases} 3x=0 \rightarrow x_1=0 \\ x-2=0 \rightarrow x_2=2 \end{cases}$

f) $2x^2-\dfrac{5x}{3}=0 \rightarrow x\left(2x-\dfrac{5}{3}\right)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow x_1=0 \\ 2x-\dfrac{5}{3}=0 \rightarrow x_2=\dfrac{5}{6} \end{cases}$

14. Página 63

a) $3x^2-27=0 \rightarrow \dfrac{-0\pm\sqrt{0^2+4\cdot 3\cdot 27}}{2\cdot 3}=\dfrac{\pm\sqrt{324}}{6}=\dfrac{\pm 18}{6}=\pm 3 \rightarrow \begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=3 \end{cases}$

b) $x^2-16=0 \rightarrow \dfrac{-0\pm\sqrt{0^2+4\cdot 1\cdot 16}}{2\cdot 1}=\dfrac{\pm\sqrt{64}}{2}=\dfrac{\pm 8}{2}=\pm 4 \rightarrow \begin{cases} x_1=-4 \\ x_2=4 \end{cases}$

c) $\dfrac{5}{2}x^2-10=0 \rightarrow \dfrac{-0\pm\sqrt{0^2+4\cdot\dfrac{5}{2}\cdot 10}}{2\cdot\dfrac{5}{2}}=\dfrac{\pm\sqrt{100}}{5}=\dfrac{\pm 10}{5}=\pm 2 \rightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=2 \end{cases}$

d) $28-7x^2=0 \rightarrow \dfrac{-0\pm\sqrt{0^2+4\cdot 7\cdot 28}}{-2\cdot 7}=\dfrac{\pm\sqrt{784}}{-14}=\dfrac{\pm 28}{-14}=\pm 2 \rightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=2 \end{cases}$

e) $5x^2+30=0 \rightarrow \dfrac{-0\pm\sqrt{0^2-4\cdot 5\cdot 30}}{2\cdot 5}=\dfrac{\pm\sqrt{-600}}{10} \rightarrow$ No tiene solución porque el discriminante es negativo.

f) $5x^2-30=0 \rightarrow \dfrac{-0\pm\sqrt{0^2+4\cdot 5\cdot 30}}{2\cdot 5}=\dfrac{\pm\sqrt{600}}{10}=\dfrac{\pm 10\sqrt{6}}{10}=\pm\sqrt{6} \rightarrow \begin{cases} x_1=-\sqrt{6} \\ x_2=\sqrt{6} \end{cases}$

15. Página 63

a) $3^2-4\cdot 1\cdot 1=9-4=5>0 \rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

b) $3^2-4\cdot 1\cdot(-1)=9+4=13>0 \rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

c) $4^2-4\cdot 1\cdot 4=16-16=0 \rightarrow$ La ecuación tiene una solución.

d) $0^2-4\cdot 1\cdot(-16)=64>0 \rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

e) $5^2-4\cdot 1\cdot 0=25>0 \rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

f) $8^2-4\cdot 4\cdot 0=64>0 \rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

16. Página 64

$$x^2 - x = 30 \rightarrow x^2 - x - 30 = 0 \rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+120}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{1 \pm 11}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

Puede ser el número 6 o –5.

17. Página 64

$$x \cdot (x+1) = 6 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

Puede ser el número 2 o –3. Hay más de una solución.

18. Página 64

$$\text{Área} = L^2 = 81 \rightarrow L = \sqrt{81} \rightarrow \begin{cases} L_1 = 9 \text{ cm} \\ L_2 = -9 \rightarrow \text{Valor no válido por ser negativo.} \end{cases}$$

Solamente existe una solución.

19. Página 64

$$x \cdot (x-1) = 9x \rightarrow x^2 - 10x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 10 \end{cases}$$

Se obtienen dos soluciones.

20. Página 64

Metros que mide el ancho del terreno: x

Metros que mide el largo del terreno: $2x$

$$\text{Área} = 2x \cdot x = 2x^2 = 162 \rightarrow x^2 = \frac{162}{2} \rightarrow x^2 = 81 \rightarrow x = \sqrt{81} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -9 \rightarrow \text{Valor no válido por ser negativo.} \\ x_2 = 9 \text{ m} \end{cases}$$

El terreno mide 9 metros de ancho y $2 \cdot 9 = 18$ metros de largo. Sí, existe una única solución.

21. Página 64

Centímetros que mide el ancho de la hoja: x

Centímetros que mide el largo de la hoja: $x+4$

$$\text{Área de la tira} = 2 \cdot (x+4) = 16 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

La hoja mide 4 cm de ancho por 4 + 4 = 8 cm de largo.

22. Página 65

a)

x	0	1	**2**
y	0	1	**–3**
$4x + y$	0	5	**6**

x	0	1	**2**
y	0	1	**–3**
$3x - y$	0	2	**9**

Los valores $x = 2$ e $y = -3$ verifican simultáneamente las dos ecuaciones, por tanto $(2, -3)$ es solución del sistema.

b)

x	0	**1**	1
y	0	**1**	–1
$3x-4y$	0	**–1**	7

x	0	**1**	1
y	0	**1**	–1
$2x+3y$	0	**5**	9

Los valores $x=1$ e $y=1$ verifican simultáneamente las dos ecuaciones, por tanto $(1,1)$ es solución del sistema.

c)

x	0	1	**4**
y	0	1	**2**
$-2x+4y$	0	2	**0**

x	0	1	**4**
y	0	1	**2**
$x-y$	0	0	**2**

Los valores $x=4$ e $y=2$ verifican simultáneamente las dos ecuaciones, por tanto $(4,2)$ es solución del sistema.

d)

x	0	1	**2**
y	0	1	**0**
$3x-y$	0	2	**6**

x	0	1	**2**
y	0	1	**0**
$-x+4y$	0	3	**–2**

Los valores $x=2$ e $y=0$ verifican simultáneamente las dos ecuaciones, por tanto $(2,0)$ es solución del sistema.

23. Página 65

a) La segunda ecuación es el resultado de multiplicar la primera ecuación por 2, por tanto, son ecuaciones equivalentes. Así, el sistema tiene infinitas soluciones.

b) Al dar un valor a *x* y otro valor a *y* en ambas ecuaciones es imposible que obtengamos resultados diferentes para cada una de ellas, por lo tanto, el sistema no tiene solución.

c) Las ecuaciones no son equivalentes y no son incompatibles, por lo que el sistema tiene una única solución.

d) La segunda ecuación es el resultado de dividir la primera entre 4, con lo cual, las ecuaciones son equivalentes. Así, el sistema tiene infinitas soluciones.

24. Página 66

a) $x-3y=1 \rightarrow x=1+3y$

$2x-4y=4 \rightarrow 2\cdot(1+3y)-4y=4 \rightarrow 2+6y-4y=4 \rightarrow 2y=2 \rightarrow y=1$

$x=1+3y \xrightarrow{y=1} x=1+3\cdot 1 \rightarrow x=4e$

La solución del sistema es $x=4$ e $y=1$.

b) $x+5y=4 \rightarrow x=4-5y$

$\frac{1}{3}x+5y=4 \rightarrow \frac{1}{3}\cdot(4-5y)+3y=0 \rightarrow 4-5y+9y=0 \rightarrow 4y=-4 \rightarrow y=-1$

$x=4-5y \xrightarrow{y=-1} x=4-5\cdot(-1) \rightarrow x=9$

La solución del sistema es $x=9$ e $y=-1$.

25. Página 66

a) $\frac{2}{5}x-y=4 \rightarrow \frac{2}{5}x-(x-7)=4 \rightarrow -3x+35=20 \rightarrow -3x=-15 \rightarrow x=5$

$y=x-7 \xrightarrow{x=5} y=5-7 \rightarrow y=-2$

La solución del sistema es $x=5$ e $y=-2$.

b) $x+6y-3=0 \rightarrow x=3-6y$

$2y+x=7 \rightarrow 2y+3-6y=7 \rightarrow -4y=4 \rightarrow y=-1$

$x=3-6y \xrightarrow{y=-1} x=3-6\cdot(-1) \rightarrow x=9$

La solución del sistema es $x=9$ e $y=-1$.

26. Página 66

a) $-x+3y=1 \rightarrow x=3y-1$

$2x+y=5 \rightarrow 2\cdot(3y-1)+y=5 \rightarrow 6y-2+y=5 \rightarrow 7y=7 \rightarrow y=1$

$x=3y-1 \xrightarrow{y=1} x=3\cdot 1-1 \rightarrow x=2$

La solución del sistema es $x=2$ e $y=1$.

b) $3x-2y=1 \rightarrow x=\frac{2y+1}{3}$

$-5x-3y=-8 \rightarrow -5\cdot\left(\frac{2y+1}{3}\right)-3y=-8 \rightarrow -10y-5-9y=-24 \rightarrow -19y=-19 \rightarrow y=1$

$x=\frac{2y+1}{3} \xrightarrow{y=1} x=\frac{2\cdot 1+1}{3} \rightarrow x=1$

La solución del sistema es $x=1$ e $y=1$.

c) $x-\frac{1}{4}y=\frac{7}{4} \rightarrow x=\frac{7}{4}+\frac{1}{4}y$

$\frac{1}{2}x-3y=4 \rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{7}{4}+\frac{1}{4}y\right)-3y=4 \rightarrow 7+y-24y=32 \rightarrow -23y=25 \rightarrow y=-\frac{25}{23}$

$x=\frac{7}{4}+\frac{1}{4}y \xrightarrow{y=-\frac{25}{23}} x=\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\cdot\frac{25}{23} \rightarrow x=\frac{34}{23}$

La solución del sistema es $x=-\frac{25}{23}$ e $y=\frac{34}{23}$.

d) $-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y=\frac{1}{3} \rightarrow -x-y=1 \rightarrow y=-x-1$

$\frac{4}{5}x+\frac{1}{5}y=-\frac{4}{5} \rightarrow 4x+y=-4 \rightarrow 4x-x-1=-4 \rightarrow 3x=-3 \rightarrow x=-1$

$y=-x-1 \xrightarrow{x=-1} y=1-1 \rightarrow y=0$

La solución del sistema es $x=-1$ e $y=0$.

27. Página 67

a) $\begin{cases} 6x - y = 5 \rightarrow y = 6x - 5 \\ 4x - y = 1 \rightarrow y = 4x - 1 \end{cases} \rightarrow 6x - 5 = 4x - 1 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$

$y = 4x - 1 \xrightarrow{x=2} y = 4 \cdot 2 - 1 \rightarrow y = 7$

La solución del sistema es $x = 2$ e $y = 7$.

b) $\begin{cases} y = \dfrac{x-1}{2} \\ 3x - 5y = 0 \rightarrow y = \dfrac{3}{5}x \end{cases} \rightarrow \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{3}{5}x \rightarrow 5x - 5 = 6x \rightarrow x = -5$

$y = \dfrac{x-1}{2} \xrightarrow{x=-5} y = \dfrac{-5-1}{2} \rightarrow y = -3$

La solución del sistema es $x = -5$ e $y = -3$.

28. Página 67

a) $\begin{cases} -\dfrac{3}{5}x + y = -1 \rightarrow y = \dfrac{3}{5}x - 1 \\ y - \dfrac{1}{2}x = 0 \rightarrow y = \dfrac{1}{2}x \end{cases} \rightarrow \dfrac{3}{5}x - 1 = \dfrac{1}{2}x \rightarrow 6x - 10 = 5x \rightarrow x = 10$

$y = \dfrac{1}{2}x \xrightarrow{x=10} y = \dfrac{1}{2} \cdot 10 \rightarrow y = 5$

La solución del sistema es $x = 10$ e $y = 5$.

b) $\begin{cases} x = 3y - 2 \\ x - 2 = 2y + 6 \rightarrow x = 2y + 8 \end{cases} \rightarrow 3y - 2 = 2y + 8 \rightarrow y = 10$

$x = 3y - 2 \xrightarrow{y=10} x = 3 \cdot 10 - 2 \rightarrow x = 28$

La solución del sistema es $x = 28$ e $y = 10$.

29. Página 67

a) $\begin{cases} 5x - 4y = 9 \rightarrow y = \dfrac{5x-9}{4} \\ 2x + 3y = 1 \rightarrow y = \dfrac{1-2x}{3} \end{cases} \rightarrow \dfrac{5x-9}{4} = \dfrac{1-2x}{3} \rightarrow 15x - 27 = 4 - 8x \rightarrow 23x = 31 \rightarrow x = \dfrac{31}{23}$

$y = \dfrac{1-2x}{3} \xrightarrow{x=\frac{31}{23}} y = \dfrac{1 - 2 \cdot \frac{31}{23}}{3} \rightarrow y = -\dfrac{13}{23}$

La solución del sistema es $x = \dfrac{31}{23}$ e $y = -\dfrac{13}{23}$.

b) $\begin{cases} x + 3y = 4 \rightarrow x = 4 - 3y \\ 2x - y = 5 \rightarrow x = \dfrac{5+y}{2} \end{cases} \rightarrow 4 - 3y = \dfrac{5+y}{2} \rightarrow 8 - 6y = 5 + y \rightarrow 3 = 7y \rightarrow y = \dfrac{3}{7}$

$x = 4 - 3y \xrightarrow{y=\frac{3}{7}} x = 4 - 3 \cdot \dfrac{3}{7} \rightarrow x = \dfrac{19}{7}$

La solución del sistema es $x = \dfrac{19}{7}$ e $y = \dfrac{3}{7}$.

c) $\begin{cases} x-y=2 \rightarrow y=x-2 \\ 3x-y=5 \rightarrow y=3x-5 \end{cases} \rightarrow x-2=3x-5 \rightarrow 3=2x \rightarrow x=\dfrac{3}{2}$

$y=x-2 \xrightarrow{x=\frac{3}{2}} y=\dfrac{3}{2}-2 \rightarrow y=-\dfrac{1}{2}$

La solución del sistema es $x=\dfrac{3}{2}$ e $y=-\dfrac{1}{2}$.

d) $\begin{cases} x-4y=3 \rightarrow x=3+4y \\ 2x-y=-1 \rightarrow x=\dfrac{y-1}{2} \end{cases} \rightarrow 3+4y=\dfrac{y-1}{2} \rightarrow 6+8y=y-1 \rightarrow 7y=-7 \rightarrow y=-1$

$x=3+4y \xrightarrow{y=-1} x=3-4\cdot 1 \rightarrow x=-1$

La solución del sistema es $x=-1$ e $y=-1$.

30. Página 67

Método de Igualación:

$\begin{cases} 2x+3y=-5 \rightarrow x=\dfrac{-5-3y}{2} \\ 3x-2y=-1 \rightarrow x=\dfrac{2y-1}{3} \end{cases} \rightarrow \dfrac{-5-3y}{2}=\dfrac{2y-1}{3} \rightarrow -15-9y=4y-2 \rightarrow 13y=-13 \rightarrow y=-1$

$x=\dfrac{2y-1}{3} \xrightarrow{y=-1} x=\dfrac{2\cdot(-1)-1}{3} \rightarrow x=-1$

La solución del sistema es $x=-1$ e $y=-1$.

Método de Sustitución:

$2x+3y=-5 \rightarrow x=\dfrac{-5-3y}{2}$

$3x-2y=-1 \rightarrow 3\cdot\left(\dfrac{-5-3y}{2}\right)-2y=-1 \rightarrow -15-9y-4y=-2 \rightarrow 13y=-13 \rightarrow y=-1$

$x=\dfrac{2y-1}{3} \xrightarrow{y=-1} x=\dfrac{2\cdot(-1)-1}{3} \rightarrow x=-1$

La solución del sistema es $x=-1$ e $y=-1$.

31. Página 68

a) $\begin{cases} 7x-2y=11 \\ x+\ \ y=8 \xrightarrow{\cdot 2} \end{cases} \begin{array}{l} 7x-2y=11 \\ \underline{2x+2y=16} \\ 9x \qquad =27 \rightarrow x=3 \end{array}$

$x+y=8 \rightarrow y=8-x \xrightarrow{x=3} y=8-3 \rightarrow y=5$

La solución del sistema es $x=3$ e $y=5$.

b) $\begin{cases} 4x+3y=-3 \xrightarrow{\cdot 2} \\ 3x+2y=-3 \xrightarrow{\cdot(-3)} \end{cases} \begin{array}{l} 8x+6y=-6 \\ \underline{-9x-6y=9} \\ -x \qquad =3 \rightarrow x=-3 \end{array}$

$4x+3y=-3 \rightarrow y=\dfrac{-3-4x}{3} \xrightarrow{x=-3} y=\dfrac{-3-4\cdot(-3)}{3} \rightarrow y=3$

La solución del sistema es $x=-3$ e $y=3$.

32. Página 68

a) Método de Igualación:

$$\begin{cases} 2x+4y=2 \to x=\dfrac{2-4y}{2} \\ \dfrac{x-y}{2}=5 \to x=10+y \end{cases} \to \frac{2-4y}{2}=10+y \to 1-2y=10+y \to 3y=-9 \to y=-3$$

$$x=10+y \xrightarrow{y=-3} x=10-3 \to x=7$$

La solución del sistema es $x=7$ e $y=-3$.

Método de Sustitución:

$$\frac{x-y}{2}=5 \to x=10+y$$

$$2x+4y=2 \to 2\cdot(10+y)+4y=2 \to 20+2y+4y=2 \to 6y=-18 \to y=-3$$

$$x=10+y \xrightarrow{y=-3} x=10-3 \to x=7$$

La solución del sistema es $x=7$ e $y=-3$.

Método de Reducción:

$$\frac{x-y}{2}=5 \to x-y=10$$

$$\begin{cases} 2x+4y=2 \\ x-\ \ y=10 \xrightarrow{\cdot(-2)} \end{cases} \quad \begin{array}{r} 2x+4y=2 \\ -2x+2y=-20 \\ \hline 6y=-18 \to y=-3 \end{array}$$

$$x-y=10 \to x=10+y \xrightarrow{y=-3} x=10-3 \to x=7$$

La solución del sistema es $x=7$ e $y=-3$.

b) Método de Igualación:

$$\begin{cases} x-1=2y+2 \to x=2y+3 \\ 3x-4y=13 \to x=\dfrac{13+4y}{3} \end{cases} \to 2y+3=\frac{13+4y}{3} \to 6y+9=13+4y \to 2y=4 \to y=2$$

$$x=2y+3 \xrightarrow{y=2} x=4+3 \to x=7$$

La solución del sistema es $x=7$ e $y=2$.

Método de Sustitución:

$$x-1=2y+2 \to x=2y+3$$

$$3x-4y=13 \to 3\cdot(2y+3)-4y=13 \to 6y+9-4y=13 \to 2y=4 \to y=2$$

$$x=2y+3 \xrightarrow{y=2} x=4+3 \to x=7$$

La solución del sistema es $x=7$ e $y=2$.

Método de Reducción:

$$\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x-4y=13 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{array}{r} -2x+4y=-6 \\ 3x-4y=13 \\ \hline x\qquad =7 \end{array}$$

$$x=2y+3 \to y=\frac{x-3}{2} \to y=\frac{7-3}{2} \to y=2$$

La solución del sistema es $x=7$ e $y=2$.

33. Página 68

a) Método de Sustitución:

$x-2y=3 \rightarrow x=2y+3$

$2x+3y=13 \rightarrow 2\cdot(2y+3)+3y=13 \rightarrow 4y+6+3y=13 \rightarrow 7y=7 \rightarrow y=1$

$x=2y+3 \xrightarrow{y=1} x=2+3 \rightarrow x=5$

La solución del sistema es $x=5$ e $y=1$.

b) Método de Sustitución:

$4x+y=6 \rightarrow y=6-4x$

$2x+5y=-6 \rightarrow 2x+5\cdot(6-4x)=-6 \rightarrow 2x+30-20x=-6 \rightarrow 18x=36 \rightarrow x=2$

$y=6-4x \xrightarrow{x=2} y=6-4\cdot 2 \rightarrow x=-2$

La solución del sistema es $x=2$ e $y=-2$.

c) Método de Igualación:

$$\left.\begin{cases} \frac{2}{3}(x+y)=4 \rightarrow x=6-y \\ \frac{1}{3}x+\frac{4}{3}y=1 \rightarrow x=3-4y \end{cases}\right. \rightarrow 6-y=3-4y \rightarrow 3y=-3 \rightarrow y=-1$$

$x=6-y \xrightarrow{y=-1} x=6+1 \rightarrow x=7$

La solución del sistema es $x=7$ e $y=-1$.

d) Método de Reducción:

$$\begin{cases} 2x+y=3(x-1)-y \rightarrow -x+2y=-3 \\ 2(2y+1)=3x-1 \rightarrow -3x+4y=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+2y=-3 \xrightarrow{\cdot(-3)} \\ -3x+4y=-3 \end{cases} \quad \begin{array}{r} 3x-6y=9 \\ \underline{-3x+4y=-3} \\ -2y=6 \end{array}$$

$y=-3 \rightarrow -x+2y=-3 \rightarrow x=2y+3 \xrightarrow{y=-3} x=2\cdot(-3)+3 \rightarrow x=-3$

La solución del sistema es $x=-3$ e $y=-3$.

34. Página 69

Capacidad del Disco Duro mayor: x

Capacidad del Disco Duro menor: $\frac{1}{4}x+250$

$\frac{1}{4}x+250+x=1000 \rightarrow \frac{5}{4}x=750 \rightarrow x=600$

El disco duro de mayor capacidad es de 60 gigas, mientras que el de menor es de $\frac{1}{4}\cdot 60+25=40$ gigas.

35. Página 69

Precio de cada sofá (€): x Precio de cada silla (€): y

$$\begin{cases} 2x+10y=3500 \rightarrow x=1750-5y \\ 3x+5y=4200 \end{cases}$$

$$3(1750-5y)+5y=4200 \rightarrow 5250-15y+5y=4200 \rightarrow 10y=1050 \rightarrow y=105$$

$$x=1750-5y \xrightarrow{y=105} x=1750-5\cdot 105 \rightarrow x=1225$$

El precio de cada sofá es de 1 225 € y cada silla cuesta 105 €.

36. Página 69

Precio de un viaje en avión (€): x

Precio del alquiler de coche por día (€): y

$$\begin{cases} 2x+3y=1200 \rightarrow x=\dfrac{1200-3y}{2} \\ x+4y=750 \rightarrow x=750-4y \end{cases}$$

$$\frac{1200-3y}{2}=750-4y \rightarrow 1200-3y=1500-8y \rightarrow 5y=300 \rightarrow y=60$$

$$x=750-4y \xrightarrow{y=60} x=750-4\cdot 60 \rightarrow x=510$$

Cada viaje de avión cuesta 510 € y el alquiler diario del vehículo 60 €.

ACTIVIDADES FINALES

37. Página 70

a) $4x-2+3=x+3+3x-2 \rightarrow 4x+1=4x+1 \rightarrow$ Identidad algebraica.

b) $2x-4=6x-3 \rightarrow 4x=-1 \rightarrow x=-\dfrac{1}{4} \rightarrow$ Ecuación.

c) $7+1-2=24-18 \rightarrow 6=6 \rightarrow$ Identidad numérica.

d) $3x=6 \rightarrow x=2 \rightarrow$ Ecuación.

e) $10x+15-2x+2=8x+16+1 \rightarrow 8x+17=8x+17 \rightarrow$ Identidad algebraica.

f) $9x-3-8x+10=-2x-6+1 \rightarrow x+7=-2x-5 \rightarrow 3x=-12 \rightarrow x=-4 \rightarrow$ Ecuación.

g) $x+2x-10-\dfrac{1}{3}x=4-2x \rightarrow \dfrac{14}{3}x=14 \rightarrow x=3 \rightarrow$ Ecuación.

h) $5x-6x-12-x=-2x-12 \rightarrow -2x-12=-2x-12 \rightarrow$ Identidad algebraica.

38. Página 70

a) $3x-8+2x+14-2=4x+2x-2 \rightarrow x=-6$

b) $5x+15-6x+9=-2x+7 \rightarrow x=-17$

c) $2x-10+x+2=4-3x \rightarrow 6x=12 \rightarrow x=2$

d) $12-8+4x=2x+4 \rightarrow 2x=0 \rightarrow x=0$

e) $2-2x+8+x=3-2x \rightarrow x=-7$

f) $5x+7-6+3x=3x-4 \rightarrow 5x=-5 \rightarrow x=-1$

g) $5x-10+18-9x=2x-4 \rightarrow -6x=-12 \rightarrow x=2$

39. Página 70

a) $\frac{1}{3}x+2-2x-8=x-\frac{2}{3}x \rightarrow x+6-6x-24=3x-2x \rightarrow -6x=18 \rightarrow x=-3$

b) $2x-6-4x+4=4x+8+2 \rightarrow 6x=-12 \rightarrow x=-2$

c) $-3x+48-8x=x+16x-80+4x \rightarrow 32x=128 \rightarrow x=4$

d) $3x+2+5=40x+30-30x-30 \rightarrow 7x=7 \rightarrow x=1$

e) $x+4-4x=3x-3+6-2x \rightarrow 4x=1 \rightarrow x=\frac{1}{4}$

f) $30+10x+5-20x-10=18-12x \rightarrow 2x=-7 \rightarrow x=-\frac{7}{2}$

40. Página 70

Altura (cm): x

Ancho (cm): $x+6$

$2x+2(x+6)=28 \rightarrow 2x+2x+12=28 \rightarrow 4x=16 \rightarrow x=4$

El rectángulo mide 4 cm de alto y $x+6=10$ de ancho.

41. Página 70

Tiempo para correr (min): x

Tiempo para ejercicios aeróbicos (min): $\frac{2}{3}x$

$x+\frac{2}{3}x=60 \rightarrow 3x+2x=180 \rightarrow 5x=180 \rightarrow x=36$

Dedicará 36 min a correr y $\frac{2}{3}\cdot 36=24$ min a los ejercicios aeróbicos.

42. Página 70

Dinero que tenía ahorrado Juana (€): x

Dinero que Juana prestó a su hermano (€): $\frac{x}{5}$

Dinero que la costó a Juana el libro (€): $\frac{x-\frac{x}{5}}{6}$

$x-\frac{x}{5}-\frac{x-\frac{x}{5}}{6}=40 \rightarrow 6x-\frac{6x}{5}-x+\frac{x}{5}=240 \rightarrow 25x-6x+x=1200 \rightarrow 20x=1200 \rightarrow x=60$

Juana tenía 60 € ahorrados.

43. Página 70

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}(x+1) = 25 \rightarrow 3x - 2x - 2 = 150 \rightarrow x = 148$$

El número buscado es el 148.

44. Página 70

Edad de Marta en la actualidad: x

$$x - 10 = \frac{1}{2}x \rightarrow 2x - 20 = x \rightarrow x = 20$$

Marta tiene 20 años.

45. Página 70

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}x + 12 = x \rightarrow 6x + 5x + 10x + 360 = 30x \rightarrow 9x = 360 \rightarrow x = 40$$

Esther tiene 40 cajas en total.

46. Página 70

Ancho inicial del campo: x

Largo inicial del campo: $x + 20$

$$2 \cdot (x+4) + 2 \cdot ((x+20)+5) = 150 \rightarrow 4x + 8 + 50 = 150 \rightarrow x = 23$$

Las dimensiones originarias del campo eran 23 m de ancho por 23 + 20 = 43 m de largo.

47. Página 70

Sea *x* el número buscado.

$$\frac{x}{2} + \frac{x+1}{3} = x - 4 \rightarrow 3x + 2(x+1) = 6(x-4) \rightarrow x = 26$$

48. Página 71

Sea *x* la distancia que recorre el primer día.

$$x + 2x - 8 + 3x - 10 = 198 \rightarrow 6x = 216 \rightarrow x = 36$$

El primer día recorre 36 km, el segundo $2 \cdot 36 - 8 = 64$ km y el tercero $3 \cdot 36 - 10 = 98$ km.

49. Página 71

Sea *x* la duración de la primera llamada.

$$x + 3x - 5 = 43 \rightarrow 4x = 48 \rightarrow x = 12$$

La primera llamada ha durado 12 minutos y la segunda $3 \cdot 12 - 5 = 31$ minutos.

50. Página 71

Sea *x* el número buscado.

$$x + (x+1) + (x+2) = (x-1) + (x-2) + 11 \rightarrow x = 5$$

51. Página 71

a) Ecuación incompleta: $a=-8$, $b=1$, $c=0$

b) Ecuación incompleta: $a=1$, $b=0$, $c=-\frac{1}{9}$

c) Ecuación completa: $a=\frac{3}{2}$, $b=5$, $c=-1$

d) Ecuación incompleta: $a=-4$, $b=0$, $c=-3$

e) Ecuación completa: $a=2$, $b=4$, $c=-1$

f) Ecuación incompleta: $a=6$, $b=4$, $c=0$

g) Ecuación incompleta: $a=-5$, $b=0$, $c=25$

h) Ecuación completa: $a=\frac{4}{3}$, $b=5$, $c=-3$

52. Página 71

a) $x^2-5x+6=0\rightarrow\frac{5\pm\sqrt{5^2-4\cdot1\cdot6}}{2\cdot1}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{5\pm1}{2}\rightarrow\begin{cases}x_1=2\\x_2=3\end{cases}$

b) $x^2+6x+8=0\rightarrow\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot1\cdot8}}{2\cdot1}=\frac{-6\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{-6\pm2}{2}\rightarrow\begin{cases}x_1=-4\\x_2=-2\end{cases}$

c) $x^2-6x-7=0\rightarrow\frac{6\pm\sqrt{6^2+4\cdot1\cdot7}}{2\cdot1}=\frac{6\pm\sqrt{64}}{2}=\frac{6\pm8}{2}\rightarrow\begin{cases}x_1=-1\\x_2=7\end{cases}$

d) $x^2+3x-10=0\rightarrow\frac{-3\pm\sqrt{3^2+4\cdot1\cdot10}}{2\cdot1}=\frac{-3\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{-3\pm7}{2}\rightarrow\begin{cases}x_1=-5\\x_2=2\end{cases}e$

e) $x^2+5x-6=0\rightarrow\frac{-5\pm\sqrt{5^2+4\cdot1\cdot6}}{2\cdot1}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{-5\pm7}{2}\rightarrow\begin{cases}x_1=-6\\x_2=1\end{cases}$

f) $x^2-x-12=0\rightarrow\frac{1\pm\sqrt{1^2+4\cdot1\cdot12}}{2\cdot1}=\frac{1\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{1\pm7}{2}\rightarrow\begin{cases}x_1=-3\\x_2=4\end{cases}$

g) $x^2+5x-24=0\rightarrow\frac{-5\pm\sqrt{5^2+4\cdot1\cdot24}}{2\cdot1}=\frac{-5\pm\sqrt{121}}{2}=\frac{-5\pm11}{2}\rightarrow\begin{cases}x_1=-8\\x_2=3\end{cases}$

h) $x^2-4x-12=0\rightarrow\frac{4\pm\sqrt{4^2+4\cdot1\cdot12}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{64}}{2}=\frac{4\pm8}{2}\rightarrow\begin{cases}x_1=-2\\x_2=6\end{cases}$

53. Página 71

a) $-8x^2+2x=0\rightarrow2x(-4x+1)=0\rightarrow\begin{cases}2x=0\rightarrow x_1=0\\-4x+1=0\rightarrow x_2=\frac{1}{4}\end{cases}$

b) $4x^2-8x=0\rightarrow4x(x-2)=0\rightarrow\begin{cases}4x=0\rightarrow x_1=0\\x-2=0\rightarrow x_2=2\end{cases}$

c) $x^2-\frac{9}{4}=0\rightarrow x^2=\frac{9}{4}\rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}\rightarrow\begin{cases}x_1=-\frac{3}{2}\\x_2=\frac{3}{2}\end{cases}$

d) $6x^2+12x=0 \rightarrow 6x(x+2)=0 \rightarrow \begin{cases} 6x=0 \rightarrow x_1=0 \\ x+2=0 \rightarrow x_2=-2 \end{cases}$

e) $-3x^2+21=0 \rightarrow x^2=\frac{21}{3} \rightarrow x=\pm\sqrt{7} \rightarrow \begin{cases} x_1=-\sqrt{7} \\ x_2=+\sqrt{7} \end{cases}$

f) $12x^2-48=0 \rightarrow x^2=\frac{48}{12} \rightarrow x=\pm\sqrt{4} \rightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=2 \end{cases}$

g) $-7x^2+14x=0 \rightarrow 7x(-x+2)=0 \rightarrow \begin{cases} 7x=0 \rightarrow x_1=0 \\ -x+2=0 \rightarrow x_2=2 \end{cases}$

h) $\frac{2}{3}x^2-6=0 \rightarrow x^2=\frac{18}{2} \rightarrow x=\pm\sqrt{9} \rightarrow \begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=3 \end{cases}$

54. Página 71

$$\begin{cases} x+y=19 \\ x^2+y^2=193 \end{cases}$$

$$x+y=19 \rightarrow y=19-x \rightarrow x^2+(19-x)^2=193 \rightarrow x^2+361-38x+x^2=193 \rightarrow 2x^2-38x+168=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2-19x+84=0 \rightarrow \frac{19\pm\sqrt{19^2-4\cdot 1\cdot 84}}{2\cdot 1}=\frac{19\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{19\pm 5}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1=7 \rightarrow y_1=19-7=12 \\ x_2=12 \rightarrow y_2=19-12=7 \end{cases}$$

Los números son 7 y 12.

55. Página 71

$$x^2+x^2=72^2 \rightarrow 2x^2=5184 \rightarrow x^2=2592 \rightarrow x=\pm\sqrt{2592} \rightarrow \begin{cases} x_1=-50,9 \\ x_2=50,9 \end{cases}$$

El lado del cuadrado no puede tomar valores negativos, por lo que medirá 50,9 cm.

56. Página 71

$$\begin{cases} 2x+2y=26 \\ xy=40 \end{cases}$$

$$2x+2y=26 \rightarrow x+y=13 \rightarrow x=13-y \rightarrow (13-y)\cdot y=40 \rightarrow 13y-y^2=40$$

$$y^2-13y+40=0 \rightarrow y=\frac{13\pm\sqrt{13^2-4\cdot 1\cdot 40}}{2\cdot 1}=\frac{13\pm\sqrt{169-160}}{2}=\frac{13\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{13\pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1=5 \\ x_2=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1=5 \rightarrow y_1=13-5 \rightarrow y_1=8 \\ x_2=8 \rightarrow y_2=13-8 \rightarrow y_2=5 \end{cases}$$

El lado mayor del rectángulo mide 8 cm y el menor 5 cm.

57. Página 71

$$(x+1)^2-x^2=35 \rightarrow x^2+2x+1-x^2=35 \rightarrow 2x=34 \rightarrow x=17$$

Los números buscados son 17 y 18.

58. Página 71

$$x^2+5x=24 \rightarrow x^2+5x-24=0 \rightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{25+4\cdot 1\cdot 24}}{2\cdot 1}=\frac{-5\pm\sqrt{121}}{2}=\frac{-5\pm 11}{2}\rightarrow \begin{cases} x_1=-8 \\ x_2=3 \end{cases}$$

Hay dos números que cumplen dicha condición, el –8 y el 3.

59. Página 71

$$x\cdot(x+5)=6 \rightarrow x^2+5x-6=0 \rightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{25+4\cdot 1\cdot 6}}{2\cdot 1}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{-5\pm 7}{2}\rightarrow \begin{cases} x_1=-6 \\ x_2=1 \end{cases}$$

Hay dos posibles números, el 1 y el –6.

60. Página 71

$$x\cdot(x-4)=60 \rightarrow x^2-4x-60=0 \rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16+4\cdot 1\cdot 60}}{2\cdot 1}=\frac{4\pm\sqrt{256}}{2}=\frac{4\pm 16}{2}\rightarrow \begin{cases} x_1=-6 \\ x_2=10 \end{cases}$$

Los lados del rectángulo miden 10 cm y 6 cm. El resultado negativo de la ecuación no es válido, dado que estamos hablando de la medida del lado de un rectángulo.

61. Página 71

Sea *x* el lado de la parcela cuadrada.

$$x^2=3x\cdot 3 \rightarrow x^2-9x=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=9 \end{cases}$$

La parcela cuadrada tiene de lado 9 m, ya que la otra opción no es posible (el lado no puede medir 0).

62. Página 71

$$x^2+(x+1)^2+(x-1)^2=149 \rightarrow 3x^2+2=149 \rightarrow x^2=\frac{147}{3}=49 \rightarrow x=\pm 7$$

Hay dos posibles soluciones: {–8, –7, –6} y {6, 7, 8}.

63. Página 72

a) $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 6y=10-4x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+3y=5 \\ 4x+6y=10 \end{cases} \rightarrow$ Ecuaciones equivalentes. Hay infinitas soluciones.

b) $\begin{cases} 4x-2y=14 \\ y-x=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-y=7 \\ -x+y=-1 \end{cases}$

$$x \quad =6 \rightarrow y=-1+6 \rightarrow y=5$$

Solución: $x=6, y=5$

c) $\begin{cases} 3\cdot(x-y)+2=-4 \\ 2x+3\cdot(y-6)=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-3y+2=-4 \\ 2x+3y-18=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-y=-2 \\ 2x+3y=16 \end{cases}$

$$x=y-2 \rightarrow 2(y-2)+3y=16 \rightarrow 2y-4+3y=16 \rightarrow 5y=20 \rightarrow y=4 \rightarrow x=4-2 \rightarrow x=2$$

Solución: $x=2, y=4$

d) $\begin{cases} x+6\cdot(y-x)=4y-1 \\ 2\cdot(y-5)+x=5y+2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+6y-6x=4y-1 \\ 2y-10+x=5y+2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5x+2y=-1 \\ x+3y=-10 \end{cases}$

$x=-3y-10 \rightarrow -5(-3y-10)+2y=-1 \rightarrow 15y+50+2y=-1 \rightarrow 17y=-51 \rightarrow y=-3 \rightarrow x=-10-3\cdot(-3) \rightarrow x=-1$

Solución: $x=-1, y=-3$

e) $\begin{cases} 3\cdot(2y-3x)+4=5y+5 \\ 3x-\frac{1}{3}y=\frac{1}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6y-9x+4=5y+5 \\ 3x-\frac{1}{3}y=\frac{1}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9x-y=-1 \\ 9x-y=1 \end{cases} \rightarrow$ No tiene solución.

64. Página 72

a) $\begin{cases} \frac{1}{4}\cdot(x+2y)-\frac{1}{3}x=\frac{2}{3}x \\ \frac{1}{5}x-\frac{3}{5}y=-\frac{1}{5}x-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}x=\frac{2}{3}x \\ \frac{1}{5}x-\frac{3}{5}y=-\frac{1}{5}x-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+6y-4x=8x \\ x-3y=-x-5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -9x+6y=0 \\ 2x-3y=-5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x+2y=0 \\ 2x-3y=-5 \end{cases}$

$x=\frac{3y-5}{2} \rightarrow -3\left(\frac{3y-5}{2}\right)+2y=0 \rightarrow -9y+15+4y=0 \rightarrow -5y=-15 \rightarrow y=3 \rightarrow x=\frac{3\cdot 3-5}{2} \rightarrow x=2$

Solución: $x=2, y=3$

b) $x=-\frac{3y+2}{2} \rightarrow 5\left(-\frac{3y+2}{2}\right)+8y=-4 \rightarrow -15y-10+16y=-8 \rightarrow y=2 \rightarrow x=-\frac{3\cdot 2+2}{2} \rightarrow x=-4$

Solución: $x=-4, y=2$

c) $x=\frac{6-3y}{2} \rightarrow -3\left(\frac{6-3y}{2}\right)-5y=-7 \rightarrow -18+9y-10y=-14 \rightarrow y=-4 \rightarrow x=\frac{6-3\cdot(-4)}{2} \rightarrow x=9$

Solución: $x=9, y=-4$

d) $x=\frac{3}{2}y-11 \rightarrow \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}y-11\right)+3y=4 \rightarrow \frac{3}{8}y-\frac{11}{4}+3y=4 \rightarrow 3y-22+24y=32 \rightarrow$

$\rightarrow 27y=54 \rightarrow y=2 \rightarrow x=\frac{3}{2}\cdot 2-11 \rightarrow x=-8$

Solución: $x=-8, y=2$

e) $\begin{cases} \frac{2}{3}\cdot(2x-5)-\frac{1}{6}\cdot(y-7)=-7 \\ \frac{1}{2}x+3y=4y-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}x-\frac{10}{3}-\frac{1}{6}y+\frac{7}{6}=-7 \\ \frac{1}{2}x+3y=4y-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x-20-y+7=-42 \\ x+6y=8y-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x-y=-29 \\ x-2y=-4 \end{cases}$

$x=2y-4 \rightarrow 8(2y-4)-y=-29 \rightarrow 16y-32-y=-29 \rightarrow 15y=3 \rightarrow y=\frac{1}{5} \rightarrow x=2\cdot\frac{1}{5}-4 \rightarrow x=-\frac{18}{5}$

Solución: $x=-\frac{18}{5}, y=\frac{1}{5}$

65. Página 72

a) $\begin{cases} 2x-x+5y=1 \\ -3x+x-8y-4y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+5y=1 \\ -2x-12y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+5y=1 \\ x+6y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=1-5y \\ x=-6y \end{cases}$

$-6y=1-5y \rightarrow y=-1 \rightarrow x=-6\cdot(-1) \rightarrow x=6$

Solución: $x=6, y=-1$

b) $\begin{cases} \dfrac{3}{2}\cdot(4-3y)-\dfrac{2}{3}\cdot(x-1)=11 \\ 2x+4y=x-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6-\dfrac{9}{2}y-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{2}{3}=11 \\ 2x+4y=x-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 36-27y-4x+4=66 \\ 2x-x+4y=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4x-27y=26 \\ x+4y=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{27y+26}{-4} \\ x=-4y-1 \end{cases}$

$\dfrac{27y+26}{-4}=-4y-1 \rightarrow 27y+26=16y+4 \rightarrow 11y=-22 \rightarrow y=-2 \rightarrow x=-4\cdot(-2)-1 \rightarrow x=7$

Solución: $x=7, y=-2$

c) $\begin{cases} 6x=2-4y \\ 5y+8x=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+2y=1 \\ 8x+5y=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1-3x}{2} \\ y=\dfrac{1-8x}{5} \end{cases}$

$\dfrac{1-3x}{2}=\dfrac{1-8x}{5} \rightarrow 5-15x=2-16x \rightarrow x=-3 \rightarrow y=\dfrac{1-3\cdot(-3)}{2} \rightarrow y=5$

Solución: $x=-3, y=5$

d) $\begin{cases} \dfrac{1}{5}x+\dfrac{2}{3}y=-2 \\ x+y=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+10y=-30 \\ x+y=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-30-10y}{3} \\ x=4-y \end{cases}$

$\dfrac{-30-10y}{3}=4-y \rightarrow -30-10y=12-3y \rightarrow 7y=-42 \rightarrow y=-6 \rightarrow x=4+6 \rightarrow x=10$

Solución: $x=10, y=-6$

e) $\begin{cases} 2\cdot(x+5)-7y=13 \\ -\dfrac{x}{2}+y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+10-7y=13 \\ -\dfrac{1}{2}x+y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-7y=3 \\ x-2y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{7y+3}{2} \\ x=2y \end{cases}$

$\dfrac{7y+3}{2}=2y \rightarrow 7y+3=4y \rightarrow 3y=-3 \rightarrow y=-1 \rightarrow x=2\cdot(-1) \rightarrow x=-2$

Solución: $x=-2, y=-1$

66. Página 72

a) $\begin{cases} \dfrac{7}{3}x-\dfrac{3}{4}y=x-2 \\ 2x-y=-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 28x-9y=12x-24 \\ 2x-y=-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 16x-9y=-24 \\ 2x-y=-4 \end{cases}$

$$\begin{cases} 16x-9y=-24 \\ 2x-y=-4 \xrightarrow{\cdot(-9)} \end{cases} \quad \begin{array}{rcl} 16x-9y & = & -24 \\ -18x+9y & = & 36 \\ \hline -2x & = & 12 \rightarrow x=-6 \end{array}$$

$2x-y=-4 \rightarrow y=2x+4 \rightarrow y=2\cdot(-6)+4 \rightarrow y=-8$

Solución: $x=-6, y=-8$

b) $\begin{cases} \dfrac{(3x-y)}{4}-\dfrac{2\cdot(x-2)}{3}=1 \\ \dfrac{(y-2x)}{7}+3x-11=y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9x-3y-8x+16=12 \\ y-2x+21x-77=7y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-3y=-4 \\ 19x-6y=77 \end{cases}$

$$\begin{cases} x-3y=-4 \xrightarrow{\cdot(-2)} \\ 19x-6y=77 \end{cases} \quad \begin{array}{rcl} -2x+6y & = & 8 \\ 19x-6y & = & 77 \\ \hline 17x & = & 85 \rightarrow x=5 \end{array}$$

$x-3y=-4 \rightarrow y=\dfrac{x+4}{3} \rightarrow y=\dfrac{5+4}{3} \rightarrow y=3$

Solución: $x=5, y=3$

c) $\begin{cases} -9x+4y=3 \xrightarrow{\cdot(5)} \\ 11x-5y=-4 \xrightarrow{\cdot(4)} \end{cases}$ $\begin{array}{r} -45x+20y=15 \\ \underline{44x-20y=-16} \\ -x \qquad =-1 \end{array} \rightarrow x=1$

$$-9x+4y=3 \rightarrow y=\frac{3+9x}{4} \rightarrow y=\frac{3+9\cdot 1}{4} \rightarrow y=3$$

Solución: $x=1, y=3$

d) $\begin{cases} 2\cdot(x+1)-3\cdot(y+3)=4x+5 \\ x+7\cdot(y-3)=-4y-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+2-3y-9=4x+5 \\ x+7y-21=-4y-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x-3y=12 \\ x+11y=18 \end{cases}$

$\begin{cases} -2x-3y=12 \\ x+11y=18 \xrightarrow{\cdot 2} \end{cases}$ $\begin{array}{r} -2x-3y=12 \\ \underline{2x+22y=36} \\ 19y=48 \end{array}$

$$y=\frac{48}{19} \rightarrow x+11y=18 \rightarrow x=18-11y \rightarrow x=18-11\cdot\frac{48}{19} \rightarrow x=-\frac{186}{19}$$

Solución: $x=-\frac{186}{19}, y=\frac{48}{19}$

e) $\begin{cases} \frac{3x}{2}+\frac{y}{4}=8 \\ -3x-5y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x+y=32 \\ -3x-5y=2 \xrightarrow{\cdot 2} \end{cases}$ $\begin{array}{r} 6x+\quad y=32 \\ \underline{-6x-10y=4} \\ -9y=36 \end{array} \rightarrow y=-4$

$$-3x-5y=2 \rightarrow x=\frac{5y+2}{-3} \rightarrow x=\frac{5\cdot(-4)+2}{-3} \rightarrow x=6$$

Solución: $x=6, y=-4$

67. Página 72

a) $\begin{cases} \frac{x+2}{3}=\frac{2\cdot(x+y)}{3}+\frac{y}{2} \\ \frac{5}{2}\cdot(x+7)-\frac{3}{5}\cdot(2y+1)=3y-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+4=4x+4y+3y \\ 25x+175-12y-6=30y-40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+7y=4 \\ 25x-42y=-209 \end{cases}$

$$y=\frac{4-2x}{7} \rightarrow 25x-42\left(\frac{4-2x}{7}\right)=-209 \rightarrow 25x-24+12x=-209 \rightarrow 37x=-185 \rightarrow x=-5$$

$$y=\frac{4-2x}{7} \rightarrow y=\frac{4-2\cdot(-5)}{7} \rightarrow y=2$$

Solución: $x=-5, y=2$

b) $\begin{cases} 5x-2y=2\cdot(x+y)-2 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x-2y=2x+2y-2 \\ 3x+2y=-18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-4y=-2 \\ 3x+2y=-18 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x-4y=-2 \\ 3x+2y=-18 \xrightarrow{\cdot(-1)} \end{cases}$ $\begin{array}{r} 3x-4y=-2 \\ \underline{-3x-2y=18} \\ -6y=16 \end{array}$

$$y=-\frac{8}{3} \rightarrow 3x-4y=-2 \rightarrow x=\frac{4y-2}{3} \rightarrow x=\frac{4\cdot\left(-\frac{8}{3}\right)-2}{3} \rightarrow x=-\frac{38}{9}$$

Solución: $x=-\frac{38}{9}, y=-\frac{8}{3}$

c) $\begin{cases} 4x - 2\cdot(3y+5) = 0 \\ y = -5x+4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - 6y - 10 = 0 \\ 5x + y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - 6y = 10 \\ 5x + y = 4 \end{cases}$

$y = 4 - 5x \rightarrow 4x - 6\cdot(4-5x) = 10 \rightarrow 4x + 30x - 24 = 10 \rightarrow 34x = 34 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 4 - 5\cdot 1 \rightarrow y = -1$

Solución: $x = 1, y = -1$

d) $\begin{cases} 2\cdot(x+4) + 3\cdot(y-1) = 1 \\ -\dfrac{5x}{2} - \dfrac{2y}{3} = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 8 + 3y - 3 = 1 \\ -15x - 4y = 30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ -15x - 4y = 30 \end{cases}$

$x = \dfrac{-4-3y}{2} \rightarrow -15\cdot\left(\dfrac{-4-3y}{2}\right) - 4y = 30 \rightarrow 60 + 45y - 8y = 60 \rightarrow 37y = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow x = \dfrac{-4-3\cdot 0}{2} \rightarrow x = -2$

Solución: $x = -2, y = 0$

e) $\begin{cases} \dfrac{x+y}{3} + \dfrac{x}{2} = 0 \\ 2y + 3x = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 3x = 0 \\ 2y + 3x = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 0 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 0 \\ 3x + 2y = 4 \xrightarrow{\cdot(-1)} \end{cases} \qquad \begin{array}{r} 5x + 2y = 0 \\ \underline{-3x - 2y = -4} \\ 2x \qquad = -4 \end{array}$$

$2x = -4 \rightarrow x = -2 \rightarrow 3x + 2y = 4 \rightarrow 3\cdot(-2) + 2y = 4 \rightarrow 2y = 10 \rightarrow y = 5$

Solución: $x = -2, y = 5$

68. Página 72

Número capicúa: *xyx*

$\begin{cases} x + y + x = 14 \\ y = x + 2 \end{cases}$

$x + x + 2 + x = 14 \rightarrow 3x + 2 = 14 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$

$y = x + 2 \rightarrow y = 4 + 2 \rightarrow y = 6$

El número buscado es el 464.

69. Página 72

Número de cajas de bolígrafos: x

Número de cajas de lapiceros: y

$\begin{cases} x + y = 24 \\ 16{,}40x + 10{,}80y = 292{,}80 \end{cases}$

$x + y = 24 \rightarrow x = 24 - y$

$16{,}40\cdot(24 - y) + 10{,}80y = 292{,}80 \rightarrow 393{,}60 - 16{,}40y + 10{,}80y = 292{,}80 \rightarrow 5{,}6y = 100{,}8 \rightarrow y = 18$

$x = 24 - y \rightarrow x = 24 - 18 \rightarrow x = 6$

Jorge ha comprado 6 cajas de bolígrafos y 18 de lapiceros.

70. Página 72

Si x es la cifra de las decenas e y la de las unidades, el valor del número será $10x+y$.

$$\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y-45 \end{cases}$$

$x=9-y$

$10y+9-y=10(9-y)+y-45 \rightarrow 18y=36 \rightarrow y=2$

$x=9-y=9-2=7$

El número pedido es 72.

71. Página 73

Número de mesas de 2 comensales: x

Número de mesas de 4 comensales: y

$$\begin{cases} y=2x+4 \\ x+y=52 \end{cases}$$

$x+2x+4=52 \rightarrow 3x=48 \rightarrow x=16 \rightarrow y=2\cdot 16+4 \rightarrow y=36$

Hay 16 mesas de 2 comensales y 36 mesas de 4 comensales.

72. Página 73

Edad de Sara: x

Edad de Teo: y

$$\begin{cases} x+y=35 \\ x-5=y \end{cases}$$

$x+(x-5)=35 \rightarrow 2x=40 \rightarrow x=20$

$y=20-5=15$

Sara tiene 20 años y Teo 15.

73. Página 73

Distancia a Gasolinera *B* (km): x

Distancia a Gasolinera *A* (km): y

$$\begin{cases} y=2x-9 \\ y+x=42 \end{cases}$$

$2x-9+x=42 \rightarrow 3x=51 \rightarrow x=17 \rightarrow y=2\cdot 17-9 \rightarrow y=25$

El pueblo se encuentra a 17 km de la gasolinera *B* y a 25 km de la gasolinera *A*.

74. Página 73

Número de billetes de 20 €: x

Número de billetes de 10 €: y

$$\begin{cases} x + y = 37 \\ 20x + 10y = 620 \end{cases}$$

$x = 37 - y$

$20 \cdot (37 - y) + 10y = 620 \rightarrow 10y = 120 \rightarrow y = 12$

$x = 37 - y = 25$

Marcos tiene 25 billetes de 20 € y 12 de 10 €.

75. Página 73

Cantidad de sacos de 3 kg: x

Cantidad de sacos de 10 kg: y

$$\begin{cases} 3x + 10y = 71 \\ 0,90x + 3,20y = 22,30 \end{cases}$$

$$x = \frac{71 - 10y}{3} \rightarrow 0,90 \cdot \left(\frac{71 - 10y}{3}\right) + 3,20y = 22,30 \rightarrow 21,30 - 3y + 3,20y = 22,30 \rightarrow 0,20y = 1 \rightarrow y = 5$$

$$0,90x + 3,20y = 22,30 \xrightarrow{y=5} 0,90x + 3,20 \cdot 5 = 22,30 \rightarrow 0,90x = 6,3 \rightarrow x = 7$$

María ha comprado 7 sacos de 3 kg y 5 de 10 kg.

76. Página 73

Precio silla (€): x

Precio mesa (€): y

$$\begin{cases} y = 3x + 150 \\ y + 4x = 605 \end{cases}$$

$3x + 150 + 4x = 605 \rightarrow 7x = 455 \rightarrow x = 65 \rightarrow y = 3 \cdot 65 + 150 \rightarrow y = 345$

La mesa cuesta 345 € y cada silla 65 €.

77. Página 73

Gramos de colorante: x

Gramos de base blanca: y

$$\begin{cases} y = 2x + 500 \\ x + y = 5000 \end{cases}$$

$2x + 500 + x = 5000 \rightarrow 3x = 4500 \rightarrow x = 1500 \rightarrow y = 5000 - 1500 \rightarrow y = 3500$

Jaime necesita 1 500 gramos de pintura colorante y 3 500 gramos de pintura blanca.

78. Página 73

Cotización empresa *B*: x

Cotización empresa *A*: y

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x + 349 \\ y + x = 1236 \end{cases}$$

$$\frac{2}{3}x + 349 + x = 1236 \rightarrow \frac{5}{3}x = 887 \rightarrow 5x = 2661 \rightarrow x = 532{,}2 \rightarrow y = 1236 - 532{,}2 \rightarrow y = 703{,}8$$

La empresa *B* cotiza 532,2 puntos, mientras que la Empresa A tiene una cotización de 703,8 puntos.

79. Página 73

Tiempo a 3 km/h (horas): x

Tiempo a 5 km/h (horas): y

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x + 5y = 14 \end{cases}$$

$$y = 6 - x$$

$$3x - 5(6 - x) = 14 \rightarrow 8x = 16 \rightarrow x = 2$$

Ana ha caminado a 3 km/h durante 2 horas.

80. Página 73

Número de seguidores de Laura: x

Número de seguidores de Andrea: y

$$\begin{cases} y = 4x + 1420 \\ \frac{y}{x} = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 4x + 1420 \\ y = 14x \end{cases}$$

$$4x + 1420 = 14x \rightarrow 1420 = 10x \rightarrow x = 142 \rightarrow y = 14 \cdot 142 \rightarrow y = 1988$$

Laura tiene 142 seguidores, mientras que Andrea tiene 1 988 seguidores.

81. Página 73

Número de personas que se tiñeron: x

Número de personas que se cortaron en pelo: y

$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y + x = 35 \end{cases}$$

$$2x + 5 + x = 35 \rightarrow 3x = 30 \rightarrow x = 10 \rightarrow y = 35 - 10 \rightarrow y = 25$$

25 personas se cortaron el pelo.

82. Página 73

Número de personas que prefieren café SIN cafeína: x

Número de personas que prefieren café CON cafeína: $3x+440$

$$\begin{cases} y=3x+440 \\ y+x=2500 \end{cases}$$

$$3x+440+x=2500 \to 4x=2060 \to x=515 \to y=2500-515 \to y=1985$$

Hay 1 985 personas que prefieren el café con cafeína.

83. Página 73

Dinero que tiene Jimena (€): x

Dinero que tiene Luis (€): y

$$\begin{cases} x=40+y \\ \dfrac{x}{2}-30=\dfrac{y}{4} \end{cases} \to \begin{cases} x=40+y \\ 2x-120=y \end{cases}$$

$$2\cdot(40+y)-120=y \to y=40$$

$$x=40+40=80$$

Jimena tiene 80 € y Luis tiene 40 €.

84. Página 73

Número de seguidores del grupo *B*: x

Número de seguidores del grupo *A*: y

$$\begin{cases} y=5800+2x \\ y+x=16000 \end{cases}$$

$$5800+2x+x=16000 \to 3x=10200 \to x=3400$$

$$y=16000-3400 \to y=12600$$

3 400 personas han seguido al grupo *B*, mientras que 12 600 personas han seguido al grupo *A*.

SABER HACER

Planificar unas vacaciones. Página 74

a) Precio avión 1 con salida a las 18.35 h: x

Precio avión 2 con salida a las 23.50 h: $x+60$

$x+60=1{,}5\cdot x \rightarrow 0{,}5x=60 \rightarrow x=120$

Precio avión 1 con salida a las 18.35 h: 120 €

Precio avión 2 con salida a las 23.50 h: 180 €

b) Precio por noche hotel Bali: x

Precio por 7 noches hotel Bali: 784 €

Precio por noche hotel Paraíso: $x+35$

$x=\frac{784}{7} \rightarrow x=112$

Precio por noche hotel Bali: 112 €

Precio por noche hotel Paraíso: 147 €

Precio por 7 noches hotel Bali: 784 €

Precio por 7 noches hotel Paraíso: $147\cdot(7-1)=147\cdot 6=882$ €

Precio por 6 noches hotel Bali: $112\cdot 6=672$ €

Precio por 6 noches hotel Paraíso: $147\cdot(6-1)=147\cdot 5=735$ €

Es más barato alojarse en el hotel Bali, independientemente de que sean seis o siete noches.

c) Precio por día Fastcar: x

Precio por día Supercar: $x+10$

Precio por 7 días (incluidos 120 € de mantenimiento) Fastcar: 400 €

$x=\frac{400-120}{7} \rightarrow x=40$

Precio por día Fastcar: 40 €

Precio por día Supercar: $40+10=50$ €

Precio por 7 Fastcar: 400 €

Precio por 7 Supercar: $50\cdot 7=350$ €

Ofrece mejores precios la agencia Supercar.

d) Opción 1:

Avión 1 (18.35h) + 7 noches en Hotel Bali + Alquiler de coche en Supercar

$120+784+350=1254$ €

Opción 2:

Avión 2 (23.50h) + 6 noches en Hotel Bali + Alquiler de coche en Supercar

$180+672+350=1202$ €

La segunda opción es ligeramente más económica, por lo que escogerán el avión que sale a las 23.50h, alojándose 6 noches en el Hotel Bali y recorriendo la ciudad en un coche alquilado en Supercar.

Perímetros, áreas y volúmenes

5

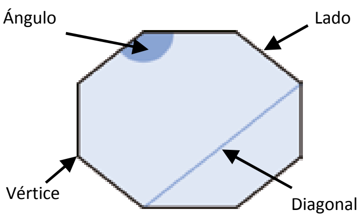
PUNTO DE PARTIDA

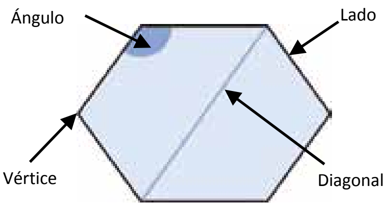
Página 75

Pentágonos en la figura morada, triángulos en la figura roja y cuadrados en la figura amarilla.

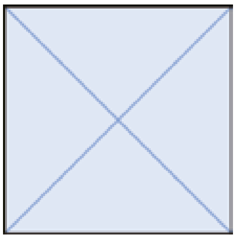
ACTIVIDADES

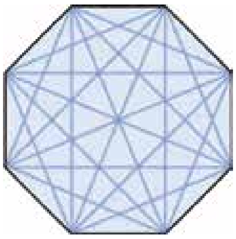
1. Página 76





2. Página 76





3. Página 76

Eneágono: $180^\circ \cdot (n-2) \xrightarrow{n=9} 180^\circ \cdot (9-2) = 1260^\circ$

Heptágono: $180^\circ \cdot (n-2) \xrightarrow{n=7} 180^\circ \cdot (7-2) = 900^\circ$

4. Página 76

Octógono: $180^\circ \cdot (n-2) \xrightarrow{n=8} 180^\circ \cdot (8-2) = 1080^\circ$

Hexágono: $180^\circ \cdot (n-2) \xrightarrow{n=6} 180^\circ \cdot (6-2) = 720^\circ$

5. Página 77

Rojo: irregular. Azul: equilátero. Rosa: irregular.

6. Página 77

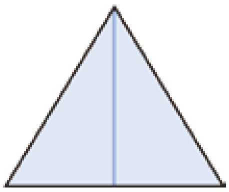
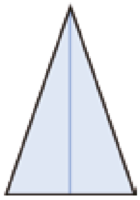
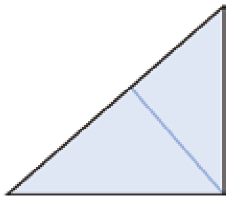
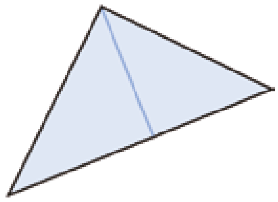
Azul: pentágono. Rojo: pentágono. Naranja: heptágono. Verde: hexágono.

7. Página 78

a) Rectángulo. b) Acutángulo. c) Obtusángulo. d) Acutángulo.

8. Página 78

a) Equilátero. b) Isósceles. c) Escaleno. d) Escaleno.

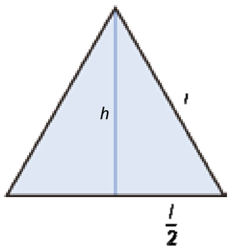
9. Página 79

a) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=8,\, b=5} 8^2 = 5^2 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{64-25} \rightarrow c = \sqrt{39} = 6{,}24$ cm

b) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b=4,\, c=7} a^2 = 4^2 + 7^2 \rightarrow a = \sqrt{16+49} \rightarrow c = \sqrt{65} = 8{,}06$ cm

c) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=14,\, c=6} 14^2 = b^2 + 6^2 \rightarrow b = \sqrt{196-36} \rightarrow c = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} = 12{,}65$ m

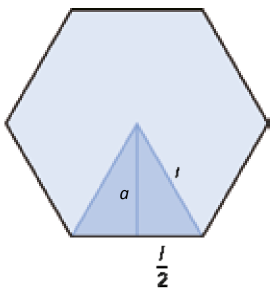
10. Página 79



a) $8^2 = h^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2 \rightarrow h^2 = 64 - 16 \rightarrow h = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} = 6{,}93$ cm

b) $10^2 = h^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2 \rightarrow h^2 = 100 - 25 \rightarrow h = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} = 8{,}66$ cm

11. Página 79



$4^2 = a^2 + 2^2 \rightarrow a^2 = 16 - 4 \rightarrow a = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} = 3{,}46$ cm

12. Página 80

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Una moneda, un disco de vinilo y una porción de pizza.

13. Página 80

Circunferencia: línea curva cerrada.

Círculo: superficie plana delimitada por la circunferencia.

14. Página 80

El abanico es un sector circular, el jardín tiene forma de trapecio circular y la señal de tráfico es un círculo.

15. Página 80

La figura es un semicírculo.

16. Página 81

$P = 7 \cdot 3{,}5 = 24{,}5$ cm

17. Página 81

x = Base del rectángulo $\longrightarrow$ Altura del rectángulo $= y = 2x$

$2 \cdot 2x + 2x = 90 \longrightarrow 6x = 90 \longrightarrow x = 15,\ y = 30$

La base y la altura miden 15 y 30 cm, respectivamente.

18. Página 81

$P = 10 \cdot 3{,}25 = 32{,}5$ cm

19. Página 81

$P = 4{,}65 + 5{,}27 + 1{,}8 + 5{,}6 + 2{,}2 + 3{,}2 + 4{,}7 = 27{,}42$ cm

20. Página 82

$$P = 7 \cdot 2 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 45}{360} = 14 + \frac{7}{4}\pi = 19{,}5 \text{ cm}$$

21. Página 82

$$P = 2\pi(r + R) \xrightarrow{r=3,\ R=8} P = 2\pi(3 + 8) = 22\pi = 69{,}12 \text{ cm}$$

22. Página 82

$36{,}84 = 2r + 18{,}84 \longrightarrow 2r = 18 \longrightarrow r = 9$ m

23. Página 82

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}4}{2} + \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}6}{2} + 2 = 2 + \pi = 5{,}14 \text{ m}$$

24. Página 83

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \xrightarrow{b=2{,}5;\ h=4} A = \frac{2{,}5 \cdot 4}{2} = 5 \text{ m}^2$$

25. Página 83

$$A=\frac{n\cdot l\cdot a}{2}\xrightarrow{n=7;\ l=5;\ a=5,2}A=\frac{7\cdot 5\cdot 5,2}{2}=91\text{ cm}^2$$

26. Página 83

$$A=\frac{B+b}{2}\cdot h\xrightarrow{B=9,\ b=5,\ h=4}A=\frac{9+5}{2}\cdot 4=28\text{ m}^2$$

27. Página 83

1,42 m = 142 cm

$$A=\frac{D\cdot d}{2}\xrightarrow{D=142,\ d=62}A=\frac{142\cdot 62}{2}=4\,402\text{ cm}^2$$

28. Página 84

$$\pi r^2=1256\ \longrightarrow\ r=\sqrt{\frac{1256}{\pi}}=20\text{ cm}$$

29. Página 84

$$A_{\text{Verde}}=A_{\text{Cuadrado}}-A_{\text{Círculo}}=4^2-\pi\cdot 2^2=16-4\pi=3,43\text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Verde}}=4\cdot A_{\text{Triángulo}}=4\cdot\frac{2\cdot 1}{2}=4\text{ cm}^2$$

30. Página 84

No se puede, porque la circunferencia y el arco son líneas, no superficies.

31. Página 84

El ángulo del sector circular es recto. Así:

$$A_{\text{Una alfombra}}=\frac{\pi\cdot r^2\cdot n}{360}\xrightarrow{r=1,75;\ n=90}A=\frac{\pi\cdot 1,75^2\cdot 90}{360}=\frac{49}{64}\pi=2,41\text{ m}^2$$

$A_{\text{4 alfombras}}=4\cdot 2,41=9,64\text{ m}^2$, que sería el área de la circunferencia completa.

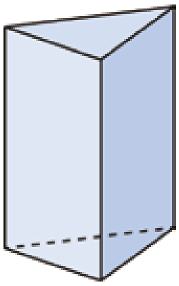
32. Página 84

$$r=65-15=50\text{ m}$$

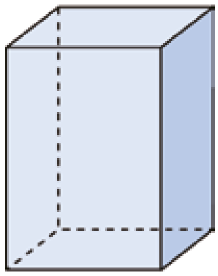
$$A=\pi(R^2-r^2)=\pi(65^2-50^2)=\pi(4225-2500)=5416,26\text{ m}^2$$

33. Página 85

Respuesta abierta. Por ejemplo:



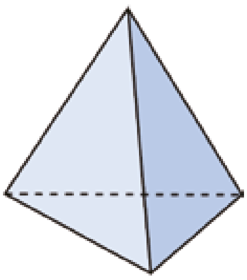
Prisma triangular



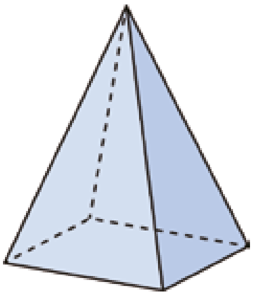
Prisma cuadrangular

34. Página 85

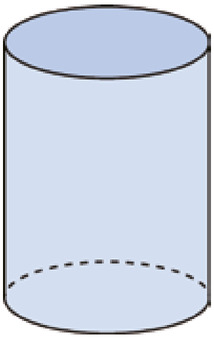
Respuesta abierta. Por ejemplo:



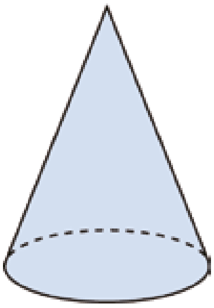
Pirámide triangular



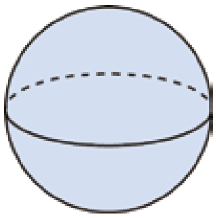
Pirámide cuadrangular



Cilindro

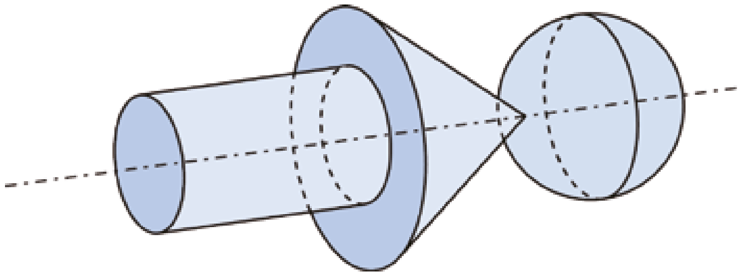


Cono



Esfera

35. Página 85



36. Página 86

$$A = 6 \cdot A_{\text{Rectángulo}} + 2 \cdot A_{\text{Base}} = 6 \cdot 7 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{6 \cdot 3 \cdot 2{,}6}{2} = 172{,}8 \text{ cm}^2$$

37. Página 86

$$A = 8 \cdot A_{\text{Triángulo}} + 2 \cdot A_{\text{Base}} = 8 \cdot \frac{6 \cdot 15}{2} + \frac{8 \cdot 6 \cdot 7{,}2}{2} = 532{,}8 \text{ cm}^2$$

38. Página 86

$$A = 6 \cdot A_{\text{Cuadrado}} = 6 \cdot 10^2 = 600 \text{ cm}^2$$

39. Página 86

$$A = \pi r(g + r) \xrightarrow{A = 188{,}4,\ r = 5} 188{,}4 = 5\pi(g + 5) \rightarrow g = \frac{188{,}4}{5\pi} - 5 \rightarrow g = 7 \text{ cm}$$

40. Página 86

$$A = 2\pi r(h + r) = 2\pi \cdot 12 \cdot (20 + 12) = 768\pi = 2412{,}75 \text{ cm}^2$$

41. Página 86

$$A = \pi r(g + r) = 10\pi(2 \cdot 10 + 10) = 942 \text{ cm}^2$$

42. Página 87

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{5 \cdot 2 \cdot 1{,}4}{2} \cdot 5 = 35 \text{ m}^3 = 35\,000\ \ell$$

43. Página 87

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 6{,}2}{2} \cdot 25 = 1085 \text{ cm}^3 = 1{,}085\ \ell$$

44. Página 87

$$V_{\text{Prisma}} = A_{\text{Base}} \cdot h = 5^2 \cdot 12 = 300 \text{ cm}^3 = 300 \text{ ml}$$

$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{10 \cdot 3}{2} \cdot 12 = 60 \text{ cm}^3 = 60 \text{ ml}$$

45. Página 87

$$V_{\text{Pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 35^2 \cdot 21{,}65 = 8840{,}42 \text{ m}^3 = 8\,840{,}42 \text{ kl}$$

46. Página 87

80 céntimos = 0,80 €

$V = 12 \cdot 5{,}6 \cdot 2 = 134{,}4 \text{ m}^3$

$134{,}4 \cdot 0{,}80 = 107{,}52$ € costará llenar la piscina.

47. Página 88

$$V_{\text{Cilindro}} = A_{\text{Base}} \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 5 = 20\pi = 62{,}83 \text{ m}^3 \qquad V_{\text{Cono}} = \frac{1}{3} V_{\text{Cilindro}} = \frac{1}{3} \cdot 62{,}83 = 20{,}94 \text{ m}^3$$

48. Página 88

$V = 282\,600\ \ell = 282{,}6 \text{ m}^3$

$$V = \pi r^2 h \xrightarrow{V=282{,}6;\, h=10} 282{,}6 = 10\pi r^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{282{,}6}{10\pi}} \rightarrow r = 3 \text{ m}$$

49. Página 88

$$V_{\text{Cono}} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 36\pi = 113{,}1 \text{cm}^3 = \mathbf{113{,}1\ ml}$$

$$V_{\text{Bola helado}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi = 56{,}55 \text{ cm}^3 = \mathbf{56{,}55\ ml}$$

$$V_{\text{Helado}} = 113{,}1 + 56{,}55 = 169{,}65 \text{ ml}$$

50. Página 88

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 20^3 = \frac{32\,000}{3} \pi = 33\,510{,}4 \text{ cm}^3 = \mathbf{33{,}51\ \ell}$$

51. Página 88

El cono ocupa $\frac{1}{3}$ del volumen del cilindro. Por tanto, quedan vacíos $\frac{2}{3}$. Así:

$$\frac{2}{3} V_{\text{Cilindro}} = \frac{2}{3} \pi \cdot 15^2 \cdot 25 = 3750\pi = 11\,781 \text{cm}^3 = \mathbf{11{,}781\ \ell}$$

52. Página 89

$$A_{\text{Prisma}} = 2 \cdot 8 \cdot 12 + 2 \cdot 12 \cdot 18 + 1 \cdot 8 \cdot 18 = 768 \text{ cm}^2$$

Por el teorema de Pitágoras: $a^2 = 4^2 + 7^2 \rightarrow a = \sqrt{65} = 8{,}06 \text{ cm}$

$$A_{\text{Lateral Pirámide}} = 2 \cdot \frac{18 \cdot 8{,}06}{2} + 2 \cdot \frac{8 \cdot 11{,}4}{2} = 233{,}4 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Total}} = 768 + 233{,}4 = 1\,001{,}4 \text{ cm}^2$$

53. Página 89

El recipiente está formado por dos semiesferas y un cilindro:

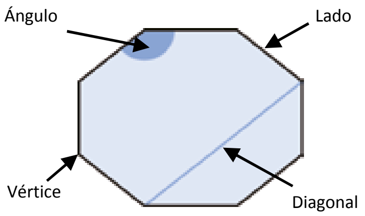
$$V_{\text{Esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 5^3 = \frac{500}{3} \pi = 523{,}6 \text{ cm}^3 \qquad V_{\text{Cilindro}} = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 250\pi = 785{,}4 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Total}} = 523{,}6 + 785{,}4 = 1309 \text{ cm}^3$$

ACTIVIDADES FINALES

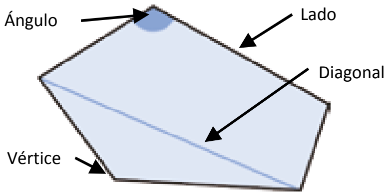
54. Página 90

Respuesta abierta. Por ejemplo:

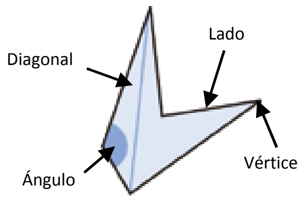


55. Página 90

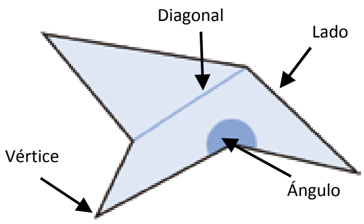
a)



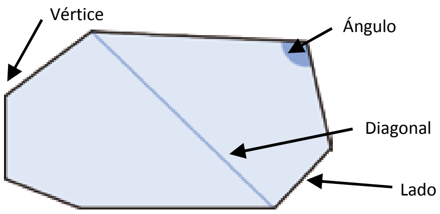
c)



b)



d)



56. Página 90

a) Tantas como lados tenga el polígono menos 3.

b) Desde cada vértice hay $n-3$ diagonales. Si quitamos las que se repiten, tendremos:

$$N_{\text{Diagonales}} = \frac{n\cdot(n-3)}{2}$$

57. Página 90

Suma ángulos interiores pentágono $= 180^{\circ}\cdot(n-2)\xrightarrow{n=5}180^{\circ}\cdot(5-2)=540^{\circ}$

Suma ángulos interiores heptágono $= 180^{\circ}\cdot(n-2)\xrightarrow{n=7}180^{\circ}\cdot(7-2)=900^{\circ}$

Suma ángulos interiores decágono $= 180^{\circ}\cdot(n-2)\xrightarrow{n=10}180^{\circ}\cdot(10-2)=1440^{\circ}$

58. Página 90

Buscamos el número de lados, n:

$$180^{\circ}\cdot(n-2)=900^{\circ} \rightarrow n=\frac{900^{\circ}}{180^{\circ}}+2 \rightarrow n=7$$

El polígono es un heptágono.

59. Página 90

a) Es un hexágono no equilátero y no equiángulo. Por tanto, es irregular.

b) Es un hexágono no equilátero y equiángulo. Por tanto, es irregular.

c) Es un cuadrilátero equilátero y no equiángulo. Por tanto, es irregular.

d) Es un hexágono no equilátero y no equiángulo. Por tanto, es irregular.

60. Página 90

a) Es un hexágono regular.

b) Es un cuadrado o cuadrilátero equilátero.

c) Es un cuadrado o cuadrilátero equilátero.

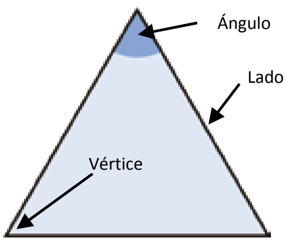
d) Es un triángulo equilátero, ya que un triángulo con los tres lados iguales debe tener los tres ángulos iguales.

e) La suma de los ángulos interiores de un pentágono es $180 \cdot (n-2) = 180 \cdot (5-2) = 540^\circ$, y $72 \cdot 5 = 360^\circ \rightarrow$ No puede formar un pentágono.

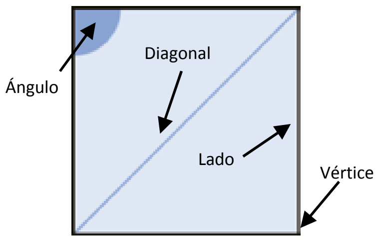
f) La suma de los ángulos interiores de un hexágono es $180 \cdot (n-2) = 180 \cdot (6-2) = 720^\circ$, y $120 \cdot 6 = 720^\circ \rightarrow$ Es un hexágono equiángulo.

61. Página 90

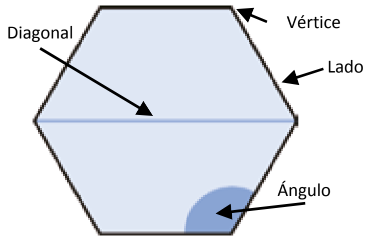
a)



b)



c)



62. Página 90

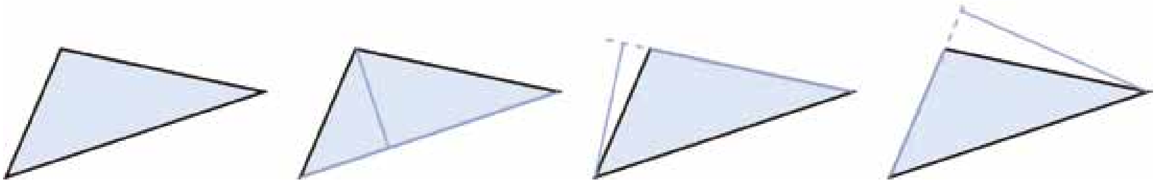
a) Rectángulo. b) Obtusángulo. c) Acutángulo. d) Rectángulo.

63. Página 90

a) Escaleno. b) Equilátero. c) Isósceles. d) Isósceles.

64. Página 90

Respuesta abierta. Por ejemplo:



65. Página 90

a) Imposible. Si es equilátero, todos sus ángulos miden 60º → No tiene ningún ángulo mayor de 90º.

b) Posible. Por ejemplo: un triángulo isósceles con el ángulo desigual de 30º y los otros dos ángulos de 75º.

c) Posible. Por ejemplo: un triángulo de catetos 3 y 4 cm y de hipotenusa 5 cm.

d) Posible. Por ejemplo: cualquier triángulo isósceles que cuyo ángulo desigual mida 90º.

e) Posible. Por ejemplo: un triángulo isósceles con el ángulo desigual de 120º y los otros dos ángulos de 30º.

f) Posible. Por ejemplo: un triángulo de ángulos 80º, 60º y 40º.

66. Página 90

a) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=15,\, b=9} 15^2 = 9^2 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{225-81} = \sqrt{144} = 12$ cm

b) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=28,\, c=16} 28^2 = b^2 + 16^2 \rightarrow b = \sqrt{784-256} = \sqrt{528} = 4\sqrt{33} = 22{,}98$ cm

c) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b=80,\, c=50} a^2 = 80^2 + 50^2 \rightarrow a = \sqrt{6400+2500} = \sqrt{8900} = 10\sqrt{89} = 94{,}34$ mm

d) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=32,\, b=20} 32^2 = 20^2 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{1024-400} = \sqrt{624} = 4\sqrt{39} = 24{,}98$ cm

67. Página 91

a) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=2{,}7;\, b=1{,}8} 2{,}7^2 = 1{,}8^2 + c^2 \rightarrow c = \sqrt{4{,}05} = 2{,}01$ cm

b) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=4{,}6;\, c=3{,}2} 4{,}6^2 = b^2 + 3{,}2^2 \rightarrow b = \sqrt{10{,}92} = 3{,}3$ cm

c) $(3+1)^2 = y^2 + 2^2 \rightarrow y^2 = 4^2 - 2^2 \rightarrow y = \sqrt{16-4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} = 3{,}46$ cm

$2^2 = 1^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 4 - 1 \rightarrow x = \sqrt{3} = 1{,}73$ cm

d) $4^2 = 2^2 + y^2 \rightarrow y^2 = 16 - 4 \rightarrow y = \sqrt{16-4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} = 3{,}46$ cm

$3^2 = 2^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 9 - 4 \rightarrow x = \sqrt{5} = 2{,}24$ cm

68. Página 91

Llamamos *h* a la altura buscada. Entonces, por el teorema de Pitágoras:

$$90^2 = h^2 + 78^2 \rightarrow h = \sqrt{90^2 - 78^2} = \sqrt{2016} = 12\sqrt{14} = 44{,}9 \text{ m}$$

La altura del edificio es de 44,9 metros.

69. Página 91

Al ser isósceles, la altura divide a la base en dos partes iguales que forman con ella un triángulo rectángulo. Por el teorema de Pitágoras:

$$10^2 = h^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2 \rightarrow h = \sqrt{100-16} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} = 9{,}17 \text{ cm}$$

70. Página 91

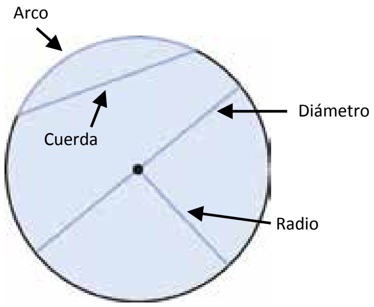
La generatriz es la hipotenusa del triángulo rectángulo que forma con el radio y la altura, *h*. Por el teorema de Pitágoras: $26^2 = 10^2 + h^2 \rightarrow h = \sqrt{676-100} = \sqrt{576} = 24$ cm

71. Página 91

Si el triángulo rectángulo es isósceles, el lado desigual debe ser la hipotenusa, y los dos catetos deben medir lo mismo. Por tanto, por el teorema de Pitágoras:

$20^2 = b^2 + b^2 = 2b^2 \rightarrow b = \sqrt{\frac{20^2}{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14{,}14$ cm mide cada cateto.

72. Página 91



73. Página 91

a) Corona circular.
b) Circunferencia.
c) Sector circular.
d) Semicírculo.

74. Página 91

a) $P = 10 + 3{,}5 + 2 + 3{,}6 + 2{,}7 = 21{,}8$ cm

b) $P = 1 + 8{,}5 + 2{,}5 + 1{,}5 + 6{,}5 = 20$ cm

c) $P = 3 + 1 + 0{,}75 + 1{,}5 + 1 + 3 = 10{,}25$ cm

d) $P = 2 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 1{,}2 + 2 \cdot 2{,}5 = 10{,}4$ cm

75. Página 91

a) En un hexágono regular, el lado, l, y el radio son iguales, por lo que los dos radios y el lado forman un triángulo equilátero. La altura de ese triángulo es la apotema, que divide el lado en dos partes iguales formando dos triángulos rectángulos cuya hipotenusa es el radio. Así, por el teorema de Pitágoras:

$$l^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + 6^2 \rightarrow \frac{3}{4}l^2 = 36 \rightarrow l = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} = 6{,}93 \text{ cm}$$

$$P = 6 \cdot l \xrightarrow{l=6{,}93} P = 6 \cdot 6{,}93 = 41{,}58 \text{ cm}$$

b) $P = 9 \cdot 42 = 378$ mm

c) $P = 12 \cdot 3{,}5 = 42$ cm

d) $P = 5 \cdot 8 = 40$ cm

e) La altura divide a la base en dos partes iguales formando dos triángulos rectángulos cuya hipotenusa es el otro lado, l. Así, por el teorema de Pitágoras:

$$l^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + 5^2 \rightarrow 4l^2 - l^2 = 4 \cdot 25 \rightarrow l = \sqrt{\frac{100}{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = 5{,}77 \text{ cm}$$

$$P = 3 \cdot l = 3 \cdot 5{,}77 = 17{,}31 \text{ cm}$$

76. Página 91

a) $P = 2\pi R + 2\pi r = 2\pi(R+r) \xrightarrow{R=12,5,\, r=8} P = 2\pi(12,5+8) = 41\pi = 128,8$ cm

b) $P = 2\cdot r + \dfrac{2\pi r\cdot n}{360} \xrightarrow{r=15,\, n=68} P = 2\cdot 15 + \dfrac{2\pi\cdot 15\cdot 68}{360} = 47,8$ cm

c) $P = 2r + \pi r = (2+\pi)\cdot r \xrightarrow{r=\frac{25}{2}=12,5} P = (2+\pi)\cdot 12,5 = 64,27$ cm

77. Página 92

a) $A = \dfrac{n\cdot l\cdot a}{2} = \dfrac{7\cdot 4\cdot 4,8}{2} = 67,2$ cm^2

b) Primero calculamos la apotema con el teorema de Pitágoras:

$$10^2 = a^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2 \rightarrow a = \sqrt{100-25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} = 8,66 \text{ cm}$$

$$A = \frac{n\cdot l\cdot a}{2} = \frac{6\cdot 10\cdot a}{2} \xrightarrow{a=8,66} A = \frac{6\cdot 10\cdot 8,66}{2} = 259,8 \text{ cm}^2$$

c) $A = \dfrac{n\cdot l\cdot a}{2} = \dfrac{10\cdot 2\cdot 3,1}{2} = 31$ cm^2

d) $A = \dfrac{n\cdot l\cdot a}{2} = \dfrac{5\cdot 3\cdot 2,1}{2} = 15,75$ cm^2

e) $A = b\cdot h = 5\cdot 8 = 40$ cm^2

78. Página 92

a) $A = \dfrac{B+b}{2}\cdot h = \dfrac{7+3}{2}\cdot 4 = 20$ cm^2

b) $A = \dfrac{D\cdot d}{2} = \dfrac{5\cdot 9}{2} = 22,5$ cm^2

c) $A = b\cdot h = 6\cdot 2 = 12$ cm^2

d) $A = l^2 = 8,5^2 = 72,25$ cm^2

79. Página 92

a) $A = \pi r^2 = \pi\cdot 5,5^2 = 95,03$ cm^2

b) $A = \pi(R^2 - r^2) = \pi(6^2 - 3^2) = 27\pi = 84,82$ cm^2

c) $A = \dfrac{\pi r^2\cdot n}{360} = \dfrac{\pi 10^2\cdot 40}{360} = \dfrac{100}{9}\pi = 34,91$ cm^2

d) $A = \dfrac{\pi r^2}{2} = \dfrac{\pi\left(\frac{84}{2}\right)^2}{2} = \dfrac{\pi\cdot 42^2}{2} = 882\pi = 2770,89$ mm^2

80. Página 92

a) $A = l^2 \rightarrow l = \sqrt{81} = 9$ cm

b) $P = 2\cdot l + 2\cdot L \rightarrow 40 = 2l + 2\cdot 16 \rightarrow l = \dfrac{8}{2} = 4$ cm $\rightarrow A = l\cdot L = 4\cdot 16 = 64$ cm^2

c) Calculamos cuánto mide la otra diagonal aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo que forman las semidiagonales con el lado:

$$13^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{d^2}{4} = 13^2 - 5^2 \rightarrow d = \sqrt{144\cdot 4} = 24 \text{ cm}$$

$$A = \frac{D\cdot d}{2} = \frac{24\cdot 10}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

d) Calculamos cuánto mide el lado aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo que forma la altura con la semibase y el lado, l, contiguo:

$$l^2 = 20^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow 3l^2 = 4 \cdot 20^2 \rightarrow l = \sqrt{\frac{1600}{3}} = \frac{40}{\sqrt{3}} = 23{,}09 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{23{,}09 \cdot 20}{2} = 230{,}9 \text{ cm}^2$$

e) Los lados iguales de un triángulo rectángulo isósceles son los catetos, c. Por tanto:

$$A = \frac{c^2}{2} \rightarrow 400 = \frac{c^2}{2} \rightarrow c = \sqrt{2 \cdot 400} = 20 \cdot \sqrt{2} = 28{,}28 \text{ cm miden los catetos.}$$

Calculamos la hipotenusa, a, con el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 2 \cdot c^2 = 2 \cdot (20\sqrt{2})^2 = 1600 \rightarrow a = \sqrt{1600} = 40 \text{ cm mide la hipotenusa.}$$

f) Calculamos el lado, l, del cuadrado con el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = l^2 + l^2 \rightarrow l = \sqrt{\frac{d^2}{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{32}{\sqrt{2}} \text{ cm} \qquad A = l^2 = \left(\frac{32}{\sqrt{2}}\right)^2 = 512 \text{ cm}^2$$

81. Página 92

a) Prisma octogonal.

b) Pirámide cuadrangular.

c) Pirámide pentagonal.

d) Prisma pentagonal.

82. Página 92

a) Sí.

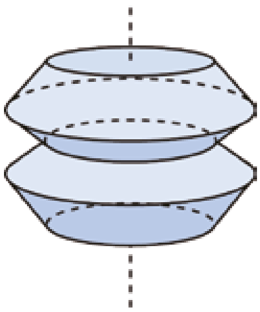
b) No.

c) Sí.

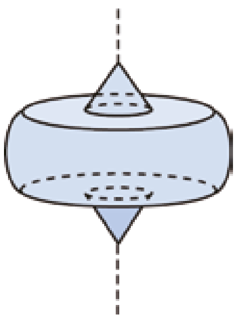
d) Sí.

83. Página 92

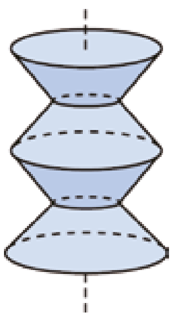
a)



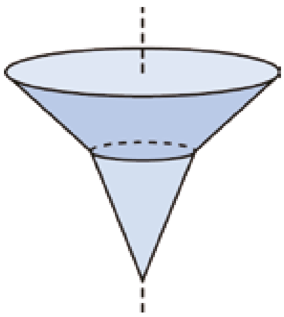
c)



b)



d)



84. Página 92

Usamos el teorema de Pitágoras para calcular el lado, l, de los cuadrados que forman las caras del cubo:

$$d^2 = l^2 + l^2 \to l = \sqrt{\frac{d^2}{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14{,}14 \text{ cm}$$

La diagonal del cubo, D, es la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son la diagonal de una cara y el lado de otra cara adyacente. Por tanto, por el teorema de Pitágoras:

$$D^2 = d^2 + l^2 = 20^2 + \left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^2 = 400 + 200 \to D = \sqrt{600} = 24{,}49 \text{ cm}$$

85. Página 92

$$A = 2 \cdot A_{\text{Base}} + 4 \cdot A_{\text{Rectángulo}} = 2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 \cdot 9 = 126 \text{ cm}^2$$

86. Página 92

Calculamos la altura, h, de los triángulos laterales:

$$h^2 = 0{,}75^2 + 2^2 \ \to \ h = \sqrt{0{,}75^2 + 2^2} = 2{,}14 \text{ m}$$

$$A = A_{\text{Base}} + 5 \cdot A_{\text{Triángulo}} = \frac{5 \cdot 1 \cdot 0{,}75}{2} + 5 \cdot \frac{1 \cdot 2{,}14}{2} = 7{,}23 \text{ m}^2$$

87. Página 92

$$A = \pi r^2 + 2\pi rh = \pi \cdot 1{,}5^2 + 2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 2{,}5 = \frac{39}{4}\pi = 30{,}63 \text{ m}^2$$

88. Página 92

El radio mide $\frac{20}{2} = 10$ cm.

Calculamos la medida de la generatriz del cono:

$$g^2 = 12^2 + 10^2 \ \to \ g = \sqrt{244} = 2\sqrt{61} = 15{,}62 \text{ cm}$$

$$A = \pi r^2 + \pi rg = \pi r(r + g) = \pi \cdot 10 \cdot (10 + 15{,}62) = 804{,}88 \text{ cm}^2$$

89. Página 92

Calculamos la medida de la apotema de la base:

$$4^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + a^2 \ \to \ a = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} = 3{,}46 \text{ m}$$

$$A = 2 \cdot A_{\text{Base}} + 6 \cdot A_{\text{Rectángulo}} = 2 \cdot \frac{6 \cdot 4 \cdot 3{,}46}{2} + 6 \cdot 4 \cdot 5 = 203{,}04 \text{ m}^2$$

90. Página 92

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 6{,}5^2 \cdot 8 = 338\pi = 1061{,}86 \text{ cm}^3 = 1{,}062 \ \ell$$

91. Página 92

Calculamos la medida de la apotema de la base:

$$5^2 = a^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \rightarrow a = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = 4{,}33 \text{ cm}$$

$$V = \frac{n \cdot l \cdot a}{2} \cdot h = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4{,}33}{2} \cdot 8 = 519{,}6 \text{ cm}^3 = \mathbf{519{,}6 \text{ ml}}$$

92. Página 93

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{n \cdot l \cdot a}{2} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{5 \cdot 3 \cdot 2{,}1}{2} \cdot 7 = 36{,}75 \text{ cm}^3 = \mathbf{36{,}75 \text{ ml}}$$

93. Página 93

a) $V = \frac{n \cdot l \cdot a}{2} \cdot h = \frac{8 \cdot 2 \cdot 3{,}2}{2} \cdot 10 = 256 \text{ cm}^3 = \mathbf{256 \text{ ml}}$

b) $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{n \cdot l \cdot a}{2} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 3 \cdot 2{,}6}{2} \cdot 6 = 46{,}8 \text{ cm}^3 = \mathbf{46{,}8 \text{ ml}}$

94. Página 93

a) $V = l^3 = 20^3 = 8000 \text{ cm}^3 = \mathbf{8\ \ell}$

b) Calculamos el lado, l, del cuadrado:

$$d^2 = l^2 + l^2 \rightarrow l = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14{,}14 \text{ cm}$$

$$V = l^3 = \left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^3 = 2828{,}43 \text{ cm}^3$$

c) Calculamos el lado, l, del cuadrado:

$$A = l^2 \rightarrow l = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

$$V = l^3 = 20^3 = 8000 \text{ cm}^3 = \mathbf{8\ \ell}$$

95. Página 93

$$V = A_{\text{Base}} \cdot h \rightarrow h = \frac{V}{A_{\text{Base}}} = \frac{800}{10 \cdot 4} = 20 \text{ cm}$$

96. Página 93

Sean a, b y c las aristas del prisma inicial.

$$V_{\text{Prisma inicial}} = a \cdot b \cdot c$$

$$V_{\text{Prisma duplicado}} = (2a) \cdot (2b) \cdot (2c) = 2^3 \cdot abc = 8V_{\text{Prisma inicial}}$$

97. Página 93

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 54^2 \cdot 82 = 79704\pi = 250398{,}09 \text{ mm}^3 = \mathbf{250{,}4 \text{ ml}}$$

98. Página 93

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi = 113{,}1 \text{ mm}^3 = \mathbf{0{,}11 \text{ ml}}$$

99. Página 93

$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 15^2 \cdot 24 = 5400\pi = 16\,964{,}6\ \text{cm}^3 = 16{,}96\ \ell$

100. Página 93

$r = 3\ \text{dm} = 30\ \text{cm}$

Calculamos la altura de la pirámide:

$g^2 = r^2 + h^2 \rightarrow h = \sqrt{g^2 - r^2} = \sqrt{2500 - 900} = 40\ \text{cm}$

$V = \dfrac{1}{3} \cdot \pi r^2 h = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 30^2 \cdot 40 = 37\,699{,}2\ \text{cm}^3 = 37{,}7\ \ell$

101. Página 93

$V_{\text{Cilindro}} = \pi r^2 h = \pi \cdot 50^2 \cdot 60 = 471240\ \text{cm}^3$

Sea a la altura del cono.

$V_{\text{Cono}} = \dfrac{1}{3} \cdot \pi r^2 a \rightarrow a = \dfrac{3V_{\text{Cono}}}{\pi r^2} = \dfrac{3 \cdot 471240}{\pi \cdot 40^2} = 281{,}25\ \text{cm}$

102. Página 93

$V = \dfrac{4}{3} \cdot \pi r^3 \rightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\dfrac{3 \cdot 4186{,}6}{4\pi}} = 10\ \text{cm}$

103. Página 93

Sea R el radio de la esfera inicial.

$V_{\text{Esfera inicial}} = \dfrac{4}{3}\pi R^3$

$V_{\text{Esfera mitad}} = \dfrac{4}{3}\pi \left(\dfrac{R}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{2^3} \cdot \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{V_{\text{Esfera inicial}}}{8}$

104. Página 93

Consideramos que el poste que sostiene la pajarera es un cilindro de madera hueco, sin bases:

$A_{\text{Poste}} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2{,}5 \cdot 70 = 350\pi = 1099{,}56\ \text{cm}^2$

Para simplificar se considera que no existe la entrada de la pajarera:

$A_{\text{Habitación}} = 2 \cdot 15^2 + 3 \cdot 15 \cdot 10 = 900\ \text{cm}^2$

Para obtener el área del tejado, necesitamos calcular la longitud del lado del triángulo:

$l^2 = 12^2 + \left(\dfrac{15}{2}\right)^2 \rightarrow l = \sqrt{12^2 + 7{,}5^2} = 14{,}15\ \text{cm}$

$A_{\text{Tejado}} = 2 \cdot \dfrac{15 \cdot 12}{2} + 2 \cdot 10 \cdot 14{,}15 = 463\ \text{cm}^2$

Así, la superficie total de madera necesaria para construir la pajarera es:

$A = A_{\text{Poste}} + A_{\text{Habitación}} + A_{\text{Tejado}} = 1099{,}56 + 900 + 463 = 2462{,}56\ \text{cm}^2 = 0{,}25\ \text{m}^2$

105. Página 93

Simplificamos el submarino considerando que está compuesto por una semiesfera, un cilindro y un cono:

$V_{\text{Semiesfera}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot 12^3 = 1152\pi = 3619{,}11\ \text{m}^3 = \mathbf{3\,619{,}11\ kl}$

$V_{\text{Cilindro}} = \pi r^2 h = \pi \cdot 12^2 \cdot 30 = 4320\pi = 13571{,}68\ \text{m}^3 = \mathbf{13\,571{,}68\ kl}$

$V_{\text{Cono}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 12^2 \cdot 24 = 1152\pi = 3619{,}11\ \text{m}^3 = \mathbf{3\,619{,}11\ kl}$

Así, el volumen total aproximado del submarino es:

$V = V_{\text{Semiesfera}} + V_{\text{Cilindro}} + V_{\text{Cono}} = 3619{,}11 + 13571{,}68 + 3619{,}11 = 20809{,}9\ \text{kl}$

106. Página 93

a) $V_{\text{Cubo}} = l^3 = 6^3 = 216\ \text{cm}^3$ $\quad V_{\text{Pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 3 = 36\ \text{cm}^3$

$V = V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Pirámide}} = 216 - 36 = 180\ \text{cm}^3 = \mathbf{18\ cl}$

b) La figura es un cubo al que se le ha quitado una pirámide triangular cuyas caras laterales son triángulos rectángulos isósceles de catetos 4 cm.

Calculamos el lado, l, de la base:

$l^2 = 4^2 + 4^2 = 32 \rightarrow l = \sqrt{32} = 5{,}66\ \text{cm}$

Calculamos la altura, a, de la base:

$l^2 = a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow a^2 = (\sqrt{32})^2 - \left(\frac{\sqrt{32}}{2}\right)^2 = 24 \rightarrow a = \sqrt{24} = 4{,}9\ \text{cm}$

Sea b la arista lateral de la pirámide. Calculamos la altura, h, de la pirámide:

$b^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \rightarrow h = \sqrt{b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{\sqrt{24}}{2}\right)^2} = \sqrt{10} = 3{,}16\ \text{cm}$

$V_{\text{Pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{5{,}66 \cdot 4{,}9}{2} \cdot 3{,}16 = 14{,}61\ \text{cm}^3$ $\quad V_{\text{Cubo}} = l^3 = 8^3 = 512\ \text{cm}^3$

$V = V_{\text{Cubo}} - V_{\text{Pirámide}} = 512 - 14{,}61 = 497{,}39\ \text{cm}^3 = \mathbf{497{,}39\ ml}$

107. Página 93

Cada pirámide es cuadrangular de lado de la base 10 cm. La altura de la base es la mitad del lado del cubo. Por tanto:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{10}{2}\right) = 166{,}67\ \text{cm}^3 = \mathbf{166{,}67\ ml}$

108. Página 93

Pieza amarilla:

Está formada por un cilindro y un cono.

$V_{\text{Cilindro}} = A_{\text{Base}} \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2 \cdot 6 = 301{,}59\ \text{cm}^3$ $\quad V_{\text{Cono}} = \frac{1}{3} A_{\text{Base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2 \cdot 6 = 100{,}53\ \text{cm}^3$

$V = V_{Cilindro} + V_{Cono} = 301{,}59 + 100{,}53 = 402{,}12\ \text{cm}^3 = \mathbf{402{,}12\ ml}$

Pieza violeta:

Está formada por un prisma rectangular y un cilindro.

$V_{Prisma} = A_{Base} \cdot h = 60 \cdot 40 \cdot 80 = 192000\ \text{cm}^3$ $\quad V_{Cilindro} = A_{Base} \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{120}{2}\right)^2 \cdot 12 = 135717{,}12\ \text{cm}^3$

$V = V_{Prisma} + V_{Cilindro} = 192000 + 135717{,}12 = 327717{,}12\ \text{cm}^3 = \mathbf{327{,}717\ \ell}$

SABER HACER

Diseñar una reforma. Página 94

a) La longitud total del seto la obtendremos del perímetro del jardín:

$P = 2{,}8 + 3 + 7{,}1 + 5{,}9 + 9{,}3 + 6{,}3 + 2{,}5 + 4{,}5 + 3{,}4 = 44{,}8\ \text{m}$

b) La longitud total que se cubrirá con baldosas es el perímetro de la piscina. Como en el hexágono el radio es igual al lado:

$P_{Piscina} = 2 \cdot 7 + \frac{2 \cdot 0{,}75\pi}{2} + 3 \cdot 0{,}75 = 18{,}6\ \text{m}$

c) Para hallar el volumen total hay que obtener la apotema del hexágono:

$0{,}75^2 = a^2 + \left(\frac{0{,}75}{2}\right)^2 \rightarrow a = \sqrt{0{,}75^2 - 0{,}375^2} = 0{,}65\ \text{m}$

$V = V_{Ortoedro} + \frac{1}{2} \cdot V_{Cilindro} + \frac{1}{2} \cdot V_{Prisma\ hexagonal} = 3 \cdot 7 \cdot 1{,}85 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0{,}75^2 \cdot 1{,}85 + \frac{1}{2} \cdot \frac{6 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}65}{2} \cdot 1{,}85 = 41{,}84\ \text{m}^3 = \mathbf{41\,840\ \ell}$

d) Para hallar la superficie de lona, necesitamos conocer el área de la base de la piscina:

$A = A_{Rectángulo} + \frac{1}{2} \cdot A_{Círculo} + \frac{1}{2} \cdot A_{Hexágono} = 7 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0{,}75^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{6 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}65}{2} = 22{,}61\ \text{m}^2$

e) $22{,}61 \cdot 7 = 158{,}27$ € costará la lona.

f) Para calcular la superficie total de cristal necesitamos obtener la apotema, *h*, de la pirámide:

$h^2 = 1{,}7^2 + 1{,}5^2 \rightarrow h = \sqrt{1{,}7^2 + 1{,}5^2} = 2{,}27\ \text{m}$

Suponemos que el invernadero no tiene suelo de cristal y que el vuelo del tejado sí que es de cristal para formar un espacio cerrado.

$A_{Cristal} = 8 \cdot A_{Rectángulo} + 8 \cdot A_{Triángulo} + A_{vuelo} = 8 \cdot 1{,}2 \cdot 2 + 8 \cdot \frac{1{,}4 \cdot 2{,}27}{2} + \frac{8 \cdot 1{,}4 \cdot 1{,}7}{2} - \frac{8 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}4}{2} = 34{,}712\ \text{m}^2$

g) El volumen del invernadero ocupará:

$V_{Invernadero} = V_{Prisma} + V_{Pirámide} = \frac{8 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}4}{2} \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{8 \cdot 1{,}4 \cdot 1{,}7}{2} \cdot 1{,}5 = 18{,}2\ \text{m}^3 = \mathbf{18{,}2\ kl}$

Semejanza. Aplicaciones

6

PUNTO DE PARTIDA

La altura del original es 4,5 · 25 = 112,5 metros.

ACTIVIDADES

1. Página 96

$$\frac{x}{3}=\frac{3{,}5}{4} \rightarrow x=\frac{3\cdot 3{,}5}{4}=2{,}625 \text{ cm}$$

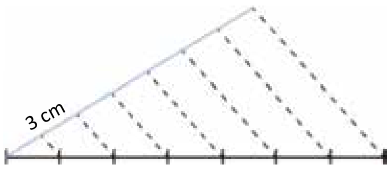
2. Página 96

$$\overline{OB'}=\overline{OA'}+\overline{A'B'}=28+22=50 \text{ m}$$

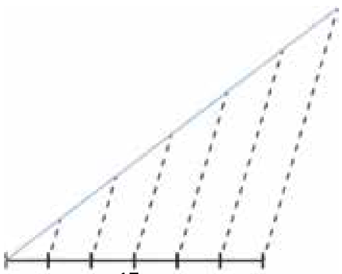
$$\frac{40}{50}=\frac{\overline{AB}}{22} \rightarrow \overline{AB}=\frac{40\cdot 22}{50}=17{,}6 \text{ m}$$

3. Página 97

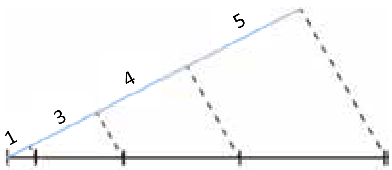
Como el trozo de regla tiene marcas que equidistan unas de otras y además mide 21 cm y las marcas están cada 3 cm, habrá 7 marcas, y puede usarlo para aplicar el teorema de Tales. Para ello, pone el trozo de 21 cm en uno de los extremos del listón que quiere cortar formando con él un ángulo cualquiera y une la séptima marca con el otro extremo. A partir de ahí, traza paralelas por cada una de las muescas de 3 cm.



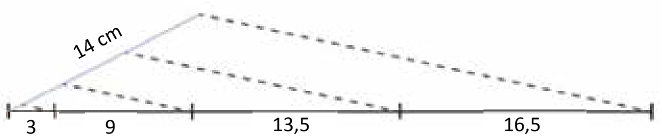
4. Página 97



5. Página 97



6. Página 97



$\overline{OD'} = 3 + 9 + 13{,}5 + 16{,}5 = 42$ cm

$\frac{14}{42} = \frac{\overline{OA}}{3} \rightarrow \overline{OA} = 1 \text{ cm}$ $\frac{14}{42} = \frac{\overline{AB}}{9} \rightarrow \overline{AB} = 3 \text{ cm}$

$\frac{14}{42} = \frac{\overline{BC}}{13{,}5} \rightarrow \overline{BC} = 4{,}5 \text{ cm}$ $\frac{14}{42} = \frac{\overline{CD}}{16{,}5} \rightarrow \overline{CD} = 5{,}5 \text{ cm}$

7. Página 98

Son semejantes porque se pueden colocar en posición de Tales, es decir, sus lados son proporcionales, y sus ángulos, iguales.

8. Página 98

$\frac{8}{a} = \frac{5}{3{,}5} \rightarrow a = 5{,}6$ cm

$\frac{7}{b} = \frac{5}{3{,}5} \rightarrow b = 4{,}9$ cm

9. Página 99

a) $\hat{A} = 30°,\ \hat{B} = 70°,\ \hat{C} = 180° - 70° - 30° = 80°$

$\hat{A} = 80°,\ \hat{B} = 70°,\ \hat{C} = 180° - 80° - 70° = 30°$

Como ambos triángulos tienen dos ángulos iguales (de hecho tienen los tres), el segundo criterio asegura que son semejantes.

b) $\frac{10}{12{,}5} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = 0{,}8$

Como todos los lados son proporcionales, por el tercer criterio se puede afirmar que son triángulos semejantes.

c) $\frac{6}{7{,}5} \neq \frac{8}{11{,}25}$

Aunque comparten un ángulo, los lados que lo forman no son proporcionales. Por tanto, no se cumple ningún criterio y no son semejantes.

10. Página 99

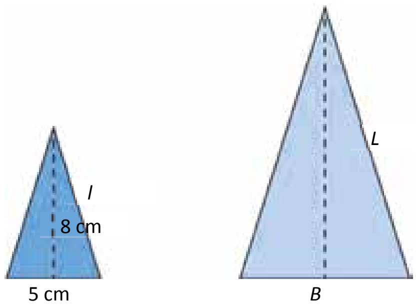
En el triángulo mayor, tenemos: a = hipotenusa b y c = catetos

$\frac{b}{4} = 1{,}6 \rightarrow b = 4 \cdot 1{,}6 = 6{,}4$ cm

$\frac{c}{7} = 1{,}6 \rightarrow c = 7 \cdot 1{,}6 = 11{,}2$ cm

Por el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b=6{,}4;\ c=11{,}2} a^2 = 6{,}4^2 + 11{,}2^2 \rightarrow a = 12{,}9$ cm.

11. Página 99



$l^2 = 8^2 + 2{,}5^2 \longrightarrow l = 8{,}38$ cm

Ahora, obtenemos la medida de los lados del triángulo semejante: $B = 1{,}8 \cdot 5 = 9$ y $L = 1{,}8 \cdot 8{,}38 = 15{,}084$

Entonces, el perímetro del triángulo mayor es:

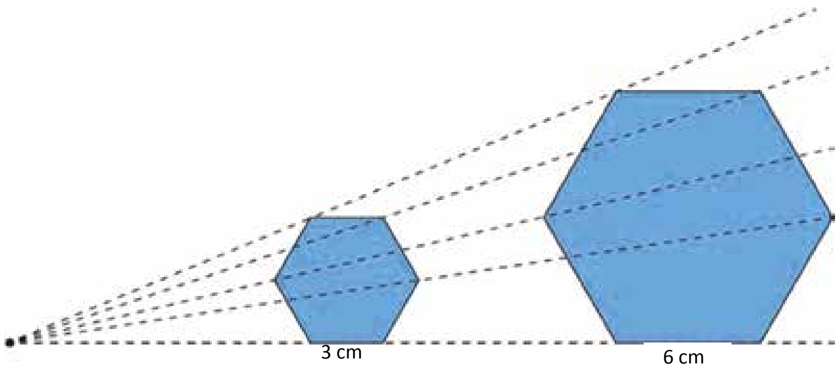
$P = 2 \cdot L + B = 2 \cdot 15{,}084 + 9 = 39{,}168$

12. Página 100

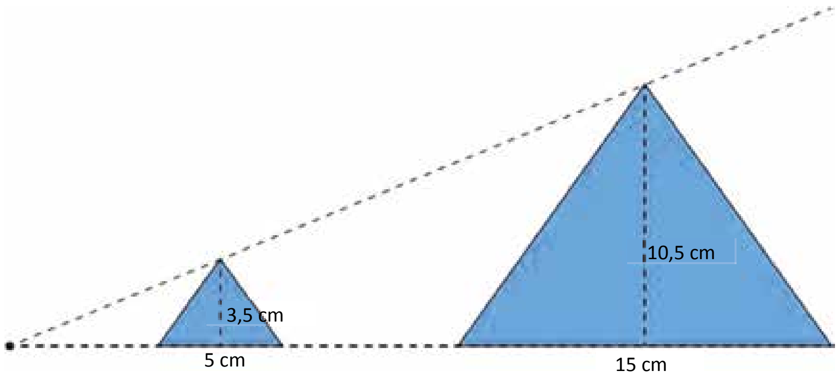
a) Son proporcionales de razón 2,5.

b) No son proporcionales, los dos lados que forman el ángulo cóncavo no parecen formar el mismo ángulo, si comprobamos su relación de proporcionalidad tenemos que $\frac{3}{1} \neq \frac{4}{1{,}3}$, por lo tanto no serán semejantes.

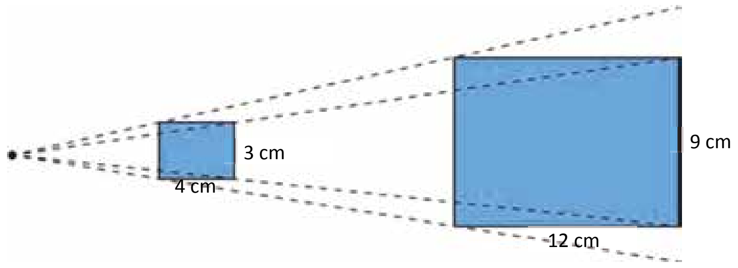
13. Página 100



14. Página 100



15. Página 100



16. Página 101

$$\frac{P_H}{P_{H'}} = \frac{7 \cdot 3}{7 \cdot 0{,}5} = 6$$

17. Página 101

$$\frac{A_P}{A_{P'}} = \frac{\frac{5 \cdot 5 \cdot 3{,}75}{2}}{\frac{5 \cdot 2 \cdot 1{,}5}{2}} = 6{,}25$$

18. Página 101

$$\frac{P_R}{P_{R'}} = \frac{2 \cdot 15 + 2 \cdot 12}{2 \cdot 5 + 2 \cdot 4} = 3$$

$$\frac{A_R}{A_{R'}} = \frac{12 \cdot 15}{4 \cdot 5} = 9 = 3^2$$

19. Página 101

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{l^2}{2{,}5^2} = 16 \rightarrow l = \sqrt{16 \cdot 2{,}5^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \sqrt{16} = 4$$

20. Página 101

$$r = \sqrt{9} = 3$$

La proporción a la que se encuentran las longitudes de los catetos es $\frac{3}{1}$.

Es la misma que la formada por las hipotenusas.

21. Página 102

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot 10{,}5}{2 \cdot \pi \cdot 3{,}5} = 3$$

Por la parte exterior se recorre una distancia que triplica a la recorrida por la parte exterior.

22. Página 102

$$r = \frac{P_1}{P_2} = 2 \longrightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2^2 \longrightarrow A_2 = \frac{A_1}{4} = \frac{120}{4} = 30 \text{ cm}^2$$

23. Página 103

$4 \cdot 300\,000 = 1\,200\,000 \text{ cm} = 12 \text{ km}$

24. Página 103

$$\frac{350}{17{,}5} = 20$$

$$\frac{780}{39} = 20$$

La escala es 1:20.

25. Página 103

$5 \text{ km} = 500\,000 \text{ cm}$

La escala es 1:500 000.

ACTIVIDADES FINALES

26. Página 104

a) $\frac{2}{1{,}75} = \frac{4{,}5}{x} \longrightarrow x = \frac{1{,}75 \cdot 4{,}5}{2} = 3{,}94 \text{ cm}$

b) $\frac{2}{3{,}5} = \frac{x}{4{,}2} \longrightarrow x = \frac{2 \cdot 4{,}2}{3{,}5} = 2{,}4 \text{ cm}$

c) $\frac{3{,}2}{4{,}5} = \frac{x}{1{,}5} \longrightarrow x = \frac{3{,}2 \cdot 1{,}5}{4{,}5} = 1{,}07 \text{ cm}$

d) $\frac{4}{5} = \frac{3}{x} \longrightarrow x = \frac{5 \cdot 3}{4} = 3{,}75 \text{ cm}$

27. Página 104

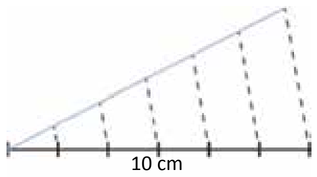
$$\frac{69{,}56}{68{,}12} = \frac{39{,}66}{x} \longrightarrow x = \frac{68{,}12 \cdot 39{,}66}{69{,}56} = 38{,}84 \text{ cm}$$

28. Página 104

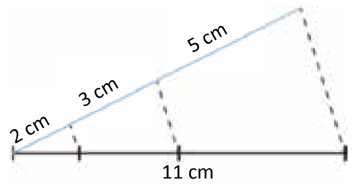
$$\frac{x}{50} = \frac{75}{67} \longrightarrow x = \frac{50 \cdot 75}{67} = 55{,}97 \text{ m}$$

29. Página 104

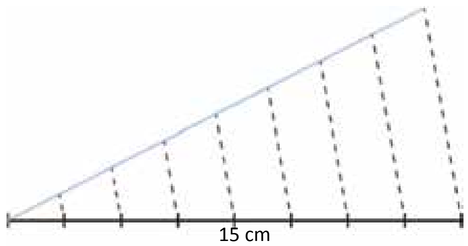
a)



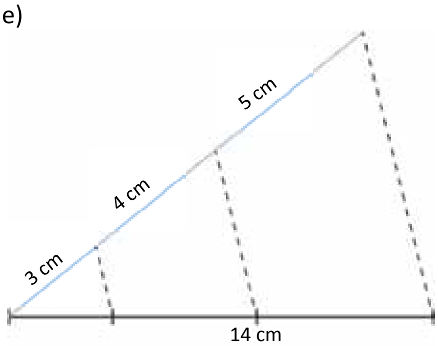
d)



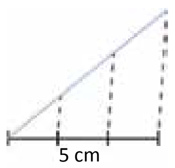
b)



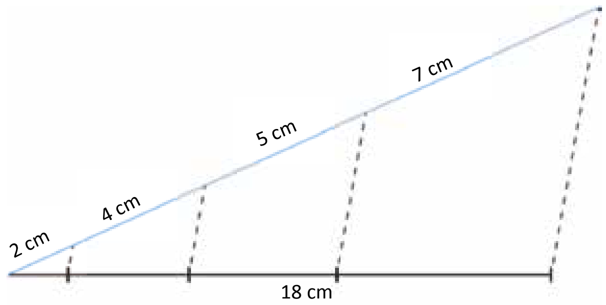
e)



c)



f)



30. Página 104

Son semejantes porque al superponerlos se observa que están en posición de Tales: un ángulo es igual y los lados no coincidentes son paralelos.

a) $\frac{3,5}{4,5} = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{4,5 \cdot 2}{3,5} = 2,57$ cm

b) $\frac{x}{5} = \frac{4 + 1,25}{4} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 5,25}{4} = 6,56$ cm

c) $\frac{20}{12} = \frac{x+4}{x} \rightarrow 20x = 12x + 48 \rightarrow 8x = 48 \rightarrow x = 6$ cm

$\frac{20}{12} = \frac{y+5}{5} \rightarrow 100 = 12y + 60 \rightarrow 12y = 40 \rightarrow y = 3,33$ cm

31. Página 104

a) $\frac{7,2}{4}=\frac{9}{5}=\frac{4,5}{2,5}=1,8$

Son semejantes porque los tres lados son proporcionales (tercer criterio). La razón es 1,8.

b) $\frac{3}{2}=\frac{4,5}{3}\neq\frac{5}{3,5}$ No son semejantes porque los tres lados no son proporcionales.

c) $\frac{4,6}{3,5}\neq\frac{5}{4}$ No son semejantes porque sus lados no son proporcionales.

d) $\frac{2,1}{1,5}=\frac{4,2}{3}=\frac{5,6}{4}=1,4$

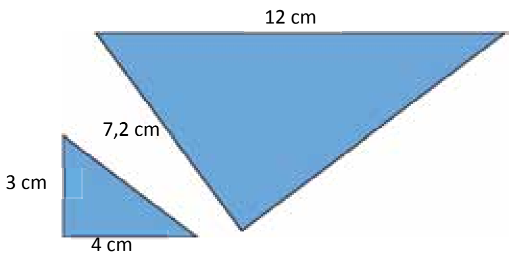
Son semejantes porque los tres lados son proporcionales (tercer criterio). La razón es 1,4.

32. Página 104

Por ser un triángulo rectángulo, la hipotenusa del triángulo de catetos 3 y 4 cm tiene que medir:
$h^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow h = 5$

Ahora calculamos la constante de proporcionalidad: $\frac{12}{5}=2,4$

El cateto proporcional a 7,2 será el de $\frac{7,2}{2,4}=3$ cm. Por lo tanto el cateto que queda del triángulo más grande mide $4 \cdot 2,4 = 9,6$ cm, que además cumple el teorema de Pitágoras ya que $12^2 = 9,6^2 + 7,2^2$.



33. Página 105

a) $\frac{2,1}{3,5}=\frac{3,6}{6}=0,6$

Son semejantes por compartir el ángulo de 90º y por ser proporcionales los lados que lo forman.

La razón de semejanza es 0,6.

b) Calculamos el lado desconocido en cada triángulo rectángulo:

$5^2 = 3^2 + l^2 \rightarrow l = 4$ cm

$9^2 = 5,4^2 + L^2 \rightarrow L = 7,2$ cm

Vemos si los lados que forman el ángulo de 90º son proporcionales: $\frac{5,4}{3}=\frac{7,2}{4}=1,8$

Por tanto, el primer criterio asegura que son semejantes.

La razón de semejanza es 1,8.

c) Calculamos el lado desconocido en cada triángulo rectángulo:

$4{,}5^2 = 3{,}3^2 + L^2 \rightarrow L = 3{,}06$ cm

$3^2 = 0{,}9^2 + l^2 \rightarrow l = 2{,}86$ cm

Vemos si los lados que forman el ángulo de 90° son proporcionales: $\frac{3{,}3}{0{,}9} \neq \frac{3{,}06}{2{,}86}$

Por tanto, no son semejantes.

d) $\frac{2}{0{,}8} = \frac{6}{2{,}4} = 2{,}5$

Son semejantes por compartir el ángulo de 90° y por ser proporcionales los lados que lo forman.

La razón de semejanza es 2,5.

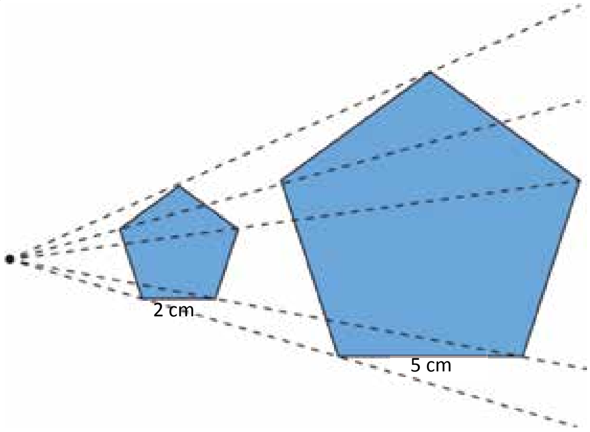
34. Página 105

a) $\frac{4{,}8}{2{,}88} \neq \frac{5{,}1}{3{,}6} \rightarrow$ No son semejantes.

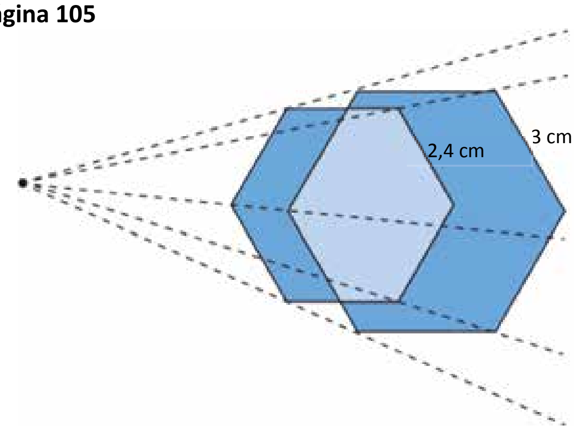
b) $\frac{3{,}4}{1{,}7} \neq \frac{3{,}4}{1{,}8} \rightarrow$ No son semejantes.

c) $\frac{48}{33{,}4} \neq \frac{20}{16} \rightarrow$ No son semejantes.

35. Página 105

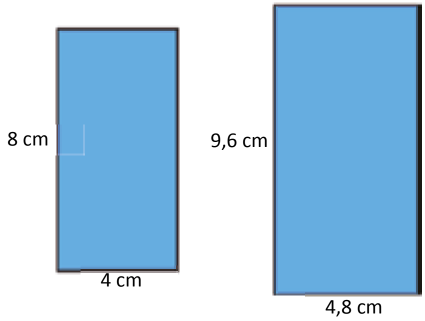


36. Página 105

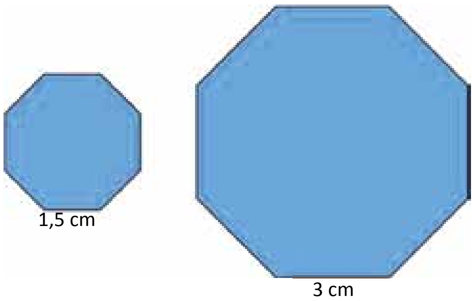


37. Página 105

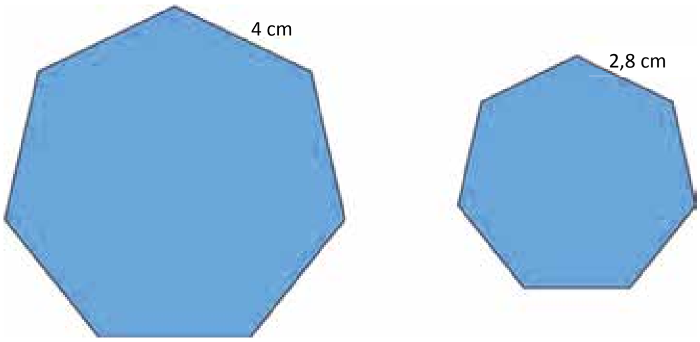
a)



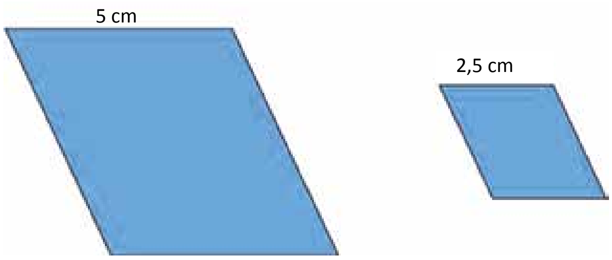
b)



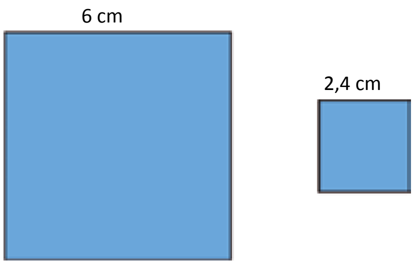
c)



d)



e)



38. Página 105

a) $\frac{7}{2,8}=\frac{1,5}{0,6}=2,5 \longrightarrow$ Son semejantes. Su razón de semejanza es 2,5.

b) $\frac{16}{12}=\frac{18}{13,5}=\frac{30}{22,5}\neq\frac{20}{14} \longrightarrow$ No son semejantes.

c) $\frac{10}{6}=\frac{8,5}{5,1}=\frac{1,25}{0,75}=\frac{4}{2,4}=1,67 \longrightarrow$ Son semejantes. Su razón de semejanza es 1,67.

39. Página 105

a) Cierto, pues todos los lados serán proporcionales al ser los 4 lados iguales.

b) Falso. Se puede tener un triángulo equilátero, que es isósceles, y un triángulo rectángulo isósceles. Los ángulos de ambos no son iguales, por lo que no serán proporcionales.

c) Cierto, pues todos los lados serán proporcionales al ser los 3 lados iguales.

d) Cierto, pues todos los lados serán proporcionales al ser los 5 lados iguales.

40. Página 106

El perímetro del cuadrilátero dado es $3+2+4+1=10$ cm.

El perímetro del nuevo cuadrilátero será $10 \cdot 1,6=16$ cm.

41. Página 106

$\frac{P_2}{P_1}=\frac{54}{30}=1,8 \longrightarrow r=1,8$

$\frac{A_2}{A_1}=1,8^2 \longrightarrow \frac{A_2}{26}=1,8^2 \longrightarrow A_2=1,8^2\cdot 26=84,24\ \text{cm}^2$

42. Página 106

$\frac{A_1}{A_2}=\frac{A_1}{\frac{1}{9}A_1}=9 \longrightarrow r=\sqrt{9}=3$

$\frac{6}{a}=3 \longrightarrow a=\frac{6}{3}=2$ cm

$\frac{12}{b}=3 \longrightarrow b=\frac{12}{3}=4$ cm

$\frac{15}{c}=3 \longrightarrow c=\frac{15}{3}=5$ cm

43. Página 106

$P_1=4+5+8+9+3+7=36$ cm

$\frac{P_2}{P_1}=\frac{63}{36}=1,75 \longrightarrow r=1,75$

Los lados del polígono semejante son:

1,75 · 4; 1,75 · 5; 1,75 · 8; 1,75 · 9; 1,75 · 3; 1,75 · 7 cm

Es decir:

7; 8,75; 14; 15,75; 5,25 y 12,25 cm

44. Página 106

Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular el lado del triángulo: $9^2 + 3^2 = l^2 \rightarrow l = 9{,}49$ cm

El perímetro del triángulo es $2 \cdot 9{,}49 + 6 = 24{,}98$ cm. El perímetro del nuevo triángulo es $24{,}98 \cdot 2{,}1 = 52{,}458$ cm.

La razón entre áreas es $2{,}1^2 = 4{,}41$ cm.

El área del triángulo inicial es $\frac{6 \cdot 9}{2} = 27$ cm^2, luego el área del nuevo triángulo es $27 \cdot 4{,}41 = 119{,}07$ cm^2.

45. Página 106

La razón entre los perímetros es la misma razón que entre los lados, de modo que el lado del hexágono grande es: $2{,}5 \cdot 3{,}2 = 8$ cm.

46. Página 106

La razón entre las distancias es la raíz cuadrada de la razón entre las áreas, es decir $\frac{5}{4}$.

Por lo que la altura del más pequeño es $24 \cdot \frac{4}{5} = 19{,}2$ cm.

47. Página 106

$$\frac{64}{20} = \frac{100}{x} \rightarrow x = 31{,}25$$

Si usa todo el ancho de la cartulina, la longitud debe ser 31,25 cm.

47. Página 106

$$\frac{64}{20} = \frac{100}{x} \rightarrow x = 31{,}25$$

Si usa todo el ancho de la cartulina, la longitud debe ser 31,25 cm.

48. Página 106

a) $h^2 + 3^2 = 5^2 \rightarrow h = 4$ m

La altura de la antena es 4 m.

b) $\frac{3}{4} = \frac{4}{d} \rightarrow d = 5{,}33$ m

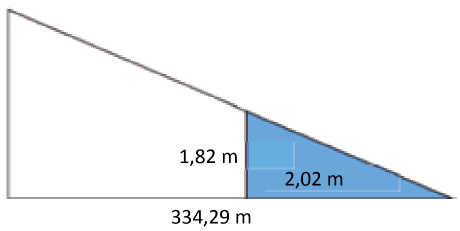
La distancia pedida es 5,33 m.

49. Página 106

Colocamos los triángulos formados por la torre Eiffel y su sombra, y el turista y su sombra en posición de Tales (el ángulo de incidencia del Sol es el mismo).

$$\frac{334{,}29}{2{,}02} = \frac{x}{1{,}82} \rightarrow x = 301{,}19$$

La torre Eiffel mide 301,19 m.



50. Página 106

El perímetro de estos cristales de 4 mm = 0,4 cm de lado es $0{,}4 \cdot 4 = 1{,}6$ cm.

Ha aumentado el tamaño $24 : 1{,}6 = 15$ veces.

51. Página 106

El área del mapa en el ordenador es $27 \cdot 19 = 513$ cm^2 = 0,0513 m^2.

La relación entre las áreas es $\frac{2{,}8}{0{,}0513} = 54{,}58$. Como la proporción entre áreas es el cuadrado de la proporción de las distancias, la proporción entre los lados de la pantalla y el ordenador será $\sqrt{54{,}58} = 7{,}39$, por lo que los lados de la pantalla serán $27 \cdot 7{,}39 = 199{,}53$ cm y $19 \cdot 7{,}39 = 140{,}41$ cm.

52. Página 106

El área de la parte exterior es $\pi \cdot 12^2 = 452{,}16$ cm^2.

El área de la parte interior será $\frac{9}{16} \cdot 452{,}16 = 254{,}34$ cm^2.

53. Página 106

$\frac{1{,}5}{6} = \frac{x}{1} \longrightarrow x = 0{,}25$.

Se disminuye a razón de $\frac{1}{4}$.

54. Página 106

Las dimensiones de la réplica del armario serán 180 : 12 = 15 cm, 110 : 12 = 9,167 cm, 60 : 12 = 5 cm.

Las dimensiones de la réplica de la cómoda serán 120 : 12 = 10 cm, 80 : 12 = 6,67 cm, 45 : 12 = 3,75 cm.

55. Página 107

La altura del arco auténtico es $10 \cdot 500 = 5\,000$ cm = 50 m.

56. Página 107

La réplica mide 46 : 4 = 11,5 m.

57. Página 107

a) 1:100 000

b) 160 km = 1 600 000 dm. La escala es 1:2 000 000 ya que $\frac{1\,600\,000}{0{,}8} = 2\,000\,000$.

58. Página 107

Están separadas 45 000 000 : 1 500 000 = 30 cm en el mapa.

59. Página 107

a) 1 380 : 11,5 = 120. La escala es 120:1.

b) La botella del cartel mide 22 cm, por lo que en la realidad mediría 22 : 120 = 0,18 cm.

60. Página 107

$$\frac{6{,}2}{37\,200\,000} = \frac{1}{x} \to x = 6\,000\,000$$

La escala es 1: 6 000 000.

61. Página 107

a) 50 km = 5 000 000 cm en la realidad son 5 000 000 : 250 000 = 20 cm en el mapa.

b) Si reducimos un 20 %, distan 20 · 0,8 = 16 cm

c) Si aumentamos un 20 % distan 20 · 1,2 = 24 cm

d) Para la fotocopia reducida la escala es $\frac{16}{5000000} = \frac{1}{x} \to x = 312\,500$; 1:312 500.

Para la fotocopia ampliada la escala es $\frac{24}{5000000} = \frac{1}{x} \to x = 208\,333$; 1:208 333.

62. Página 107

La distancia real es 6 · 500 000 = 3 000 000 cm = 30 km.

En una escala de 1:60 000 la distancia en el mapa es 3 000 000 : 60 000 = 50 cm.

63. Página 107

La estantería con dos puertas mide 1,5 cm, por lo que en la realidad será 1,5 · 20 = 30 cm.

La furgoneta mide 1,6 cm, por lo que en la realidad medirá 1,6 · 10 = 16 cm, es una furgoneta de juguete.

La casa mide 1,6 cm, por lo que en la realidad medirá 1,6 · 25 = 40 cm, es una maqueta.

64. Página 107

La longitud real es 4,2 m = 420 cm, por lo que a escala 1:200 la longitud será 420 : 200 = 2,1 cm y a escala 1:400 será 420 : 400 = 1,05 cm.

65. Página 107

Al usar esa escala, las dimensiones del huerto de 75 m = 7 500 cm y 34 m = 3 400 cm quedarán 7 500 : 150 = 50 cm y 3 400 : 150 = 22,67 cm.

Las dimensiones de un DIN A4 son 21 × 29,7 cm, por lo que no será posible dibujar el huerto a esa escala en un DIN A4.

SABER HACER

Página 108

a) 18,5 m = 1 850 cm, que en un espacio de 38 cm quedaría 1 850 : 38 = 48,68, y 9 m = 900 cm, que en un espacio de 20 cm quedaría 900 : 20 = 45. Por lo tanto, podríamos usar una escala de 1:49 para que quepa tanto a lo ancho como a lo largo.

b) Las medidas con escala serán 1 850 : 49 = 37,76 cm y 900 : 49 = 18,37 cm.

c) 600 : 49 = 12,24 cm y 350 : 49 = 7,14 cm

d) La razón de las distancias es 1/49 = 0,02, por lo que la razón de las áreas será $0{,}02^2 = 0{,}0004$. Así la superficie del baño será 60 000 $cm^2 \cdot 0{,}0004 = 24\ cm^2$.

e) Calculamos el área en la maqueta. Es el área de un rectángulo de $3{,}6 \times 4{,}5$ y un cuadrado de $1{,}8 \times 1{,}8$. El área total es $16{,}2 + 3{,}24 = 19{,}44\ cm^2$. Esta área en la medida real es $19{,}44 : 0{,}0004 = 48\,600\ cm^2 = 4{,}86\ m^2$.

Funciones

7

PUNTO DE PARTIDA

Página 109

La cotización ha crecido del 1 al 3, del 4 al 7, del 13 al 19 y del 23 al 26 de marzo.

Ha decrecido del 9 al 12 y del 19 al 23 de marzo.

Se ha mantenido constante del 3 al 4, del 7 al 9 y del 12 al 13 de marzo.

ACTIVIDADES

1. Página 110

a) No es una función porque puede haber dos personas con el mismo peso y con distinta estatura.

b) Es una función, a cada cantidad de bolis comprados le corresponde un precio determinado.

c) Es una función, dado un polígono, para una medida del lado definida, le corresponde una medida del perímetro determinada por el número de lados del polígono y la longitud del lado.

d) No es una función, puede haber dos personas con la misma calificación aunque hayan dedicado distinto número de horas a su estudio.

2. Página 110

a) $3 \xrightarrow{x \cdot 2+2} 8$ $\quad 5 \xrightarrow{x \cdot 2+2} 12$ $\quad 7 \xrightarrow{x \cdot 2+2} 16$ $\quad 9 \xrightarrow{x \cdot 2+2} 20$

Es una función, a cada número solo le corresponde otro mediante la relación.

b) $3 \xrightarrow{\frac{x}{2}-1} 0{,}5$ $\quad 5 \xrightarrow{\frac{x}{2}-1} 1{,}5$ $\quad 7 \xrightarrow{\frac{x}{2}-1} 2{,}5$ $\quad 9 \xrightarrow{\frac{x}{2}-1} 3{,}5$

Es una función, a cada número solo le corresponde otro mediante la relación.

c) $3 \xrightarrow{x^4} 81$ $\quad 5 \xrightarrow{x^4} 625$ $\quad 7 \xrightarrow{x^4} 2\,401$ $\quad 9 \xrightarrow{x^4} 6\,561$

Es una función, a cada número solo le corresponde otro mediante la relación.

d) $3 \xrightarrow{\sqrt{x}} \pm\sqrt{3}$ $\quad 5 \xrightarrow{\sqrt{x}} \pm\sqrt{5}$ $\quad 7 \xrightarrow{\sqrt{x}} \pm\sqrt{7}$ $\quad 9 \xrightarrow{\sqrt{x}} \pm 3$

No es una función, a cada número le corresponden dos mediante la relación.

3. Página 110

Respuesta abierta.

Dos relaciones que son funciones son, por ejemplo:

– La relación entre las cantidades de una receta y el número de personas para las que se prepara.

– La relación que a cada número le asigna su doble más su triple.

Dos relaciones que no son funciones son, por ejemplo:

– La relación entre la edad de una persona y su peso.

– La relación que a cada número le asigna la raíz cuadrada de su cuadrado.

4. Página 111

a) $x \longrightarrow$ tiempo (h)

$y \longrightarrow$ volumen perdido (ℓ)

Para calcular el volumen de agua perdido hay que multiplicar el tiempo en horas por la velocidad con que gotea el grifo 1,5 ℓ/h.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 1{,}5 \cdot x$

b) $x \longrightarrow$ tiempo (min)

$y \longrightarrow$ precio (€)

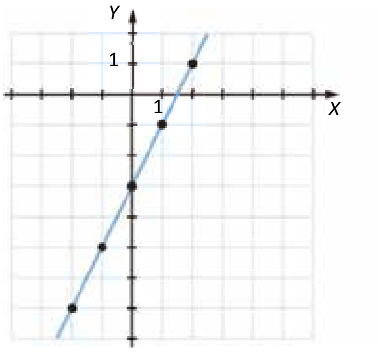
Para calcular el precio del viaje hay que multiplicar el tiempo en minutos por el precio de cada minuto 0,95 €/min, más el precio de bajada de bandera, 2,20 €.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 0{,}95 \cdot x + 2{,}2$

5. Página 111

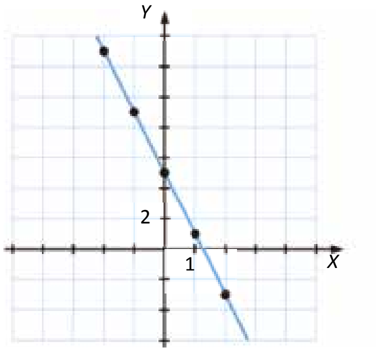
a)

x	–2	–1	0	1	2
y	–7	–5	–3	–1	1



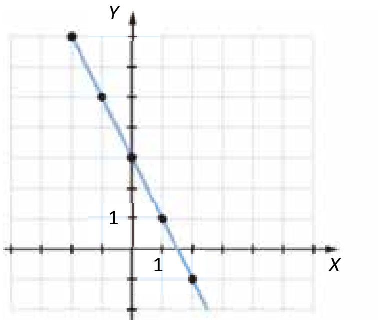
c)

x	–2	–1	0	1	2
y	13	9	5	1	–3



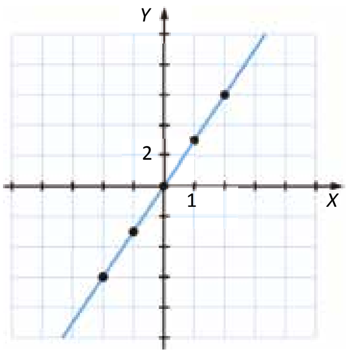
b)

x	–2	–1	0	1	2
y	7	5	3	1	–1



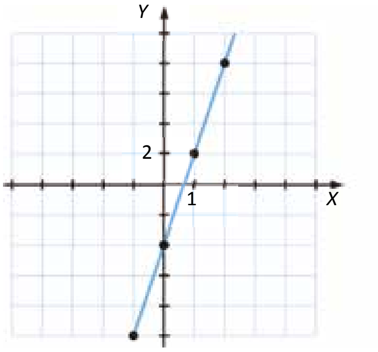
d)

x	–2	–1	0	1	2
y	–6	–3	0	3	6



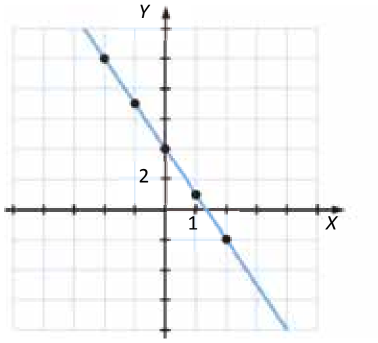
e)

x	−2	−1	0	1	2
y	−16	−10	−4	2	8



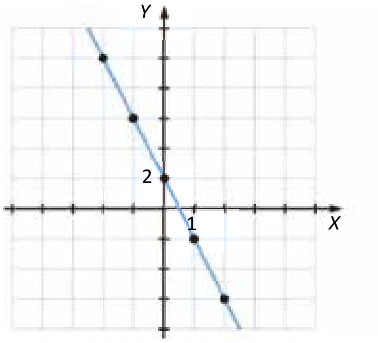
g)

x	−2	−1	0	1	2
y	10	7	4	1	−2



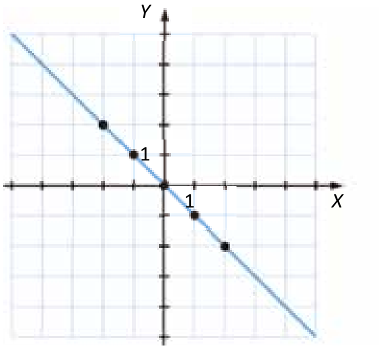
f)

x	−2	−1	0	1	2
y	10	6	2	−2	−6



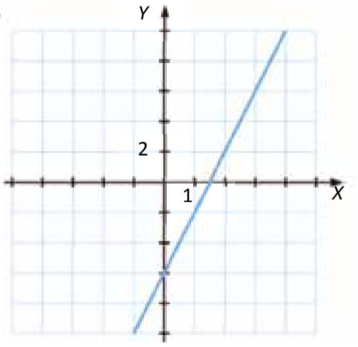
h)

x	−2	−1	0	1	2
y	2	1	0	−1	−2

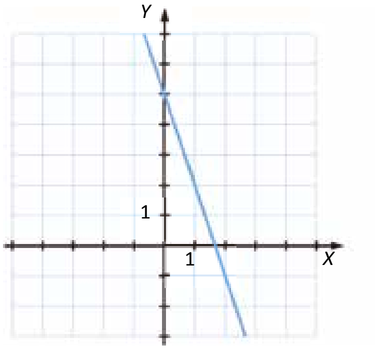


6. Página 112

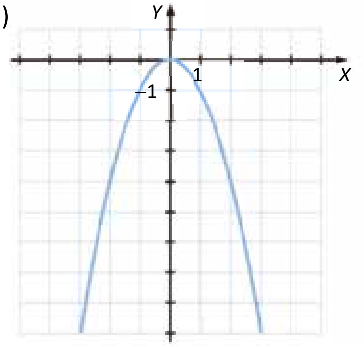
a)



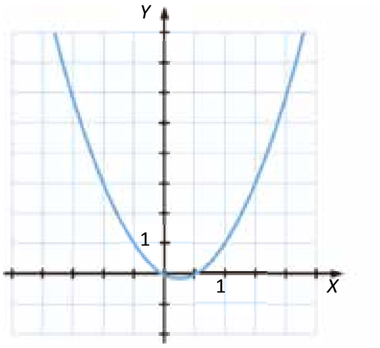
c)



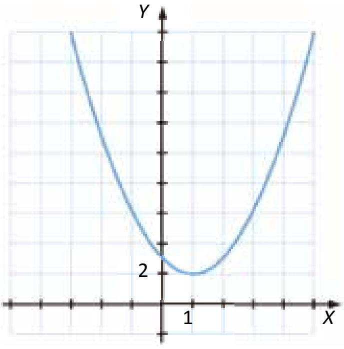
b)



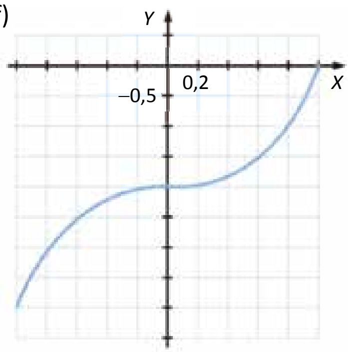
d)



e)

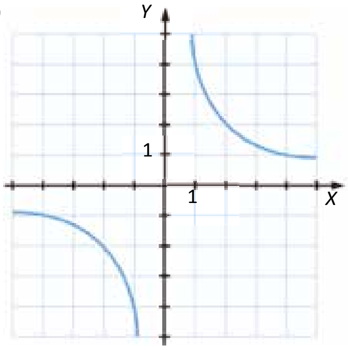


f)

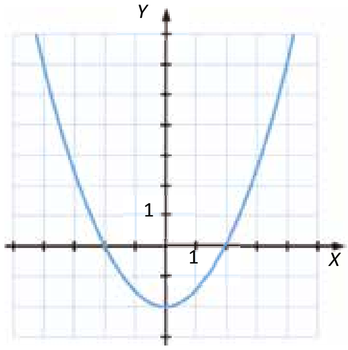


7. Página 112

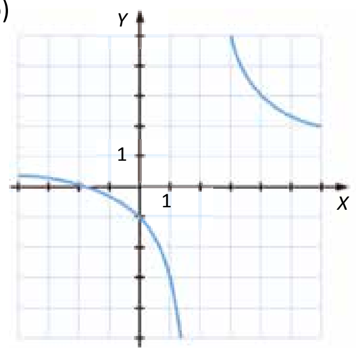
a)



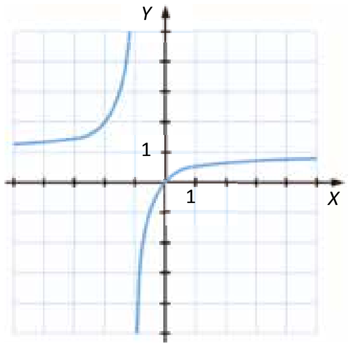
c)



b)



d)



8. Página 113

a) Para cualquier valor de x, excepto para $x = 3$, obtenemos un número real.

$$y = \frac{1-x}{x-3} \xrightarrow{x=3} y = \frac{1-3}{3-3} \rightarrow \frac{-2}{0} \rightarrow \text{ No es un número real.}$$

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 3: Dom $f = \mathbb{R} - \{3\}$.

b) Para cualquier valor de x, excepto para $x = -4$, obtenemos un número real.

$$y = \frac{x^2}{x+4} \xrightarrow{x=-4} y = \frac{(-4)^2}{-4+4} \rightarrow \frac{16}{0} \rightarrow \text{ No es un número real.}$$

El dominio está formado por todos los números reales excepto el –4: Dom $f = \mathbb{R} - \{-4\}$.

c) Al dar cualquier valor a x y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la y es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: Dom $f = \mathbb{R}$.

d) Para cualquier valor de x, excepto para $x = 0$, obtenemos un número real.

$y = \frac{1}{x} \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{0} \rightarrow$ No es un número real.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 0: Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$.

e) Para cualquier valor de x, excepto para $x = \pm 3$, obtenemos un número real.

$y = \frac{x}{x^2 - 9} \xrightarrow{x=\pm 3} y = \frac{\pm 3}{(\pm 3)^2 - 9} \rightarrow \frac{\pm 3}{0} \rightarrow$ No es un número real.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 3 y –3: Dom $f = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$.

f) Al dar cualquier valor a x y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la y es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: Dom $f = \mathbb{R}$.

9. Página 113

a) La función está definida para cualquier valor de x: Dom $f = \mathbb{R}$.

La función no toma valores menores que 0. El recorrido será: $\text{Im } f = [0, +\infty)$.

b) La función está definida para cualquier valor de x salvo el 0: Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$.

La función no toma el valor 0. El recorrido será: $\text{Im } f = \mathbb{R} - \{0\}$.

10. Página 114

a) Corte con eje X: $-4x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow$ Punto $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

Corte con eje Y: $y = -4x + 2 \xrightarrow{x=0} y = -4 \cdot 0 + 2 = 2 \rightarrow$ Punto (0, 2).

b) Corte con eje X: $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3 \rightarrow$ Hay dos puntos de corte: (–3, 0) y (3, 0).

Corte con eje Y: $y = x^2 - 9 \xrightarrow{x=0} y = 0^2 - 9 = -9 \rightarrow$ Punto (0, –9).

c) Corte con eje X: $2x^2 - 8 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \rightarrow$ Hay dos puntos de corte: (–2, 0) y (2, 0).

Corte con eje Y: $y = 2x^2 - 8 \xrightarrow{x=0} y = 2 \cdot 0^2 - 8 = -8 \rightarrow$ Punto (0, –8).

d) Corte con eje X: $2x - 4 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow$ Punto (2, 0).

Corte con eje Y: $y = 2x - 4 \xrightarrow{x=0} y = 2 \cdot 0 - 4 = -4 \rightarrow$ Punto (0, –4).

e) Corte con eje X: $\frac{1}{2}x - 2 = 0 \rightarrow x = 4 \rightarrow$ Punto (4, 0).

Corte con eje Y: $y = \frac{1}{2}x - 2 \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{2} \cdot 0 - 2 = -2 \rightarrow$ Punto (0, –2).

f) Corte con eje X: $x^2 + 3x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-10)}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -5 \end{cases}$

Hay dos puntos de corte: (2, 0) y (–5, 0).

Corte con eje Y: $y = x^2 + 3x - 10 \xrightarrow{x=0} y = 0^2 + 3 \cdot 0 - 10 = -10 \rightarrow$ Punto (0, –10).

g) Corte con eje X: $\dfrac{x^2-1}{x+3}=0 \xrightarrow{x\neq -3} x^2-1=0 \to x=\pm 1 \to$ Hay dos puntos de corte (–1, 0) y (1, 0).

Corte con eje Y: $y=\dfrac{x^2-1}{x+3} \xrightarrow{x=0} y=\dfrac{0^2-1}{0+3}=-\dfrac{1}{3} \to$ Punto $\left(0,-\dfrac{1}{3}\right)$.

h) Corte con eje X: $2x^2-7x-4=0 \to x=\dfrac{7\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot 2\cdot(-4)}}{2\cdot 2}=\dfrac{7\pm 9}{4} \to \begin{cases} x=4 \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Hay dos puntos de corte: (4, 0) y $\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$.

Corte con eje Y: $y=2x^2-7x-4 \xrightarrow{x=0} y=2\cdot 0^2-7\cdot 0-4=-4 \to$ Punto (0, –4).

i) Corte con eje X: $x^3-1=0 \to x=1 \to$ Punto: (1, 0).

Corte con eje Y: $y=x^3-1 \xrightarrow{x=0} y=0^3-1=-1 \to$ Punto (0, –1).

j) Corte con eje X: $\dfrac{2x+6}{x-1}=0 \xrightarrow{x\neq 1} 2x+6=0 \to x=-3 \to$ Punto (–3, 0).

Corte con eje Y: $y=\dfrac{2x+6}{x-1} \xrightarrow{x=0} y=\dfrac{2\cdot 0+6}{0-1}=-6 \to$ Punto (0, –6).

11. Página 114

a) $y=x^2-x-12 \xrightarrow{x=-3} y=(-3)^2-(-3)-12=0 \to$ Es punto de corte.

b) $y=x^5-2x^4-7 \xrightarrow{x=0} y=-7\neq 7 \to$ No es punto de corte.

c) $y=\dfrac{x^2-4}{x+5} \xrightarrow{x=2} y=\dfrac{2^2-4}{2+5}=0 \to$ Es punto de corte.

d) $y=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{3}{2} \xrightarrow{x=-1} y=\dfrac{3}{2}(-1)+\dfrac{3}{2}=0 \to$ Es punto de corte.

e) $y=\dfrac{x-6}{x-2} \xrightarrow{x=0} y=\dfrac{0-6}{0-2}=3 \to$ Es punto de corte.

12. Página 115

a) $T.V.M.([-2,1])=\dfrac{f(1)-f(-2)}{1-(-2)}=\dfrac{-1-8}{3}=\dfrac{-9}{3}=-3$

b) $T.V.M.([0,2])=\dfrac{f(2)-f(0)}{2-0}=\dfrac{6-4}{2}=\dfrac{2}{2}=1$

c) $T.V.M.([-1,0])=\dfrac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)}=\dfrac{-1-0}{1}=-1$

d) $T.V.M.([0,1])=\dfrac{f(1)-f(0)}{1-0}=\dfrac{0-0}{1}=0$

13. Página 115

a) $T.V.M.([1,2])=\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{15-1}{1}=14$

b) $T.V.M.([1,4])=\dfrac{f(4)-f(1)}{4-1}=\dfrac{\frac{7}{4}-4}{3}=\dfrac{7-16}{12}=-\dfrac{3}{4}$

c) $T.V.M.([-1,3])=\dfrac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}=\dfrac{9-(-11)}{4}=5$

d) $T.V.M.([-2,1])=\dfrac{f(1)-f(-2)}{1-(-2)}=\dfrac{-1-(-16)}{3}=5$

14. Página 116

a) La función es decreciente en los intervalos $(-\infty,-1)$ y $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$.

La función es creciente en el intervalo $\left(-1,\frac{3}{2}\right)$.

b) La función es creciente en los intervalos $(-\infty,-3)$, $(-1,1)$ y $(3,+\infty)$.

La función es decreciente en los intervalos $(-3,-1)$ y $(1,3)$.

15. Página 116

a) $T.V.M.([-1,0])=\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)}=\frac{4-11}{1}=-7<0\rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [–1, 0].

b) $T.V.M.([1,2])=\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\frac{-5-(-1)}{1}=\frac{-4}{1}=-4<0\rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [1, 2].

c) $T.V.M.([2,3])=\frac{f(3)-f(2)}{3-2}=\frac{100-29}{1}=71>0\rightarrow$ La función es creciente en el intervalo [2, 3].

d) $T.V.M.([0,3])=\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=\frac{-5-\frac{4}{3}-\left(-\frac{4}{3}\right)}{3}=-\frac{5}{3}<0\rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [0, 3].

16. Página 117

a) En $x=-3$ y $x=1$, la función pasa de ser creciente a decreciente. Los máximos de la función son (–3, 2) y (1, 4).

En $x=-1$ y $x=3$, la función pasa de ser decreciente a creciente. Los mínimos de la función son (–1, –1) y (3, –3).

b) En $x=0$, la función pasa de ser creciente a decreciente. El máximo de la función es (0, 7).

En $x=-4$ y $x=5$, la función pasa de ser decreciente a creciente. Los mínimos de la función son (–4, –4) y (5, –3).

c) En $x=-1$, la función pasa de ser creciente a decreciente. El máximo de la función es (–1, 3).

En $x=1$, la función pasa de ser decreciente a creciente. El mínimo de la función es (1, –3).

d) La función no tiene máximos, ya que no pasa de ser creciente a decreciente en ningún punto.

En $x=-1{,}5$, la función pasa de ser decreciente a creciente. El mínimo de la función es (–1,5; –2).

17. Página 118

a) La función tiene un punto de discontinuidad en $x=1$.

b) La función tiene dos puntos de discontinuidad en $x=-2$ y $x=1$.

18. Página 118

a) Es periódica; la misma parte de la gráfica se repite cada 2 unidades. Su período es $T=2$.

b) Es periódica; la misma parte de la gráfica se repite cada 4 unidades. Su período es $T=4$.

19. Página 119

1. Dominio y recorrido.

   En el eje *X*, los valores varían entre 0 y 8 $\rightarrow \text{Dom } f = [0,8]$

   En el eje *Y*, los valores varían entre 0 y 3 $\rightarrow \text{Im } f = [0,3]$

2. Puntos de corte con los ejes.

   Cortes con el eje *X*: (0, 0) y (8, 0).

   Cortes con el eje *Y*: (0, 0).

3. Crecimiento y decrecimiento.

   La función crece hasta $x = 1$, decrece entre $x = 1$ y $x = 3$, crece entre $x = 3$ y $x = 5$, decrece entre $x = 5$ y $x = 6$, crece entre $x = 6$ y $x = 7$ y decrece entre $x = 7$ y $x = 8$.

   Crecimiento $\rightarrow (0,1) \cup (3,5) \cup (6,7)$ Decrecimiento $\rightarrow (1,3) \cup (5,6) \cup (7,8)$.

4. Máximos y mínimo.

   La función presenta máximos en $x = 1$, $x = 5$ y $x = 7$. Máximos: (1, 3), (5; 2,5), (7, 3)

   La función presenta mínimos en $x = 3$ y $x = 6$. Mínimos: (3; 0,5), (6, 2)

5. Continuidad y periodicidad.

   La función es continua y no es periódica.

20. Página 119

1. Dominio y recorrido.

   En el eje *X*, los minutos que dura el viaje varían entre 0 y 25 $\rightarrow \text{Dom } f = [0,25]$

   En el eje *Y*, la velocidad varía entre 0 y 90 km/h $\rightarrow \text{Im } f = [0,90]$

2. Puntos de corte con los ejes.

   Corte con el eje *X*: (0,0).

   Corte con el eje *Y*: (0,0).

3. Crecimiento y decrecimiento.

   La función crece hasta $x = 10$, decrece entre $x = 10$ y $x = 15$, crece entre $x = 15$ y $x = 20$ y decrece entre $x = 20$ y $x = 25$.

   Crecimiento $\rightarrow (0,10) \cup (15,20)$ Decrecimiento $\rightarrow (10,15) \cup (20,25)$

4. Máximos y mínimo.

   La función presenta máximos en $x = 10$ y $x = 20$. Máximos: (10, 90), (20, 60)

   La función presenta mínimos en $x = 15$. Mínimo: (15, 45)

5. Continuidad y periodicidad.

   La función es continua y no es periódica.

ACTIVIDADES FINALES

21. Página 120

a) No es una función, porque puede que para una misma edad haya personas de diferente altura.

b) No es una función, ya que puede haber varias pirámides con el mismo perímetro de la base, pero eso no se relaciona con el volumen, ya que el perímetro puede dar lugar a bases de diferente área o incluso con la misma área tener diferente altura y, por tanto, diferente volumen.

c) Sí es una función, ya que la suma de los tres ángulos de un triángulo suma 180º, si conocemos la suma de dos de ellos el otro queda determinado.

d) No es una función, ya que aunque es probable que practicando más deporte se consuma más agua, no hay una correlación directa.

e) Sí es una función, se puede establecer una relación de proporcionalidad inversa.

22. Página 120

a) $x \longrightarrow$ cantidad de manzanas (kg)

$y \longrightarrow$ precio (€)

Para calcular el precio de las manzanas hay que multiplicar el peso en kg por el precio de cada kg, 1,62 €/kg.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 1{,}62 \cdot x$

b) $x \longrightarrow$ tiempo (s)

$y \longrightarrow$ velocidad (m/s)

Para calcular la velocidad hay que multiplicar el tiempo en segundos por la aceleración, 3 m/s^2, más la velocidad inicial 15 m/s.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 3 \cdot x + 15$

c) $x \longrightarrow$ tiempo (min)

$y \longrightarrow$ altura (m)

Para calcular la altura hay que restar a la altura inicial, 8 000 m, el resultado de multiplicar el tiempo en minutos por la pérdida de altura en cada minuto, 100 m/min.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 8\,000 - 100x$

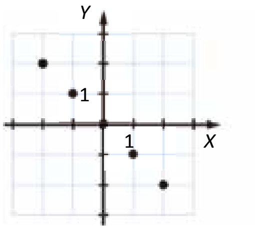
d) $x \longrightarrow$ tiempo (día)

$y \longrightarrow$ temperatura (ºC)

Para calcular la temperatura hay que multiplicar los días que han pasado desde el 1 de agosto por 1,5 y sumar 25, que es la temperatura que había ese día.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 1{,}5x + 25$

23. Página 120



La expresión algebraica que a cada número le asocia su opuesto: $y = -x$.

24. Página 120

$x \longrightarrow$ número de bolsas (unidades)

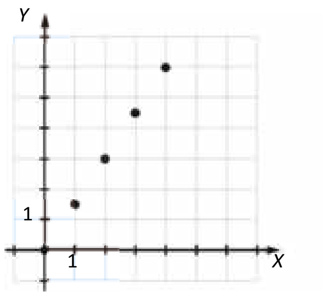
$y \longrightarrow$ precio (€)

Para calcular el precio total hay que multiplicar el número de bolsas por el precio de cada bolsa 1,50 €/bolsa.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = 1{,}5 \cdot x$.

x	0	1	2	3	4
y	0	1,5	3	4,5	6

No se puede comprar media bolsa de patatas, por lo que no unimos los puntos de la gráfica.



25. Página 120

$x \longrightarrow$ largo (m)

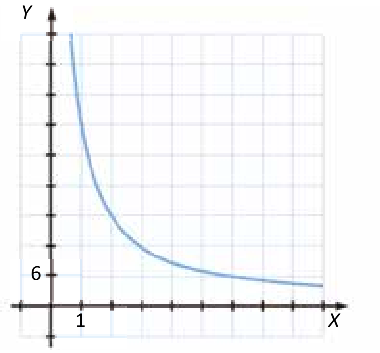
$y \longrightarrow$ ancho (m)

Para calcular ancho hay que dividir el área, 36 m^2, por el largo del rectángulo en metros.

Expresión algebraica $\longrightarrow$ $y = \dfrac{36}{x}$

x	1	2	3	4	5
y	36	18	12	9	$\frac{36}{5}$

Los lados del rectángulo toman valores no enteros, por lo que unimos los puntos de la gráfica. La función solo toma valores positivos.



26. Página 120

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)

Número	1	2	3	4	5
Mitad	$\frac{1}{2}=0,5$	1	$\frac{3}{2}=1,5$	2	$\frac{5}{2}=2,5$

b)

Lado	1	2	3	4	5
Área	1	4	9	16	25

c)

Número	1	2	3	4	5
Inverso	1	$\frac{1}{2}=0,5$	$\frac{1}{3}=0,33...$	$\frac{1}{4}=0,25$	$\frac{1}{5}=0,2$

d)

Número	1	2	3	4	5
Triple	3	6	9	12	15

27. Página 120

a) Tenemos que multiplicar el peso en kg por el precio de cada kg.

Peso	1	2	3	4	5
Precio	2,75	5,50	8,25	11	13,75

b) Variable independiente, $x \rightarrow$ Peso   Variable dependiente, $y \rightarrow$ Precio

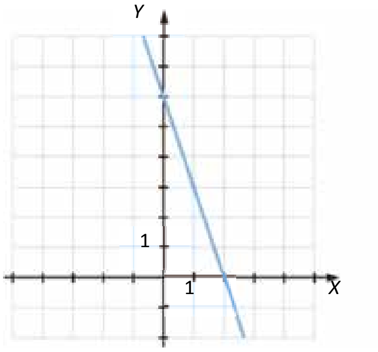
c) $y = 2,75x$

d) Es una función porque a cada peso le corresponde un único precio.

28. **Página 120**

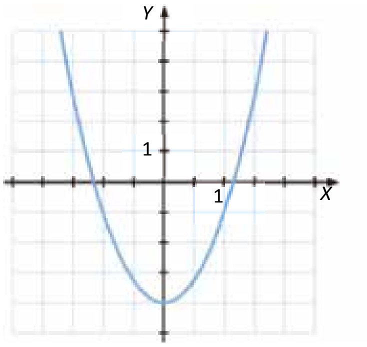
a)

x	−2	−1	0	1	2
y	12	9	6	3	0



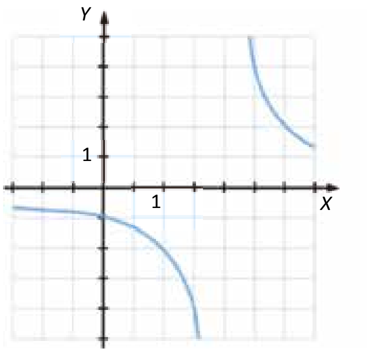
b)

x	−2	−1	0	1	2
y	8	−1	−4	−1	8



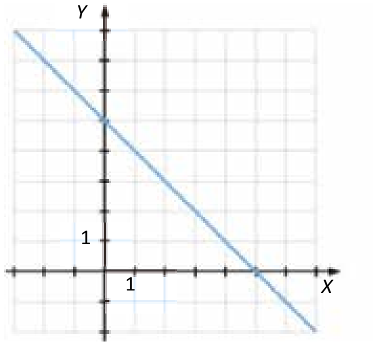
c)

x	−2	−1	0	1
y	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	−1	−2



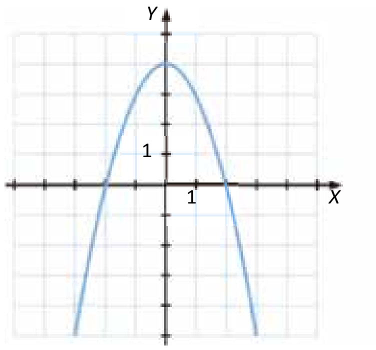
d)

x	−2	−1	0	1	2
y	7	6	5	4	3



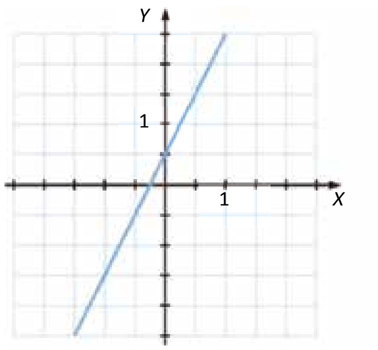
e)

x	−2	−1	0	1	2
y	0	3	4	3	0



f)

x	−2	−1	0	1	2
y	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{9}{2}$



29. Página 120

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3

b) Expresión algebraica $\rightarrow y = \frac{x}{2} + 2$

c) $f(-5) = -\frac{5}{2} + 2 = -\frac{1}{2}$, $f(4) = \frac{4}{2} + 2 = 4$

30. Página 120

a) Variable independiente, x $\longrightarrow$ peso del café (kg)

Variable dependiente, y $\longrightarrow$ precio (€)

Para obtener el precio del café tenemos que multiplicar el precio de cada kg de café, 12,40 €/kg, por la cantidad de café en kg.

$y = 12{,}40x$

b) Variable independiente, x $\longrightarrow$ precio original (€)

Variable dependiente, y $\longrightarrow$ precio rebajado (€)

Para obtener el precio rebajado tenemos que calcular el (100 – 30) % = 70 % del precio original.

$y = \frac{70}{100}x$

c) Variable independiente, x $\longrightarrow$tiempo (años)

Variable dependiente, y $\longrightarrow$ valor del coche, partiendo de un valor inicial, V (€)

Para obtener el valor del coche tenemos que disminuir su valor cada año en un 10 %. Es decir, cada año calculamos el (100 – 10) % = 90 % del precio del año anterior.

$y = \left(\frac{90}{100}\right)^x V$

d) Variable independiente, x $\longrightarrow$tiempo (h)

Variable dependiente, y $\longrightarrow$ distancia recorrida (km)

Para obtener la distancia recorrida tenemos que multiplicar el tiempo en horas por la velocidad, 20 km/h.

$y = 20x$

e) Variable independiente, x $\longrightarrow$ distancia recorrida (km)

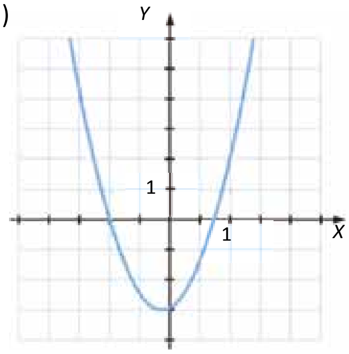
Variable dependiente, y $\longrightarrow$ velocidad (km/min)

Para obtener la velocidad a la que circula el autobús dividimos la distancia recorrida en km entre los 20 min que dura el recorrido.

$y = \frac{x}{20}$

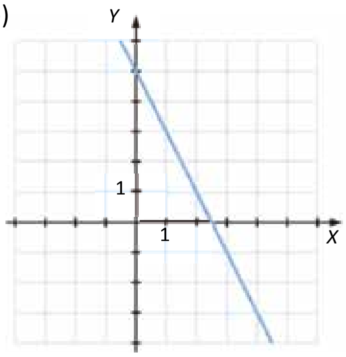
31. Página 120

a)



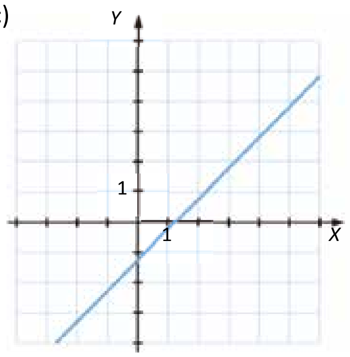
x	y
–1	0
0	–3
1	2

b)



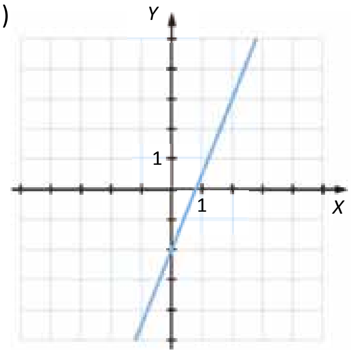
x	y
0	5
1	3
2	1

c)



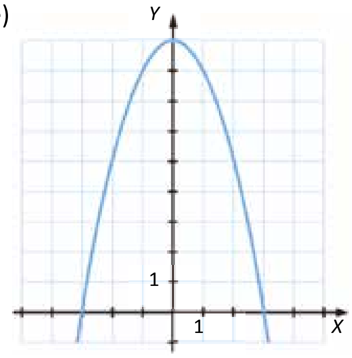
x	y
0	$-\frac{4}{3}$
1	$-\frac{1}{3}$
2	$\frac{2}{3}$

d)



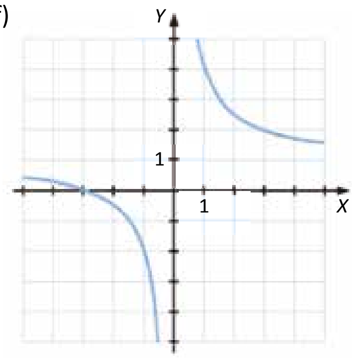
x	y
0	–2
2	3
4	8

e)



x	y
–3	0
0	9
1	8

f)



x	y
–3	0
–1	–2
1	4

32. Página 121

a) Para cualquier valor de *x*, excepto para $x = 0$, obtenemos un número real.

$y = \frac{5 - x}{x} \xrightarrow{x=0} y = \frac{5-0}{0} \to \frac{5}{0} \to$ No es un número real.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 0: $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0\}$.

b) Para cualquier valor de *x*, excepto para $x = \pm 5$, obtenemos un número real.

$y = \frac{x+4}{x^2 - 25} \xrightarrow{x=\pm 5} y = \frac{\pm 5 + 4}{(\pm 5)^2 - 25} \to$ No son números reales.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el –5 y el 5: $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-5, 5\}$.

c) Al dar cualquier valor a *x* y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la *y* es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

d) Para cualquier valor de x, excepto para $x = 3$, obtenemos un número real.

$y = \frac{x+6}{x-3} \xrightarrow{x=3} y = \frac{3+6}{3-3} \to \frac{9}{0} \to$ No es un número real.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el 3: $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{3\}$.

e) Al dar cualquier valor a x y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la y es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

f) Al dar cualquier valor a x y sustituirlo en la ecuación, el resultado de la y es siempre un número real.

El dominio es el conjunto de todos los números reales: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

g) Para cualquier valor de x, excepto para $x = -2$, obtenemos un número real.

$y = \frac{2x+5}{3x+6} \xrightarrow{x=-2} y = \frac{2\cdot(-2)+5}{3\cdot(-2)+6} \to \frac{-9}{0} \to$ No es un número real.

El dominio está formado por todos los números reales excepto el –2: $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-2\}$.

33. Página 121

a) La función está definida para cualquier valor de x: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

La función no toma valores menores que –6. El recorrido será $\text{Im } f = [-6, +\infty)$.

b) La función está entre 0 y 8: $\text{Dom } f = [0, 8]$

La función toma valores entre 3 y 6. El recorrido será $\text{Im } f = [3, 6]$.

c) La función está definida para cualquier valor de x: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

La función no toma valores mayores que 5. El recorrido será $\text{Im } f = (-\infty, 5]$.

d) La función está definida para cualquier valor de x: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$.

La función toma todos los valores reales. El recorrido será $\text{Im } f = \mathbb{R}$.

34. Página 121

a) Corte con eje X: $x^2 - 9 = 0 \to x = \pm 3 \to$ Hay dos puntos de corte (–3, 0) y (3, 0).

Corte con eje Y: $y = x^2 - 9 \xrightarrow{x=0} y = 0^2 - 9 = -9 \to$ Punto (0, –9).

b) Corte con eje X: $\frac{x-4}{x+2} = 0 \xrightarrow{x \neq -2} x = 4 \to$ Punto (4, 0).

Corte con eje Y: $y = \frac{x-4}{x+2} \xrightarrow{x=0} y = \frac{0-4}{0+2} = -2 \to$ Punto (0, –2).

c) Corte con eje X: $\frac{1}{2}x + 4 = 0 \to x = -8$ Punto (–8, 0).

Corte con eje Y: $y = \frac{1}{2}x - 4 \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{2}\cdot 0 - 4 = -4 \to$ Punto (0, –4).

d) Corte con eje X: $x^3 + 8 = 0 \to x = -2 \to$ Punto (–2, 0).

Corte con eje Y: $y = x^3 + 8 \xrightarrow{x=0} y = 0^3 + 8 = 8 \to$ Punto (0, 8).

e) Corte con eje X: $\dfrac{x^2-x-12}{x+6}=0 \xrightarrow{x\neq -6} x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4\cdot(-12)}}{2}=\dfrac{1\pm 7}{2}\rightarrow \begin{matrix} x=4 \\ x=-3 \end{matrix}$

Hay dos puntos de corte (4, 0) y (–3, 0).

Corte con eje Y: $y=\dfrac{x^2-x-12}{x+6}\xrightarrow{x=0} y=\dfrac{0^2-0-12}{0+6}=-2\rightarrow$ Punto (0, –2).

f) Corte con eje X: $x^2-6x-7=0\rightarrow x=\dfrac{6\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot(-7)}}{2}=\dfrac{6\pm 8}{2}\rightarrow \begin{matrix} x=7 \\ x=-1 \end{matrix}$

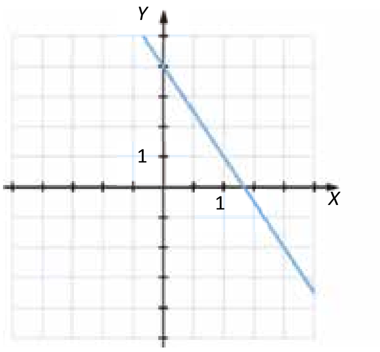
Hay dos puntos de corte (7, 0) y (–1, 0).

Corte con eje Y: $y=x^2-6x-7\xrightarrow{x=0} y=0^2-6\cdot 0-7=-7\rightarrow$ Punto (0, –7).

35. Página 121

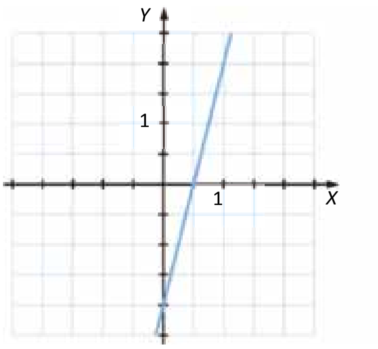
a) Corte con eje X: $-3x+4=0\longrightarrow x=\dfrac{4}{3}\longrightarrow$ Punto: $\left(\dfrac{4}{3},0\right)$

Corte con eje Y: $-3\cdot 0+4=4\longrightarrow$ Punto (0, 4)



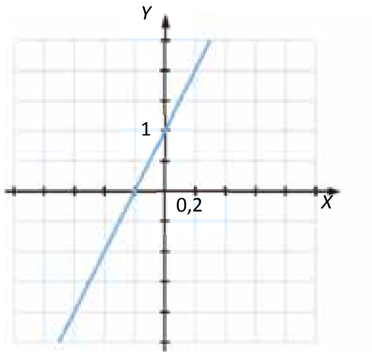
b) Corte con eje X: $-2+4x=0\longrightarrow x=\dfrac{1}{2}\longrightarrow$ Punto $\left(\dfrac{1}{2},0\right)$

Corte com eje Y: $-2+4\cdot 0=-2\longrightarrow$ Punto (0, –2)



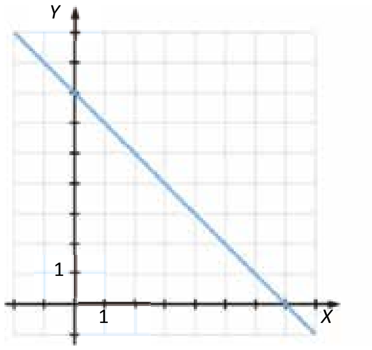
c) Corte con eje X: $5x + 1 = 0 \longrightarrow x = -\frac{1}{5} \longrightarrow$ Punto $\left(-\frac{1}{5}, 0\right)$

Corte con eje Y: $5 \cdot 0 + 1 = 1 \longrightarrow$ Punto (0, 1)



d) Corte con eje X: $-x + 7 = 0 \longrightarrow x = 7 \longrightarrow$ Punto (7, 0)

Corte con eje Y: $-0 + 7 = 7 \longrightarrow$ Punto (0, 7)



36. Página 121

a) Cortes con el eje X: (–4, 0) y (4, 0) Cortes con el eje Y: (0, 1)

b) Cortes con el eje X: (–3, 0) Cortes con el eje Y: (0, –2)

c) Cortes con el eje X: (2, 0) Cortes con el eje Y: (0, –4)

d) Cortes con el eje X: (0, 0) y (4, 0) Cortes con el eje Y: (0, 0)

e) Cortes con el eje X: (–4, 0) y (2, 0) Cortes con el eje Y: (0, 4)

f) No hay cortes con ninguno de los dos ejes.

37. Página 121

Una función no puede cortar al eje Y en dos puntos porque esto implicaría que al punto $x = 0$ le corresponderían dos valores de y, por tanto la relación no sería una función.

38. Página 121

a) $\text{T.V.M.}([-2,1]) = \frac{f(1)-f(-2)}{1-(-2)} = \frac{6-(-3)}{3} = 3$

b) $\text{T.V.M.}([-3,2]) = \frac{f(2)-f(-3)}{2-(-3)} = \frac{13-(-12)}{5} = \frac{25}{5} = 5$

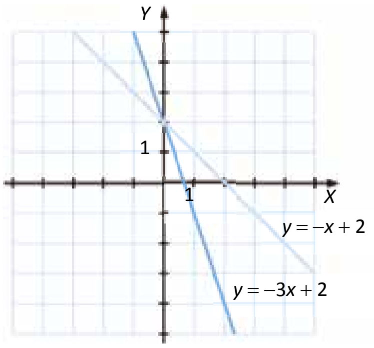
c) $\text{T.V.M.}([0,2]) = \frac{f(2)-f(0)}{2-0} = \frac{36-(-12)}{2} = \frac{48}{2} = 24$

d) $\text{T.V.M.}([1,3]) = \frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{\frac{7}{15}-\frac{-1}{3}}{2} = \frac{2}{5}$

e) $\text{T.V.M.}([-3,-2]) = \frac{f(-2)-f(-3)}{-2-(-3)} = \frac{0-\frac{10}{8}}{1} = -\frac{5}{4}$

f) $\text{T.V.M.}([-4,0]) = \frac{f(0)-f(-4)}{0-(-4)} = \frac{\frac{1}{2}-\frac{233}{14}}{4} = -\frac{226}{56} = -\frac{113}{28}$

39. Página 121



a) $\text{T.V.M.}([-2,4]) = \frac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)} = \frac{-2-4}{6} = -1$

b) $\text{T.V.M.}([-2,4]) = \frac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)} = \frac{-10-8}{6} = -3$

El coeficiente de x es el triple y la tasa de variación media también es el triple.

40. Página 122

a) La función es creciente en los intervalos $(-4,-1)$, $(0,1)$ y $(4,5)$.

La función es decreciente en los intervalos $(-5,-4)$, $(-1,0)$ y $(1,4)$.

Tiene máximo en $x=-1$ y $x=1$. Tiene mínimo en $x=-4$, $x=0$ y $x=4$.

b) La función es creciente en los intervalos $(-\infty,-2)$ y $(2,\infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-2,2)$.

Tiene máximo en $x=-2$. Tiene mínimo en $x=2$.

c) La función es creciente en los intervalos $(-\infty,1)$, $(3,4)$ y $(5,6)$.

La función es decreciente en los intervalos $(1,3)$, $(4,5)$ y $(6,+\infty)$.

Tiene máximo en $x = 1$, $x = 4$ y $x = 6$. Tiene mínimos en $x = 3$ y $x = 5$.

d) La función es creciente en los intervalos $(4,6)$ y $(8,+\infty)$.

La función es decreciente en los intervalos $(0,4)$ y $(6,8)$.

Tiene máximo en $x = 6$. Tiene mínimos en $x = 4$ y $x = 8$.

e) La función es decreciente en los intervalos $(-\infty,0)$ y $(0,+\infty)$.

No tiene máximos ni mínimos.

f) La función es creciente en los intervalos $(-2,2)$ y $(2,+\infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-\infty,-2)$.

No tiene máximos ni mínimos.

g) La función es creciente en los intervalos $(-5,-4)$, $(-2,0)$ y $(2,4)$.

La función es decreciente en los intervalos $(-4,-2)$, $(0,2)$ y $(4,5)$.

Tiene máximo en $x = -4$, $x = 0$ y $x = 4$. Tiene mínimos en $x = -2$ y $x = 2$.

h) La función es creciente en los intervalos $(-\infty,0)$ y $(2,+\infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(0,2)$.

No tiene máximos ni mínimos.

41. Página 122

a) $\text{T.V.M.}([2,4]) = \dfrac{f(4)-f(2)}{4-2} = \dfrac{\frac{1}{2}-1}{2} = -\dfrac{1}{4} < 0 \rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [2,4].

$\text{T.V.M.}([-3,-1]) = \dfrac{f(-1)-f(-3)}{-1-(-3)} = \dfrac{-2-\left(-\frac{2}{3}\right)}{2} = -\dfrac{2}{3} < 0 \rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [–3,–1] .

b) $\text{T.V.M.}([-1,4]) = \dfrac{f(4)-f(-1)}{4-(-1)} = \dfrac{-19-1}{5} = \dfrac{-20}{5} = -4 < 0 \rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [–1,4].

c) $\text{T.V.M.}([-1,1]) = \dfrac{f(1)-f(-1)}{1-(-1)} = \dfrac{\frac{3}{4}-\left(-\frac{3}{2}\right)}{2} = \dfrac{9}{8} > 0 \rightarrow$ La función es creciente en el intervalo [–1,1].

d) $\text{T.V.M.}([2,3]) = \dfrac{f(3)-f(2)}{3-2} = \dfrac{0-(-2)}{1} = 2 > 0 \rightarrow$ La función es creciente en el intervalo [2,3].

e) $\text{T.V.M.}([-5,-2]) = \dfrac{f(-2)-f(-5)}{-2-(-5)} = \dfrac{\frac{2}{3}-\frac{5}{6}}{3} = -\dfrac{1}{18} < 0 \rightarrow$ La función es decreciente en el intervalo [–5, –2].

42. Página 122

Sí que podemos unir los puntos porque la temperatura va variando con el tiempo de forma continua. Es decir, sí que es una función continua.

43. Página 122

a) En el eje *X*, los valores varían entre 0 y 10 $\rightarrow \text{Dom } f = [0,10]$

En el eje *Y*, los valores varían entre 0 y 7 $\rightarrow \text{Im } f = [0, 7]$

b) Sí, es una función continua.

c) La función es creciente en los intervalos $(0,1)$, $(2,4)$, $(5,6)$ y $(8,10)$.

La función es decreciente en los intervalos $(1,2)$, $(4,5)$ y $(6,8)$.

d) La función presenta máximos en los puntos $(1,6)$, $(4,6)$ y $(6,3)$.

La función presenta mínimos en los puntos $(2,0)$, $(5,1)$ y $(8,0)$.

44. Página 122

a) Es una función periódica; la misma parte de la gráfica se repite cada 2,5 unidades. Su período es $T = 2{,}5$.

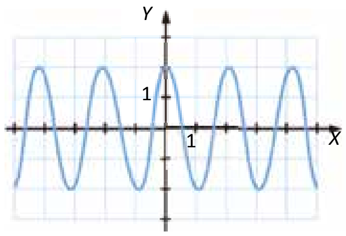
b) No es una función periódica, no se repite la misma parte de la gráfica en ningún periódico.

c) Es una función periódica; la misma parte de la gráfica se repite cada unidad. Su período es $T = 1$.

d) No es una función periódica, la primera parte de la gráfica no se repite en las siguientes.

45. Página 122

Respuesta abierta. Por ejemplo:



Sí, existe más de una solución.

46. Página 123

a) La función no es continua, puesto que los datos obtenidos son puntuales de cada mes. Aparecen los puntos unidos para poder visualizar mejor la evolución, pero no deberían unirse si se analiza la continuidad.

b) La función no corta a los ejes.

c) La función es creciente entre enero y febrero, entre marzo y abril, entre junio y julio; y entre agosto y octubre.

La función es decreciente entre febrero y marzo, entre abril y junio, entre julio y agosto; y entre octubre y diciembre.

Los máximos de la función son (febrero, 10,25), (abril, 10,75), (julio, 11,75) y (octubre, 14).

Los mínimos de la función son (marzo, 9,5), (junio, 10) y (agosto, 9).

d) Se superaron los 12 millones de metros cuadrados en los meses de octubre y noviembre.

El mayor crecimiento se registró entre los meses de agosto y octubre.

47. Página 123

a) Variable independiente, $x \rightarrow$ tiempo (min)

Variable dependiente, $y \rightarrow$ precio (€)

Sí, es una función. A cada minuto le corresponde un precio.

b) Es una función constante en los intervalos (0, 3), (3, 6), (6, 9), (9, 12) y (12, 15).

El valor de la función en cada uno de los intervalos es mayor que en los anteriores.

c) No tiene máximos y mínimos.

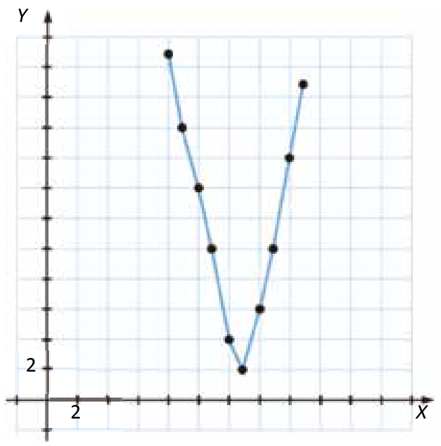
d) Una llamada de 8 minutos costará 0,60 €. Una llamada de 7 minutos costará 0,60 €. Una llamada de 2 minutos costará 0,20 €.

e) Si sólo quiero gastar 1 €, podré hablar 15 minutos como máximo.

f) No es una función continua, presenta discontinuidades en $x = 3$, 6, 9 y 12.

48. Página 123

a)



b) Sí, es una función continua, ya que la longitud de la sombra va cambiando con continuidad a lo largo del día, por eso en la gráfica anterior unimos los puntos.

c) 1. Dominio y recorrido.

En el eje *X*, los valores varían entre 8 y 17 $\rightarrow \text{Dom}\, f = [8,17]$

En el eje *Y*, los valores varían entre 2 y 23 $\rightarrow \text{Im}\, f = [2,23]$

2. Puntos de corte con los ejes.

La función no tiene cortes con los ejes.

3. Crecimiento y decrecimiento.

La función decrece entre $x = 8$ y $x = 13$ y crece entre $x = 13$ y $x = 17$.

Crecimiento $\rightarrow (13,17)$ Decrecimiento $\rightarrow (8,13)$

4. Máximos y mínimo.

La función presenta un mínimo en el punto $(13,2)$.

5. Continuidad y periodicidad.

La función es continua y no es periódica.

49. Página 123

a) La afirmación es verdadera, ya que la función entre 3 y 4 crece y entre 4 y 5 decrece, por ser 4 el día con mayor número de visitantes.

b) La afirmación es falsa, el quinto y el octavo día hubo 250 visitantes.

c) La afirmación es cierta, fueron el quinto y el octavo día.

d) La afirmación es falsa, visitantes en los primeros 4 días: $200 + 350 + 300 + 400 = 1\,250$; visitantes en los últimos 5 días: $250 + 350 + 150 + 250 + 200 = 1\,200$.

50. Página 123

a)

Minutos	10	20	25	50	60
Distancia en km	1,5	3	3	6	0

b) Ha estado parada 5 minutos.

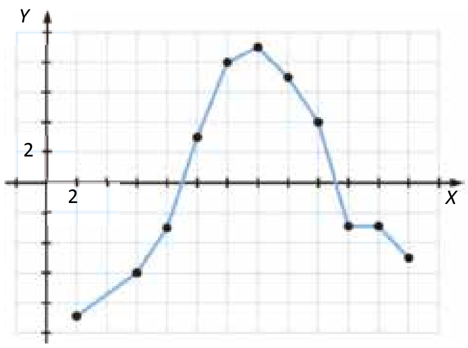
c) Ha caminado $60 - 5 = 55$ minutos.

51. Página 123

a) Variable independiente, $x \rightarrow$ Tiempo (horas)

Variable dependiente, $y \rightarrow$ Temperatura (ºC)

b)



c) La función tiene un máximo relativo en $(14,9)$.

d) La función no tiene mínimos relativos.

e) La función es continua.

f) La temperatura ha superado los 0 ºC durante 10 horas.

g) La temperatura mínima se toma a las 2 horas y la máxima a las 14 horas.

h) La temperatura fue de 0 ºC a las 9 horas y a las 19 horas.

i) La función crece de 2 a 14 horas y decrece de 14 a 20 horas, luego es constante durante dos horas y vuelve a decrecer las dos últimas horas.

SABER HACER

Página 124

a) Variable dependiente, $x \rightarrow$ tiempo (días) Variable independiente, $y \rightarrow$ precio (€)

$$y = 4{,}6 \cdot 0{,}062531x + 80{,}87 + 0{,}91 \cdot 2 \rightarrow y = 0{,}287643x + 82{,}69$$

b) Variable dependiente, $x \rightarrow$ consumo (m^3) Variable independiente, $y \rightarrow$ precio (€)

$$y = \left(\frac{100 + 21}{100}\right)(0{,}0445172x + 7{,}5) \rightarrow y = 0{,}0538658x + 9{,}075$$

$$y = 0{,}0538658x + 9{,}075 \xrightarrow{x=235} 0{,}0538658 \cdot 235 + 9{,}075 = 21{,}73 \text{ €}$$

Gráfica de una función

8

PUNTO DE PARTIDA

La rampa de patinaje recuerda a la gráfica de una parábola.

ACTIVIDADES

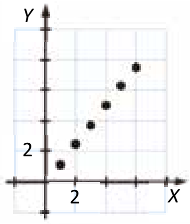
1. Página 126

a)

N.º de botellas	1	2	3	4	5	6
Precio (€)	1,25	2,5	3,75	5	6,25	7,5

b) La función algebraica de la función es $y = 1{,}25x$.

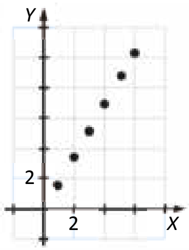
c)



d) La constante de proporcionalidad es $m = 1{,}25$.

2. Página 126

La relación entre el precio y el número de docenas adquiridas es $y = 1{,}75x$.



a) $y = 1{,}75x \rightarrow 4 \cdot 1{,}75 = 7$ €

b) $y = 1{,}75x \rightarrow 21 = 1{,}75x$, $x = 12$ Tenemos que comprar 12 docenas de huevos.

3. Página 127

a) $y = 3x - 4$ no es una función de proporcionalidad directa, ya que no pasa por el origen.

b) $y = 5x$ es una función de proporcionalidad directa. Su pendiente es $m = 5$, por tanto, es una función creciente.

c) $y = \frac{3}{4}x$ es una función de proporcionalidad directa. Su pendiente es $m = \frac{3}{4}$, por tanto, es una función creciente.

d) $y = \frac{1}{3}x + 2$ no es una función de proporcionalidad directa, ya que no pasa por el origen.

e) $y = \frac{4}{x}$ no es una función de proporcionalidad directa, ya que no es una línea recta.

f) $y = x^2$ no es una función de proporcionalidad directa, ya que no es una línea recta.

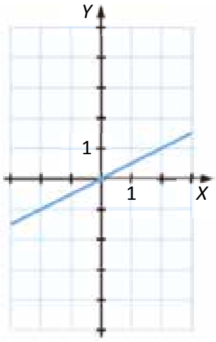
4. Página 127

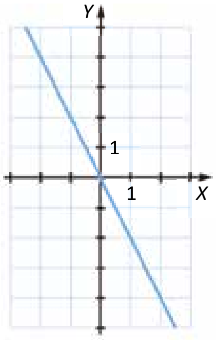
Respuesta abierta. Por ejemplo:

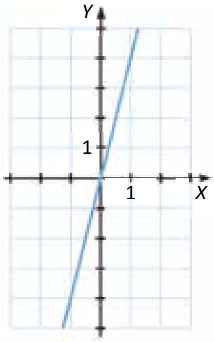
Función de proporcionalidad directa creciente: $y = x$, $y = 2x$

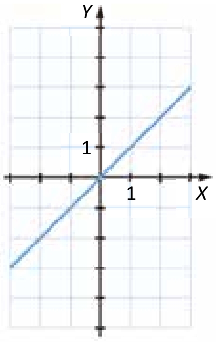
Función de proporcionalidad directa decreciente: $y = -x$, $y = -2x$

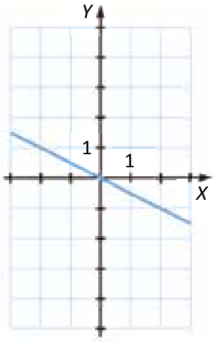
5. Página 127

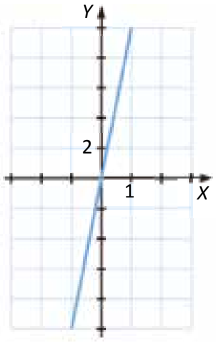
a)


b)


c)


d)


e)


f)


6. Página 127

a) $y = mx \rightarrow 10 = m \cdot (-5) \rightarrow m = -2 \rightarrow$ La expresión algebraica es $y = -2x$.

b) La función es decreciente.

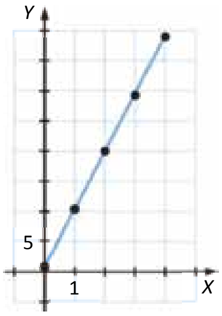
7. Página 128

a)

Tiempo (horas)	0	1	2	3	4
Distancia (al km 0)	2	11	20	29	38

x = n.º de horas que está corriendo, y = distancia recorrida

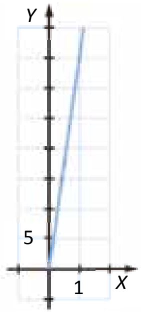
b) La expresión algebraica resultante es $y = 9x + 2$.



8. Página 128

a) La función que relaciona el tiempo con el espacio es $y = 35x$.

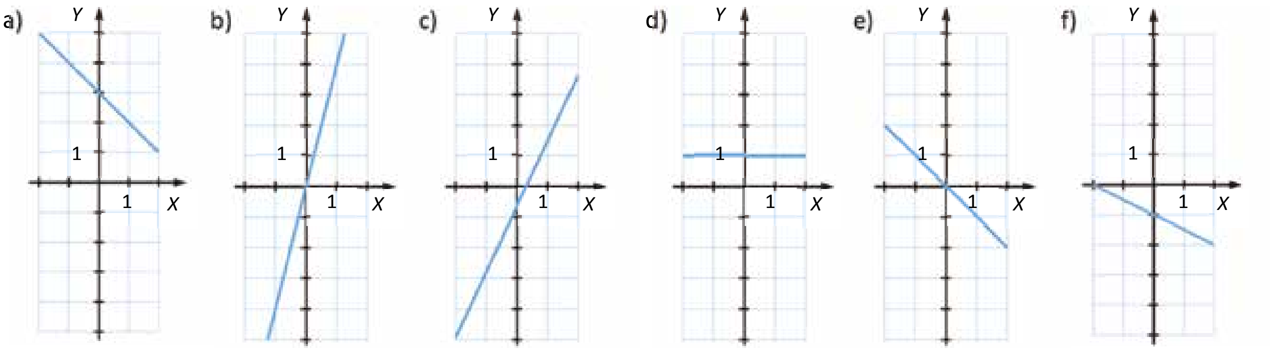
b) Tenemos que $n = 0$, por tanto es una función de proporcionalidad directa.



c) $245 = 35x \rightarrow x = 7$, tarda 7 horas en recorrer 245 km.

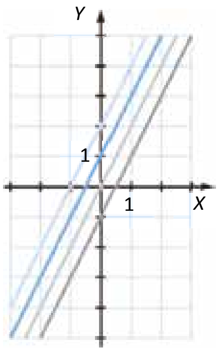
d) $y = 35 \cdot 3 \rightarrow y = 105$, en 3 horas recorre 105 km.

9. Página 129



10. Página 129

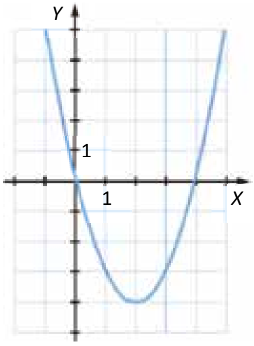
Las rectas son paralelas.



11. Página 129

No, ya que son dos rectas paralelas (horizontales) y no tienen puntos en común.

12. Página 130



$$V_x = -\frac{-4}{2} = 2 \xrightarrow{x=2} V_y = -4$$

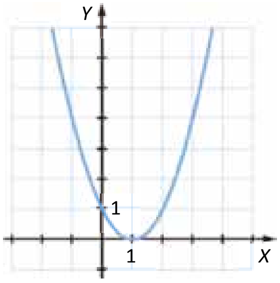
El vértice es el punto (2, –4).

$x(x-4) = 0 \rightarrow x = 0$ o $x = 4$

Los puntos de corte con el eje X son (0, 0) y (4, 0).

El punto de corte con el eje Y es (0, 0).

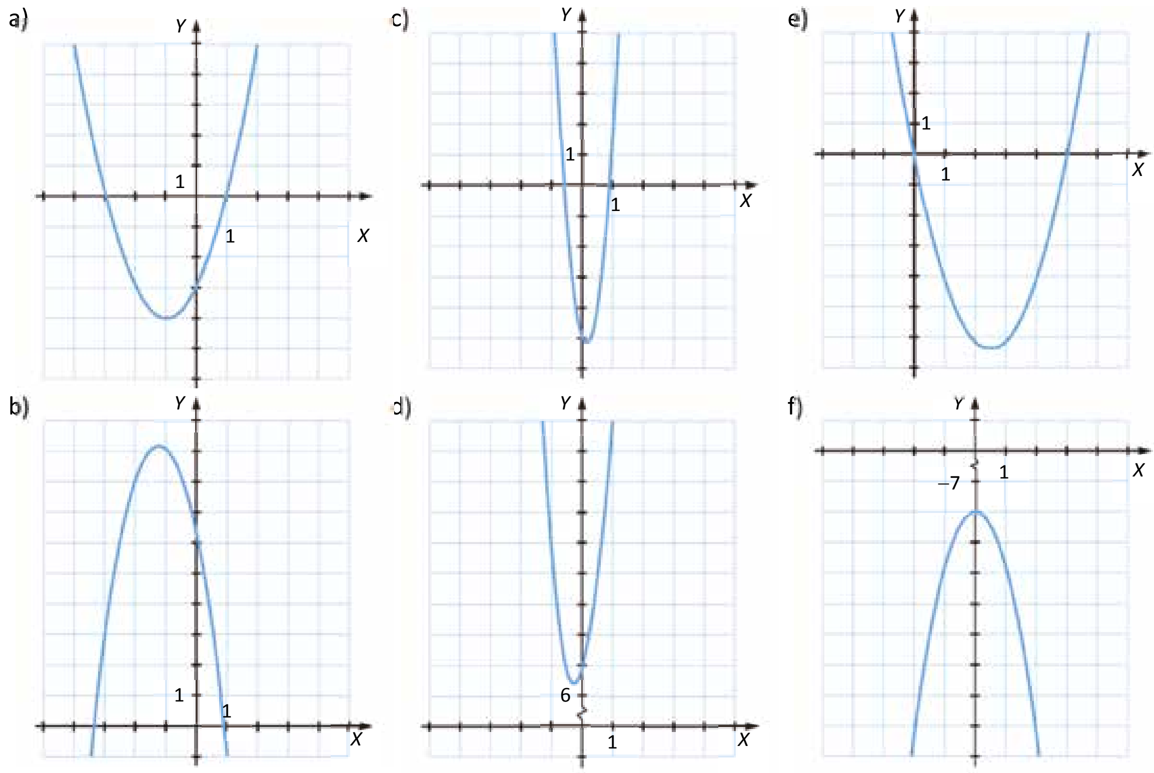
13. Página 130



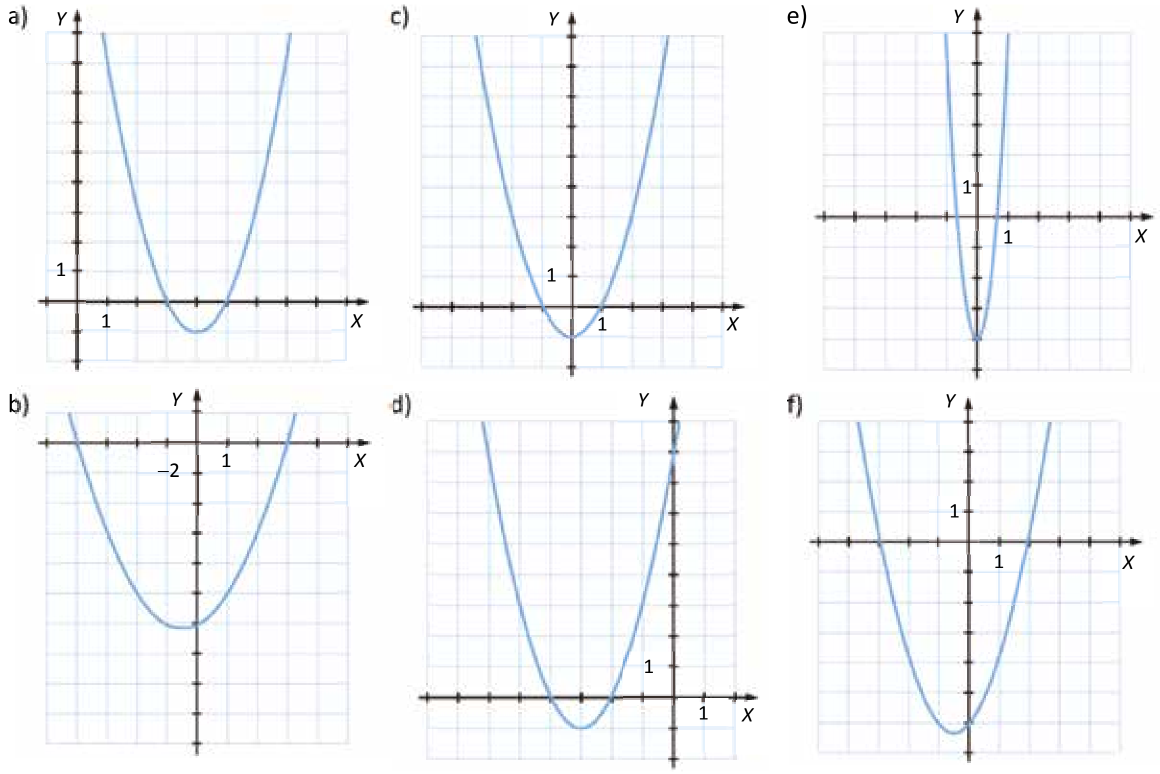
Su vértice es en el punto (1, 0).

El punto de corte con el eje X es (1, 0), y corta al eje Y en (0, 1).

14. Página 131



15. Página 131



16. Página 132

Siendo *x* el precio de cada cómic y *k* el dinero que Pablo tiene para gastar, 100 €. Tenemos que la expresión algebraica de la función que relaciona el precio de cada cómic, *x*, con el número de cómics que puede comprar, *y*, es $y=\frac{k}{x}\rightarrow y=\frac{100}{x}$.

Precio de cada cómic (€)	1	2	3	4
N.º de cómics	100	50	33,33	25

17. Página 132

Nº de viajeros	60	30	45	15
Precio por persona	3	6	4	12

La relación entre el precio y el número de viajeros es inversamente proporcional.

La expresión algebraica que lo representa es $y=\frac{180}{x}$, siendo *x* el número de viajeros.

18. Página 132

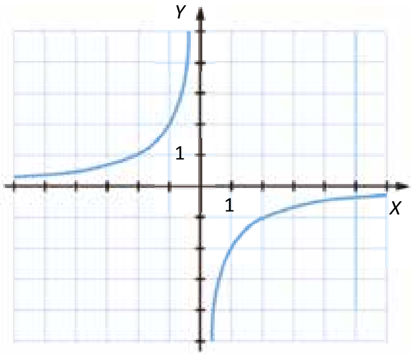
El número de vacas y los días que dura el pienso son magnitudes inversamente proporcionales. La función que indica el número de días que dura el pienso, *y*, en función del número de vacas, *x*, es de la forma $y=\frac{k}{x}$.

Si durante 15 días (*y*) se pueden alimentar 48 vacas (*x*), tenemos $\rightarrow 15=\frac{k}{48}\rightarrow k=720\rightarrow y=\frac{720}{x}$

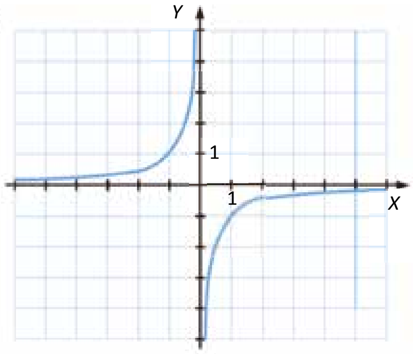
Por lo tanto, si hay 43 vacas el pienso dura $y=\frac{720}{43}=16,74\rightarrow$ El pienso dura para 16 días si se venden 5 vacas.

19. Página 133

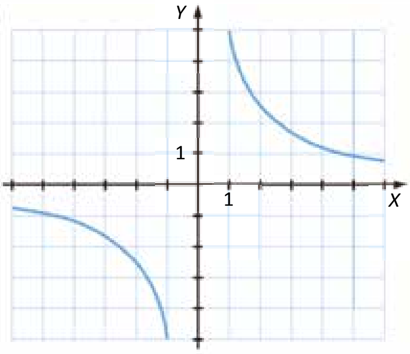
a)



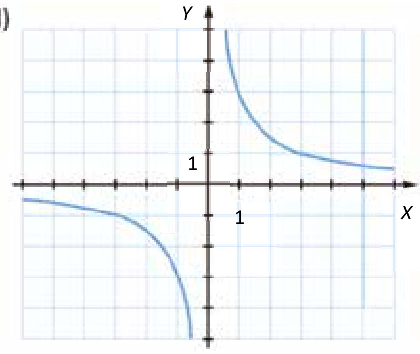
c)



b)

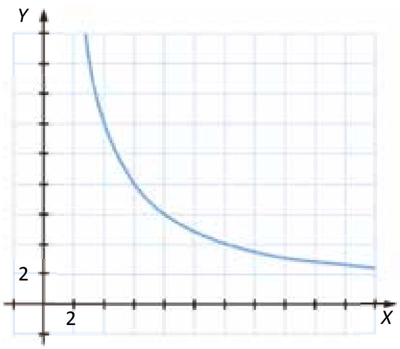


d)



20. Página 133

La función que relaciona el número de trabajadores con el de horas empleadas es $y = \frac{48}{x}$.



21. Página 134

Si la base fuese negativa no sería una función exponencial ya que algunos de sus valores no tendrían imagen, como por ejemplo $(-2)^{\frac{1}{2}}$, y su dominio no sería $\mathbb{R}$.

Si la base fuese 1 el resultado sería 1, sea cual sea la potencia.

22. Página 134

a) No es una función exponencial, ya que la base de la función no es un número positivo.

b) Sí es una función exponencial, ya que la podemos reescribir como $\left(\frac{1}{8}\right)^x$.

c) Sí es una función exponencial, ya que la podemos reescribir como $(0{,}75^2)^x$.

d) Sí es una función exponencial, ya que la podemos reescribir como $(5^3)^x$.

23. Página 134

La función es $y = c \cdot 4^x$, siendo *x* las horas que han transcurrido desde el comienzo, *c* el número de bacterias iniciales de las que partimos e *y* el número de bacterias que hay en la hora *x*.

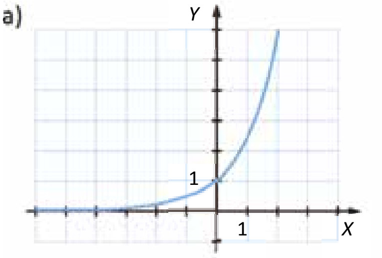
Si $c = 1000$, pasadas 24 h tendremos $y = 1000 \cdot 4^{24} = 281\,474\,976\,710\,656\,000 = 2{,}81 \cdot 10^{17}$ bacterias.

24. Página 134

$15 = 45 \cdot 3^{-0{,}01t} \rightarrow 3^{-0{,}01t} = 3^{-1} \rightarrow -0{,}01t = -1 \rightarrow t = 100$ años.

25. Página 135

a)

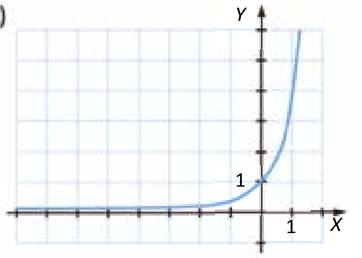


Corta al eje *Y* en el punto (0, 1).

No corta al eje *X*.

Es creciente. Pasa por el punto (0, 1).

c)

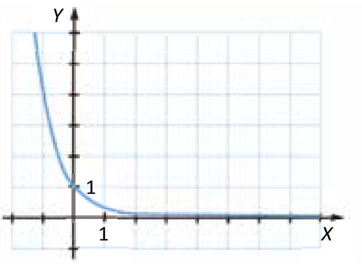


Corta al eje *Y* en el punto (0, 1).

No corta al eje *X*.

Es creciente. Pasa por el punto (0, 1).

b)

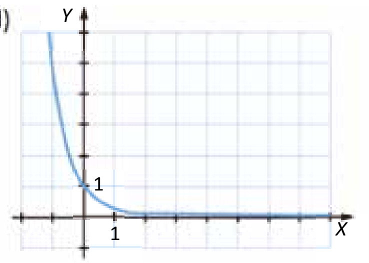


Corta al eje *Y* en el punto (0, 1).

No corta al eje *X*.

Es decreciente. Pasa por el punto (0, 1).

d)

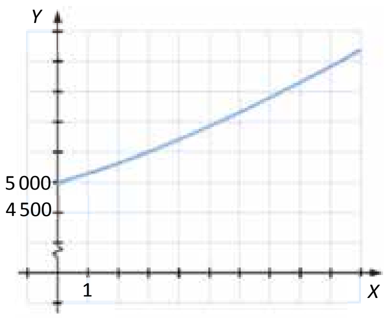


Corta al eje *Y* en el punto (0, 1).

No corta al eje *X*.

Es decreciente. Pasa por el punto (0, 1).

26. Página 135



La función es $f(x) = 5000 \cdot \left(1 + \frac{3{,}75}{100}\right)^x$.

El dominio es $[0, +\infty)$ y el recorrido es $[5000, +\infty)$.

ACTIVIDADES FINALES

27. Página 136

a) $n=0 \rightarrow$ función de proporcionalidad directa, como $m<0$ es una función decreciente.

b) $m=0 \rightarrow$ función constante.

c) $m=2$ y $n=-6 \rightarrow$ función lineal. Corta al eje *Y* en el punto (0, –6), como $m>0$ es una función creciente.

d) $n=0 \rightarrow$ función de proporcionalidad directa, como $m<0$ es una función decreciente.

e) $m=0 \rightarrow$ función constante.

f) $m=2$ y $n=-3 \rightarrow$ función lineal. Corta al eje Y en el punto (0, –3), como $m>0$ es una función creciente.

g) $m=8$ y $n=3 \rightarrow$ función lineal. Corta al eje Y en el punto (0, 3), como $m>0$ es una función creciente.

h) $n=0 \rightarrow$ función de proporcionalidad directa, como $m<0$ es una función decreciente.

28. Página 136

a) Pendiente: –1	Ordenada: 3	Decreciente	d) Pendiente: 6	Ordenada: 5	Creciente
b) Pendiente: 4	Ordenada: –3	Creciente	e) Pendiente: $-\frac{1}{2}$	Ordenada: $\frac{3}{2}$	Decreciente
c) Pendiente: –7	Ordenada: –12	Decreciente	f) Pendiente: 2	Ordenada: $\frac{1}{2}$	Creciente

29. Página 136

a) Corte con el eje *Y*: (0, 3) Corte con el eje *X*: $\left(\frac{3}{5}, 0\right)$

b) Corte con los ejes: (0, 0)

c) Corte con el eje *Y*: (0, –12) Corte con eje *X*: (2, 0)

d) Corte con el eje *Y*: (0, 7) Corte con el eje *X*: (–7, 0)

e) Corte con el eje *Y*: (0, 10) No tiene puntos de corte con el eje *X*.

f) Corte con el eje *Y*: (0, –3) Corte con el eje *X*: (–4, 0)

30. Página 136

$$y=mx+n \rightarrow 4=-\frac{1}{2}(-2)+n \rightarrow n=3$$

La función es $y=-\frac{1}{2}x+3$.

31. Página 136

Son funciones de proporcionalidad directa.

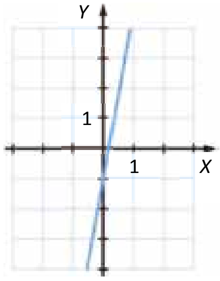
La función que pasa por el (0, 0) con pendiente 4 es: $y=4x$; es una función creciente.

La función que pasa por el (0, 0) con pendiente –3 es: $y=-3x$; es una función decreciente.

32. Página 136

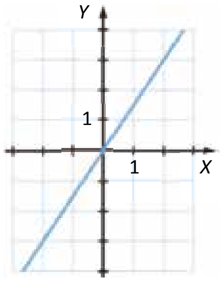
a) Eje *X*: $\left(\frac{1}{7}, 0\right)$; Eje *Y*: (0, –1)

Es una función creciente.



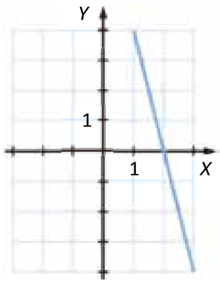
b) Eje *X*: (0, 0); Eje *Y*: (0, 0)

Es una función creciente.



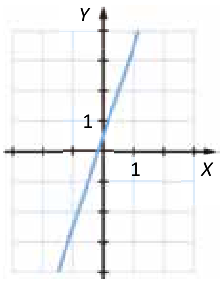
c) Eje *X*: (2, 0); Eje *Y*: (0, 8)

Es una función decreciente.



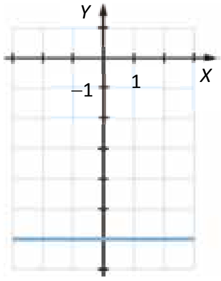
d) Eje *X*: $\left(-\frac{1}{6}, 0\right)$; Eje *Y*: $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

Es una función creciente.



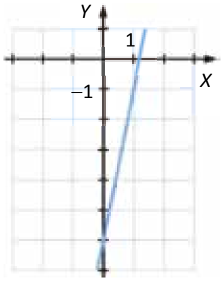
e) Eje *X*: No tiene; Eje *Y*: (0, –6)

Es una función constante.



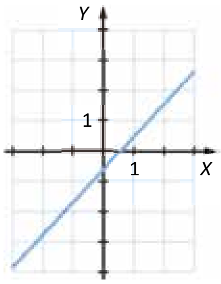
f) Eje *X*: $\left(\frac{6}{5}, 0\right)$; Eje *Y*: (0, –6)

Es una función creciente.



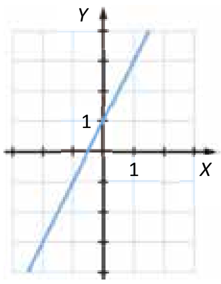
g) Eje *X*: $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$; Eje *Y*: $\left(0, -\frac{2}{3}\right)$

Es una función creciente.



h) Eje *X*: $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$; Eje *Y*: (0, 1)

Es una función creciente.

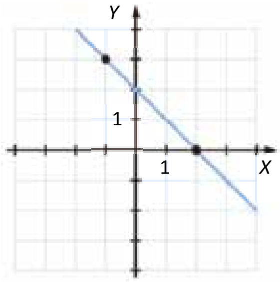


33. Página 136

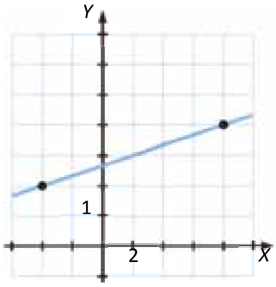
a) $y = 2x - 3$ b) $y = \frac{1}{2}x + 1$ c) $y = -4x - 2$ d) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

34. Página 136

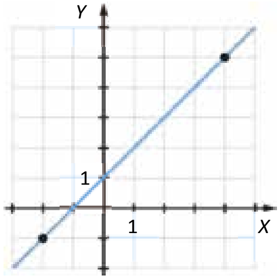
a) $y = -x + 2$



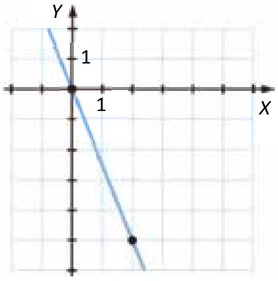
d) $y = \frac{1}{6}x + \frac{8}{3}$



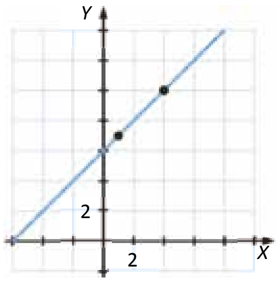
b) $y = x + 1$



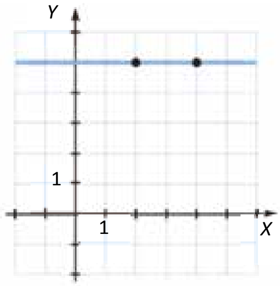
e) $y = -\frac{5}{2}x$



c) $y = x + 6$



f) $y = 5$



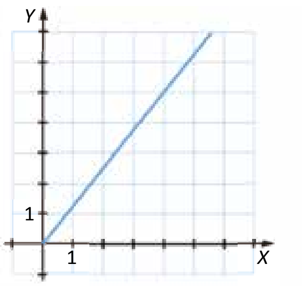
35. Página 136

a)

Litros de refresco	1	2	3	4
Precio	1,25	2,50	3,75	5

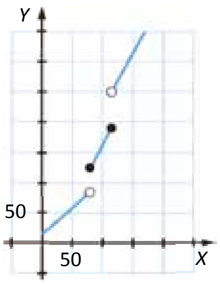
b) $y = 1{,}25x$, siendo *x* el número de litros de refresco e *y* el precio total.

c)



36. Página 137

$$f(x)=\begin{cases} y=0{,}9x+10 & \text{si } x<80 \\ y=1{,}5x+10 & \text{si } 80\le x\le 120 \\ y=2x+10 & \text{si } x>120 \end{cases}$$



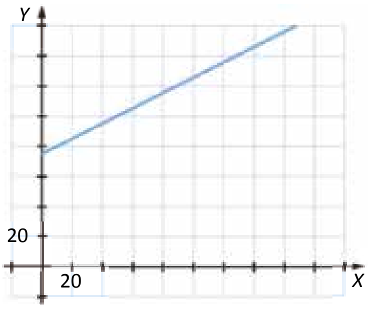
37. Página 137

a) $y=0{,}5x+75$

b)

Número de páginas	10	20	30	40
Precio	80	85	90	95

c)



d) $x=120 \longrightarrow y=135$ €

38. Página 137

a)

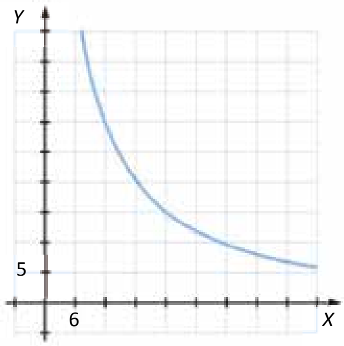
Número de alumnos	36	20	18	10
Número de cajas	10	18	20	36

b) $y=\dfrac{360}{x}$, siendo x el número de alumnos e y el número de cajas que deben vender

c) $36\cdot 10=360$, $20\cdot 18=360$

$$y=\frac{360}{x}\longrightarrow x\cdot y=360$$

Las dos magnitudes son inversamente proporcionales.



39. Página 137

a) El vértice tiene coordenadas: $(3,-9)$

b) El vértice tiene coordenadas: $\left(\frac{3}{2},-7\right)$

c) El vértice tiene coordenadas: $(-3, 31)$

d) El vértice tiene coordenadas: $(0,-16)$

e) El vértice tiene coordenadas: $(3, 4)$

f) El vértice tiene coordenadas: $(5,-25)$

40. Página 137

a) Puntos de corte con el eje *X*: $(-2, 0)$, $(8, 0)$

Punto de corte con el eje *Y*: $(0,-16)$

b) Puntos de corte con el eje *X*: $\left(-\frac{1}{2},0\right)$, $\left(\frac{5}{2},0\right)$

Punto de corte con el eje *Y*: $(0,-5)$

c) Puntos de corte con el eje *X*: $(1,0)$, $(6,0)$

Punto de corte con el eje *Y*: $(0,6)$

d) Puntos de corte con el eje *X*: $(1,0)$, $\left(\frac{4}{3},0\right)$

Punto de corte con el eje *Y*: $(0,4)$

e) Puntos de corte con el eje *X*: $(-5,0)$, $(5,0)$

Punto de corte con el eje *Y*: $(0,-50)$

f) Puntos de corte con el eje *X*: $(-10,0)$, $(0,0)$

Punto de corte con el eje *Y*: $(0,0)$

41. Página 137

En las funciones en las que $a > 0$, la gráfica decrece hasta su vértice y crece desde el mismo.

En las funciones en las que $a < 0$, la gráfica crece hasta su vértice y decrece desde el mismo.

a) Su vértice es un máximo: (0, 9)

b) Su vértice es un mínimo: $\left(\frac{7}{8},-\frac{81}{16}\right)$

c) Su vértice es un mínimo: $\left(-\frac{1}{2},-4\right)$

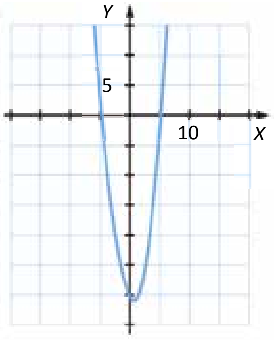
d) Su vértice es un máximo: (0, 27)

e) Su vértice es un mínimo: (–1, –25)

f) Su vértice es un máximo: (5, 4)

42. Página 137

a)

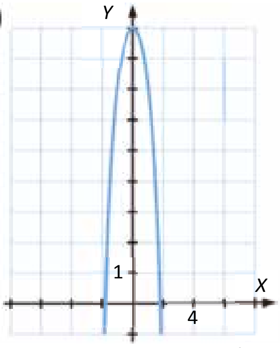


Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $\left[-\frac{121}{4},+\infty\right)$

Corte eje X: $\{(-5,0),(6,0)\}$; Corte eje Y: $(0,-30)$

Vértice: $\left(\frac{1}{2},-\frac{121}{4}\right)$

b)

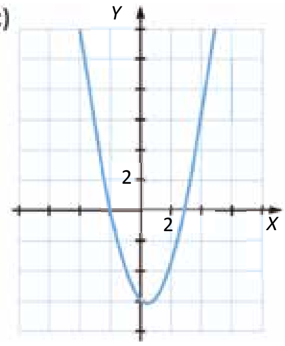


Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $(-\infty,9]$

Corte eje X: $\left\{\left(-\sqrt{3},0\right),\left(\sqrt{3},0\right)\right\}$; Corte eje Y: $(0,9)$

Vértice: $(0,9)$

c)

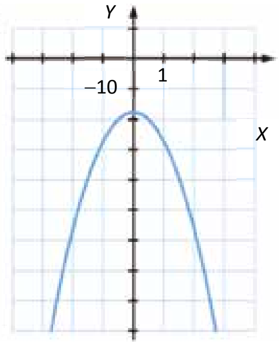


Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $\left[-\frac{25}{4},+\infty\right)$

Corte eje X: $\{(-2,0),(3,0)\}$; Corte eje Y: $(0,-6)$

Vértice: $\left(\frac{1}{2},-\frac{25}{4}\right)$

d)

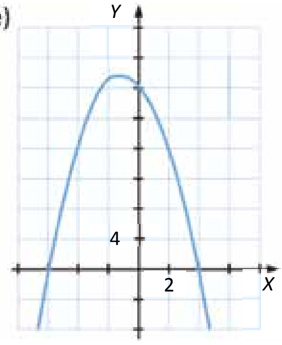


Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $(-\infty,-18]$

Corte eje X: No tiene; Corte eje Y: $(0,-18)$

Vértice: $(0,-18)$

e)

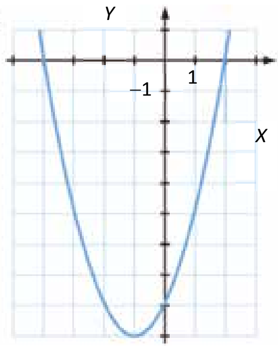


Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $(-\infty,25]$

Corte eje X: $\{(-6,0),(4,0)\}$; Corte eje Y: $(0,24)$

Vértice: $(-1,25)$

f)



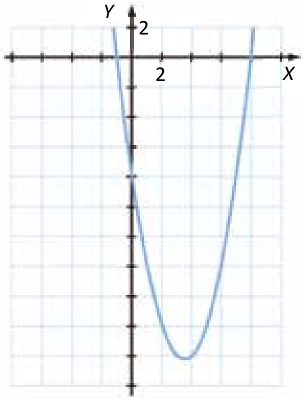
Dominio: $\mathbb{R}$; Recorrido: $[-9,+\infty)$

Corte eje X: $\{(-4,0),(2,0)\}$; Corte eje Y: $(0,-8)$

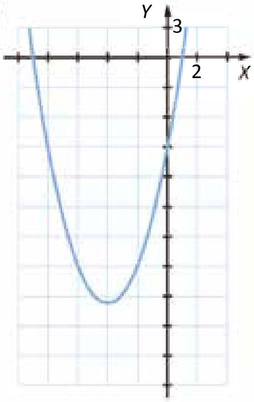
Vértice: $(-1,-9)$

43. Página 137

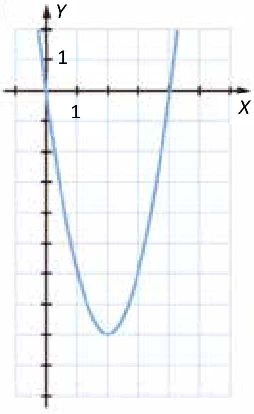
a)



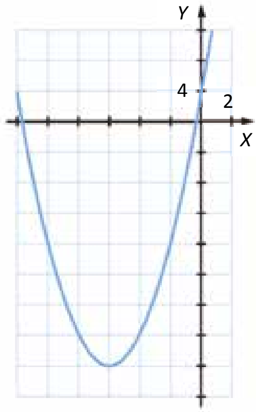
c)



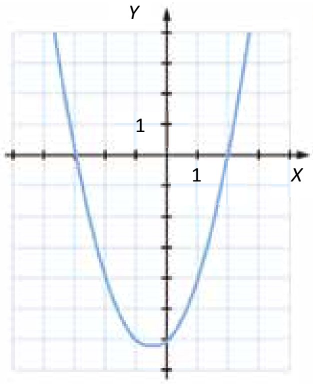
e)



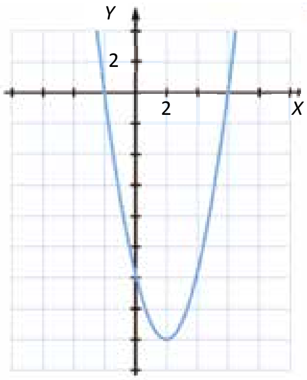
g)



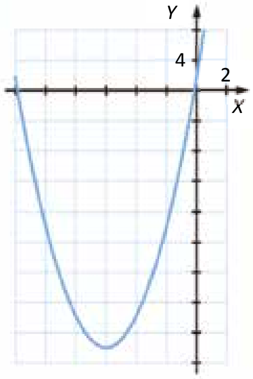
b)



d)



f)



La gráfica de la función *g* es la misma que la de la función *f* pero desplazada dos unidades hacia arriba.

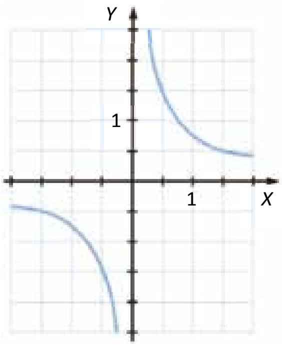
44. Página 138

a)

x	1	2	3	4	5
y	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{20}$

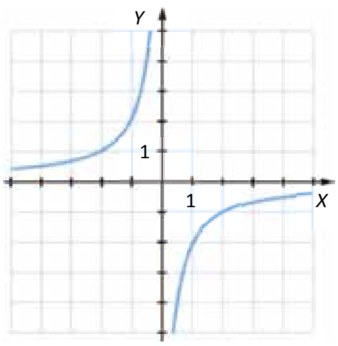
b) $y = \dfrac{\frac{3}{4}}{x}$

c)



d) $f(x) = \dfrac{\frac{3}{4}}{x} = \dfrac{1}{12} \rightarrow x = 12 \cdot \dfrac{3}{4} = 9$

45. Página 138



46. Página 138

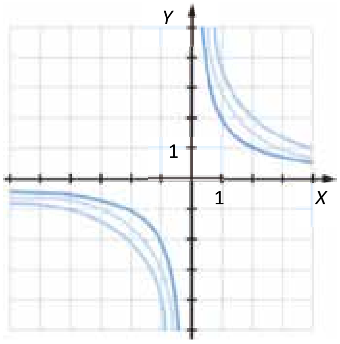
a), b), e) y f) se encuentran en el primer y tercer cuadrantes. Son decrecientes.

c) y d) se encuentran en el segundo y cuarto cuadrantes. Son crecientes.

La más alejada de los ejes es la c).

47. Página 138

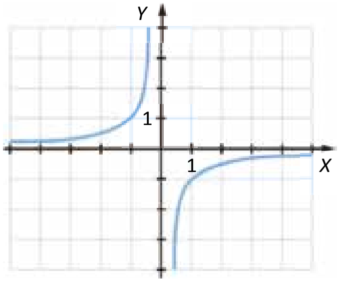
a)



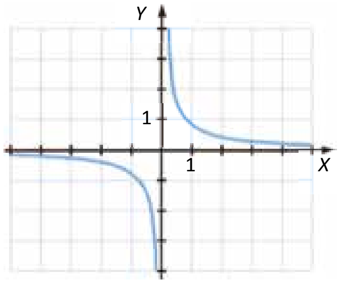
b) La más alejada es la tercera.

48. Página 138

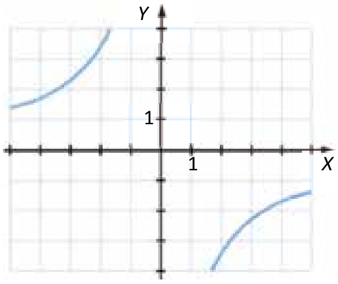
a)



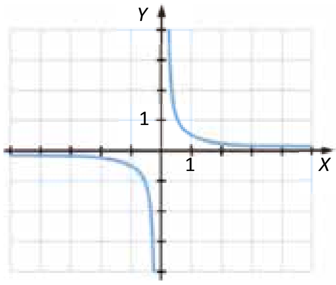
c)



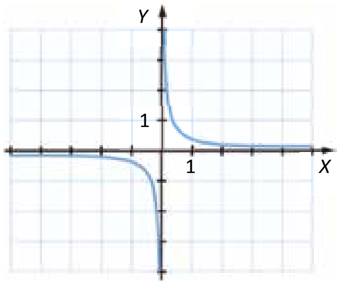
e)



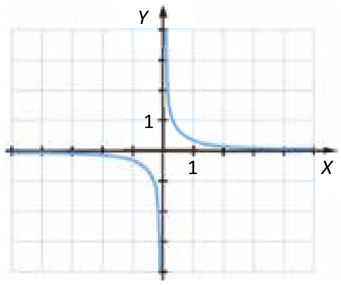
b)



d)



f)



49. Página 138

a) Se divide entre 5.

b) No. La otra se multiplica por 4.

c) En una función de proporcionalidad directa, si multiplicamos por 5 una variable la otra también se multiplica por 5 y, si la dividimos por 4, la otra también se divide por 4.

50. Página 138

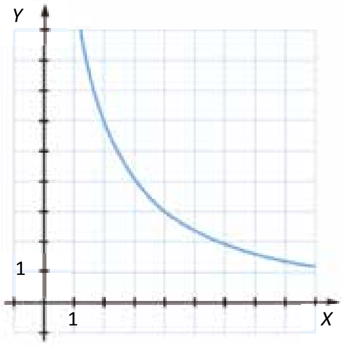
a)

x	1	2	3	4
y	12	6	4	3

$x =$ área de la base $\qquad$ $y =$ altura

b) $y = \dfrac{12}{x}$

c) La función no corta a los ejes en ningún punto.



51. Página 138

a)

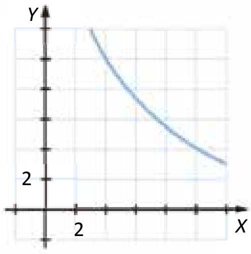
x	1	2	4
y	40	20	10

$x =$ tiempo en horas $\qquad$ $y =$ velocidad

b) $y = \dfrac{40}{x}$

c) Dominio: $(0, +\infty)$ $\qquad$ Recorrido: $(0, +\infty)$

d)



52. Página 138

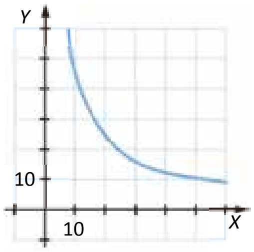
a)

x	10	25	50
y	50	20	10

$x =$ área de la base $\qquad$ $y =$ altura

b) $y = \dfrac{500}{x}$

c) Es una función decreciente.



53. Página 138

a)

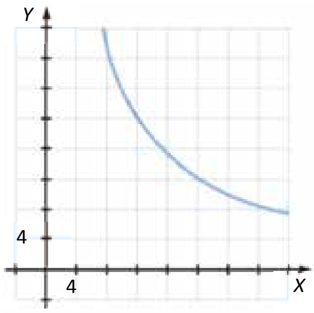
x	10	20	40
y	24	12	6

$x =$ número de obreros

$y =$ número de horas

b) $y = \dfrac{240}{x}$

c)



54. Página 139

a) $y = \dfrac{20\,000}{x}$, siendo *x* el número de socios e *y* el dinero que le corresponde a cada socio.

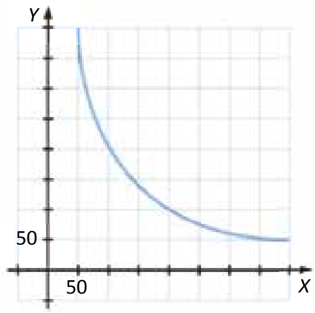
b)

x	10	20	40
y	2 000	1 000	500

c) Dominio: $\mathbb{N}$

Recorrido: $\left\{\dfrac{20\,000}{x}, x \in \mathbb{N}\right\}$

d)



55. Página 139

a)

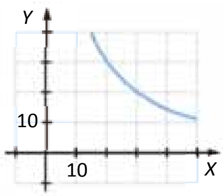
x	20	15	25
y	30	40	24

x = n.º de personas

y = tiempo en días

b) $y = \dfrac{600}{x}$

c)



56. Página 139

El dominio es $\mathbb{R}$ y el recorrido es $(0, +\infty)$ para ambas funciones.

57. Página 139

No existen puntos de corte con eje *X* y el punto de corte con eje *Y* es $(0, 1)$ para ambas funciones.

58. Página 139

a) La función es creciente, ya que $a > 1$.

b) La función es decreciente, ya que $0 < a < 1$.

c) La función es decreciente, ya que $0 < a < 1$.

d) No es posible.

e) La función es creciente, ya que $a > 1$.

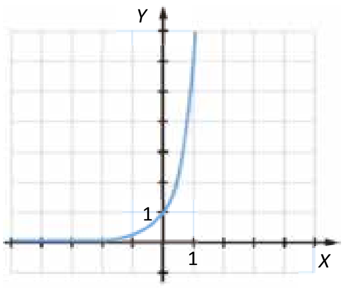
f) La función es decreciente, ya que $0 < a < 1$.

g) No es posible.

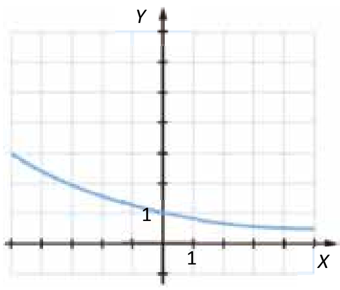
h) La función es decreciente, ya que $0 < a < 1$.

59. Página 139

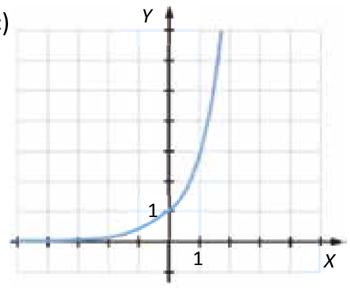
a)



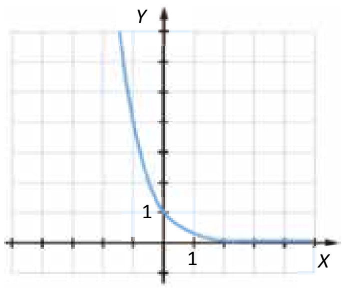
b)



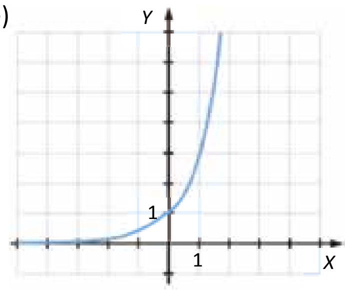
c)



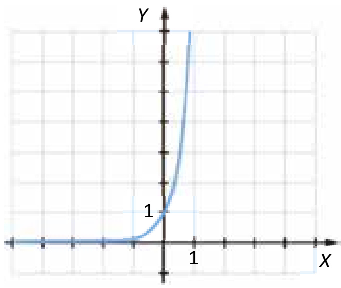
d)



e)



f)



60. Página 139

a) La función es $y = 5^x$.

b) La función es $y = 3^x$.

c) La función es $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

61. Página 139

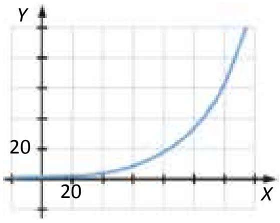
a) En 2 horas habrá $2^6 = 64$ bacterias y en 3 horas $2^9 = 512$.

b) La función es $y = 2^{\frac{x}{20}}$, siendo *x* el tiempo en minutos.

c)

x	40	60	100	140
y	4	8	32	128

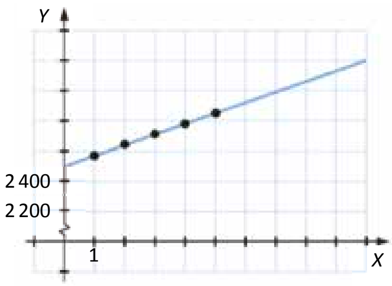
d)



62. Página 139

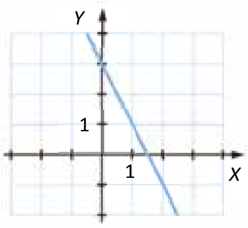
La función es $y = 2500(1 + 0{,}025)^x$.

x	1	2	3	4	5
y	2 562,5	2 626,56	2 692,23	2 759,53	2 828,52

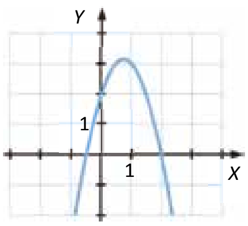


SABER HACER

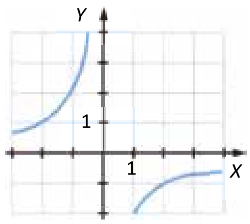
a)



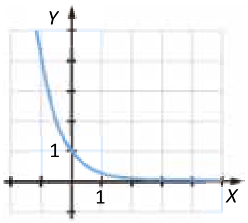
b)



c)



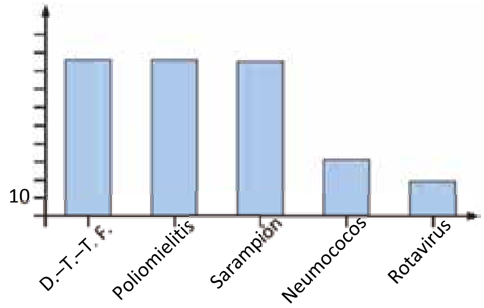
d)



Estadística y probabilidad

9

PUNTO DE PARTIDA



Respuesta abierta.

ACTIVIDADES

1. Página 142

a) La población es el conjunto de todos los empleados de la empresa.

Respuesta abierta. Por ejemplo: Una posible muestra son los trabajadores de un departamento dado.

b) La población es el conjunto de todos los miopes de España.

Respuesta abierta. Por ejemplo: Una posible muestra son los miopes de un pueblo determinado.

c) La población es el conjunto de todos los helados vendidos durante el verano en Andalucía.

Respuesta abierta. Por ejemplo: Una posible muestra son los helados vendidos durante una semana en un determinado pueblo.

2. Página 142

a) Es una variable estadística cuantitativa discreta.

b) Es una variable estadística cualitativa.

c) Es una variable estadística cuantitativa continua.

d) Es una variable estadística cuantitativa discreta.

e) Es una variable estadística cualitativa.

3. Página 143

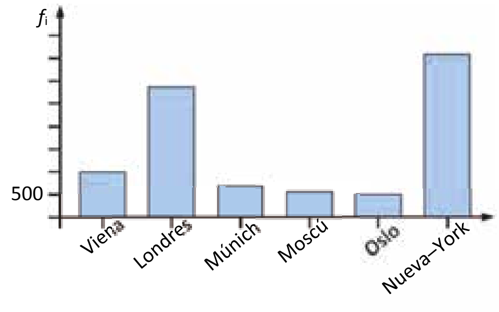
Tiempo (s)	128–129	129–130	130–131	131–132	132–133	133–134	Total
f_i	4	3	3	2	2	1	15
h_i	0,27	0,2	0,2	0,13	0,13	0,07	1
%	27 %	20 %	20 %	13 %	13 %	7 %	100 %

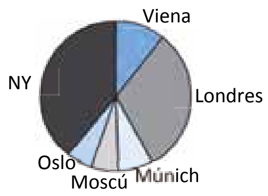
4. Página 143

N.º de móviles	1	2	3	4	Totales
f_i	8	12	15	9	44
h_i	0,18	0,27	0,34	0,21	1
%	18 %	27 %	34 %	21 %	100 %

5. Página 144

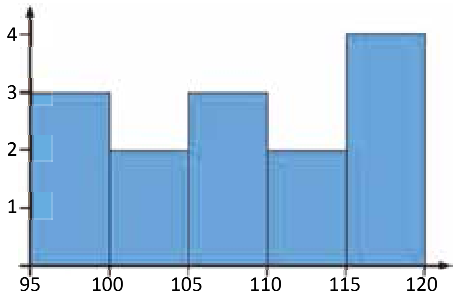
N.º de visitantes	Viena	Londres	Múnich	Moscú	Oslo	Nueva York	Total
f_i	984	2 852	683	548	495	3 567	9 129
h_i	0,11	0,31	0,075	0,06	0,055	0,39	1





6. Página 144

Tiempo (min)	95–100	100–105	105–110	110–115	115–120	Total
f_i	3	2	3	2	4	14
h_i	0,21	0,145	0,21	0,145	0,29	1
%	21 %	14,5 %	21 %	14,5 %	29 %	100 %



7. Página 145

La cantidad de grasa de la margarina por cada 100 g será la media de las cantidades de grasa de los aceites mezclados:

Cantidad de grasa (g)	69	72	75	81	88	92	98	104	107
f_i	1	1	1	1	1	1	2	1	1

$$\overline{X} = \frac{1 \cdot 69 + 1 \cdot 72 + 1 \cdot 75 + 1 \cdot 81 + 1 \cdot 88 + 1 \cdot 92 + 2 \cdot 98 + 1 \cdot 104 + 1 \cdot 107}{10} = 88{,}4 \text{ g}$$

La margarina no se ajustará a la cantidad reglamentaria.

8. Página 145

$$\overline{X} = \frac{88{,}4 + 89{,}6 + 90{,}7 + 2 \cdot 95{,}2 + 4 \cdot 96{,}5 + 99{,}3 + 2 \cdot 100{,}5 + 101{,}3 + 102{,}5 + 103{,}4 + 105 + 2 \cdot 107 + 118{,}3 + 118{,}7 + 123{,}2}{21}$$

$\overline{X} = 101{,}51$ km/h

Tenemos 21 datos, el dato central es el undécimo: 100,5 $\rightarrow$ $Me = 100{,}5$ km/h

La moda es $Mo = 96{,}5$ km/h.

9. Página 146

La media de las alturas de los dos equipos es $\overline{X} = 1{,}932$ m.

Equipo 1 $(X_i - \overline{X})$	0,148	0,018	−0,002	−0,112	−0,052
Equipo 2 $(X_i - \overline{X})$	0,138	0,168	−0,112	−0,132	−0,062

$$\text{Varianza}_1 = \frac{0{,}148^2 + 0{,}018^2 + (-0{,}002)^2 + (-0{,}112)^2 + (-0{,}052)^2}{5} = 0{,}0075$$

$$\text{Varianza}_2 = \frac{0{,}138^2 + 0{,}168^2 + (-0{,}112)^2 + (-0{,}132)^2 + (-0{,}062)^2}{5} = 0{,}016$$

Desviación típica: $\sigma_1 = \sqrt{0{,}0075} = 0{,}087$, $\sigma_2 = \sqrt{0{,}016} = 0{,}126$

10. Página 146

La media de las calificaciones de los dos alumnos es $\overline{X} = 6$.

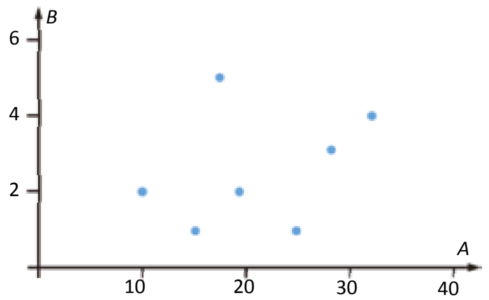
Roberto $(X_i - \overline{X})$	0	1	−2	3	2	−1	−1	−2	0
Manuel $(X_i - \overline{X})$	−4	4	1	2	0	−1	−3	3	−2

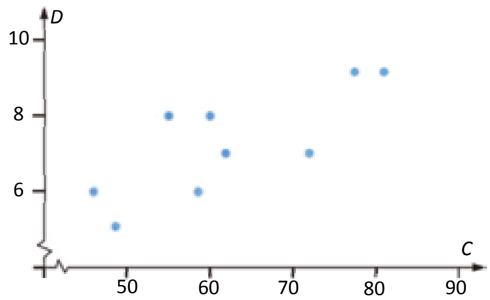
$$\text{Varianza}_1 = \frac{0^2 + 1^2 + (-2)^2 + 3^2 + 2^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + 0^2}{9} = 2{,}67$$

$$\text{Varianza}_1 = \frac{(-4)^2 + 4^2 + 1^2 + 2^2 + 0^2 + (-1)^2 + (-3)^2 + 3^2 + (-2)^2}{9} = 6{,}67$$

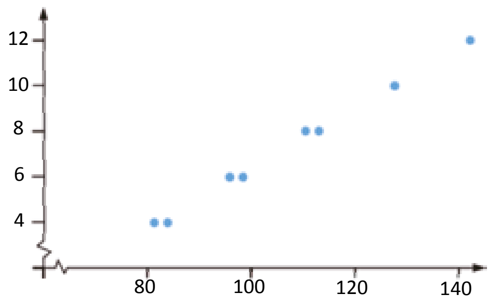
Desviación típica: $\sigma_1 = \sqrt{2{,}67} = 1{,}63$, $\sigma_2 = \sqrt{6{,}67} = 2{,}58$

11. Página 147

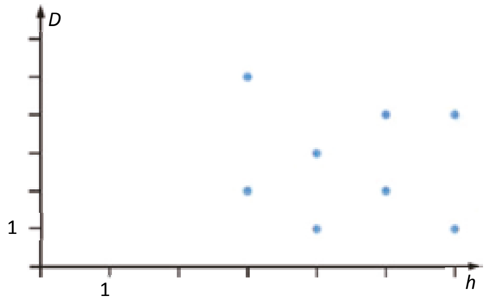




12. Página 147

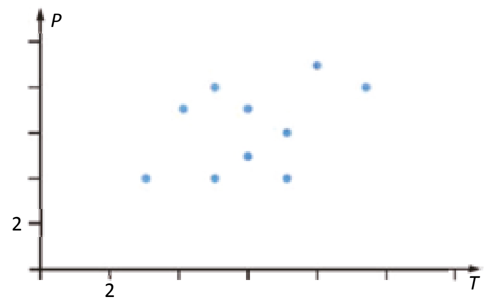


13. Página 148



No se observa dependencia entre las variables.

14. Página 148



Las variables no presentan dependencia ni correlación, ya que vemos en el gráfico de dispersión que no se ajustan a ninguna función.

15. Página 149

Botellas fabricadas	2 000	5 000	10 000	15 000	20 000
Botellas rotas	5	19	39	59	79
Frecuencia relativa	0,0025	0,0038	0,0039	0,003933	0,00395

A medida que el número de extracciones se hace mayor, la frecuencia relativa se va aproximando más al número 0,004. Si pudiéramos realizar un número infinitamente grande de extracciones, observaríamos que la frecuencia relativa sería 0,004. La probabilidad de que se rompa una botella es de 0,004.

16. Página 149

Pelotas lanzadas	100	5 000	10 000	15 000	20 000
Pelotas defectuosas	1	8	19	98	199
Frecuencia relativa	0,01	0,0016	0,0019	0,006533	0,00995

No se observa una tendencia clara de los datos.

17. Página 150

a) Sucesos compatibles. Pueden verificarse a la vez, ya que se puede obtener la carta «Caballo de bastos», que cumple la condición sacar un caballo y la condición sacar un basto.

b) Suceso imposible. Nunca puede suceder porque el dado habitual no tiene este número.

c) Suceso compuesto. Está formado por tres elementos que son los posibles resultados: {2, 4, 6}.

d) Suceso seguro. Todas las bolas son azules, por lo que siempre va a ocurrir.

e) Sucesos incompatibles. No pueden ocurrir simultáneamente. Lanzando solo una moneda no se puede obtener nada que cumpla las dos condiciones a la vez.

18. Página 150

a) Sucesos compatibles. Pueden verificarse a la vez, ya que se puede obtener el número dos, que también es par.

b) Sucesos incompatibles. No pueden ocurrir simultáneamente. Extrayendo solo una bola no se puede obtener una que cumpla las dos condiciones a la vez.

c) Sucesos incompatibles. No pueden ocurrir simultáneamente. Extrayendo solo una carta no se puede obtener una que cumpla las dos condiciones a la vez.

d) Sucesos compatibles. Pueden verificarse a la vez, ya que se puede obtener a la vez, por ejemplo el 00019.

19. Página 151

$$P(\text{Saber primer tema}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{18}{27} = 0{,}67$$

$$P(\text{Saber segundo tema/saber primer tema}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{17}{26} = 0{,}65$$

20. Página 151

$$P(\text{avellanas}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{\text{n.º avellanas}}{150} = 0{,}62 \rightarrow \text{n.º avellanas} = 93$$

21. Página 151

$$P(\text{Dos yemas}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{4}{200} = 0{,}02$$

Si hay 400 huevos:

$$P(\text{Dos yemas}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{\text{n.º dos yemas}}{400} = 0{,}02 \rightarrow \text{n.º dos yemas} = 8$$

Huevos que no tienen dos yemas = 400 – 8 = 392.

22. Página 152

$$P(\{1\} \cup \{6\}) = P(1) + P(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 0{,}33$$

23. Página 152

P(café o tostada) = P(café) + P(tostada) – P(café y tostada) = 0,68 + 0,17 – 0,52 = 0,33

24. Página 152

P(lado punteado) + P(lado sin puntear) = 1, P(lado punteado) = 2 · P(lado sin puntear)

2 · P(lado sin puntear) + P(lado sin puntear) = 1 → P(lado sin puntear) = 0,33...

P(lado punteado) = 2 · 0,33 = 0,66...

25. Página 152

$P(\text{caballo o rey}) = P(\text{caballo}) + P(\text{rey}) = \frac{4}{40} + \frac{4}{40} = 0{,}2$

26. Página 153

a) Se elabora el diagrama de árbol y se obtienen los siguientes sucesos:

{1, 1, 1}, {1, 1, 2}, ..., {1, 1, 6}, {1, 2, 1}, ..., {1, 6, 6}, {2, 1, 1}, ..., {2, 6, 6}, ..., {6, 1, 1}, ..., {6, 6, 6}.

Hay $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ sucesos posibles.

b) Se elabora el diagrama de árbol y se obtienen los siguientes sucesos: {CC}, {CX}, {XC}, {XX}.

Hay $2 \cdot 2 = 4$ sucesos posibles.

27. Página 153

Se elabora el diagrama de árbol y se obtienen los siguientes sucesos:

{1, 2, 3}, {1, 3, 2}, {2, 1, 3}, {2, 3, 1}, {3, 1, 2}, {3, 2, 1} $\rightarrow P(321) = \frac{1}{6} = 0{,}167$

28. Página 153

Hay 4 opciones para elegir la primera canción, 3 para la segunda (una vez elegida la primera), 2 para la tercera (una vez elegidas las dos primeras) y, una vez elegidas las tres primeras, queda una opción.

Hay $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ posibilidades.

$P(1-3-2-4) = \frac{1}{24} = 0{,}042$

29. Página 154

a) Son sucesos independientes, no influye el resultado del lanzamiento de la moneda en el resultado del dado.

b) Son sucesos independientes, no influye el resultado del primer lanzamiento en el segundo lanzamiento.

c) Son sucesos dependientes, en la segunda extracción hay una bola menos en la urna, por lo que la extracción de la primera bola condiciona la extracción de la segunda.

d) Son sucesos dependientes, en la segunda extracción hay una carta menos en la baraja, por lo que la extracción de la primera carta condiciona la extracción de la segunda.

e) Son sucesos dependientes, en la segunda extracción hay una moneda menos en el bolsillo, por lo que la extracción de la primera moneda condiciona la extracción de la segunda.

30. Página 154

Los sucesos son dependientes. Si representamos por A, M y N a cada uno de ellos, el espacio muestral es:

$E = \{AA, AM, AN, MA, MM, MN, NA, NM, NN\}$.

Los dos calcetines son del mismo color en tres ocasiones con probabilidad:

$P(AA) + P(MM) + P(NN) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = 0{,}28$

31. Página 154

Los sucesos son dependientes. Si representamos por *A*, *M* y *N* a cada uno de ellos, el espacio muestral es

E = {*AAA*, *AAM*, *AAN*, *AMA*, *AMM*, *AMN*, *ANA*, *ANM*, *ANN*, *MAA*, *MAM*, *MAN*, *MMA*, *MMM*, *MMN*, *MNA*, *MNM*, *MNN*, *NAA*, *NAM*, *NAN*, *NMA*, *NMM*, *NMN*, *NNA*, *NNM*}.

32. Página 155

$P(\text{cara y cruz}) = P(\text{cara}) \cdot P(\text{cruz/cara}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}25$

33. Página 155

$P(\text{mismo color}) = P(\text{rojo y rojo}) + P(\text{negro y negro}) = P(\text{rojo}) \cdot P(\text{rojo/rojo}) + P(\text{negro}) \cdot P(\text{negro/negro})$

$P(\text{mismo color}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0{,}2$

34. Página 155

$P(2\text{ cola}) = P(\text{cola}) \cdot P(\text{cola/cola}) = \frac{9}{29} \cdot \frac{8}{28} = 0{,}089$

$P(\text{limón y naranja}) = P(\text{limón}) \cdot P(\text{naranja/limón}) = \frac{14}{29} \cdot \frac{6}{28} = 0{,}1$

$P(\text{cola y limón}) = P(\text{cola}) \cdot P(\text{limón/cola}) = \frac{9}{29} \cdot \frac{14}{28} = 0{,}155$

ACTIVIDADES FINALES

35. Página 156

a) La población son todos los alumnos mayores de 13 años del instituto.

Respuesta abierta. Por ejemplo: Una posible muestra son los alumnos mayores de 13 años cuyo apellido empieza por S.

b) La población son todos los coches del parking del aeropuerto.

Respuesta abierta. Por ejemplo: Una posible muestra son los coches de una planta determinada del parking.

c) La población son todos los turistas extranjeros que visitan la comunidad autónoma.

Respuesta abierta. Por ejemplo: Una posible muestra son los turistas extranjeros que visitan una ciudad determinada.

d) La población son todos los bebés nacidos en un mes en los hospitales de una ciudad.

Respuesta abierta. Por ejemplo: Una posible muestra son los bebés nacidos en un hospital determinado.

36. Página 156

a) Es una variable cuantitativa.

b) Es una variable cualitativa.

c) Es una variable cuantitativa.

d) Es una variable cuantitativa.

37. Página 156

a) Es una variable cuantitativa discreta.

b) Es una variable cuantitativa continua.

c) Es una variable cuantitativa continua.

d) Es una variable cuantitativa discreta.

38. Página 156

Porciones de verdura	0	1	2	3	4	5	6	Total
f_i	2	6	7	6	3	5	1	30
h_i	0,067	0,2	0,233	0,2	0,1	0,167	0,033	1
%	6,7 %	20 %	23,3 %	20 %	10 %	16,7 %	3,3 %	100 %

39. Página 156

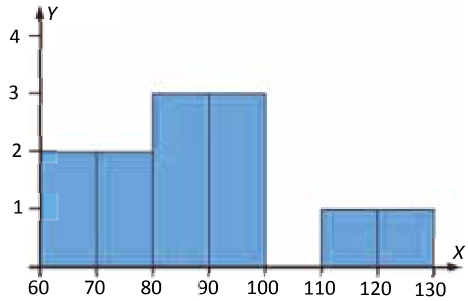
Regalo	Adornos de Navidad	Flores sintéticas	Marcos de fotos	Láminas para cuadros	Total
f_i	135	198	343	264	940
h_i	0,145	0,21	0,365	0,28	1
%	14,5 %	21 %	36,5 %	28 %	100 %

40. Página 156

Longitud (m)	12–14	14–16	16–18	18–20	Total
f_i	4	8	6	2	20
h_i	0,2	0,4	0,3	0,1	1
%	20 %	40 %	30 %	10 %	100 %

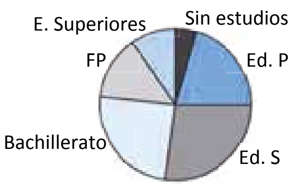
41. Página 156

Pulsaciones	60–69	70–79	80–89	90–99	100–109	110–119	120–129	Total
f_i	2	2	3	3	0	1	1	12

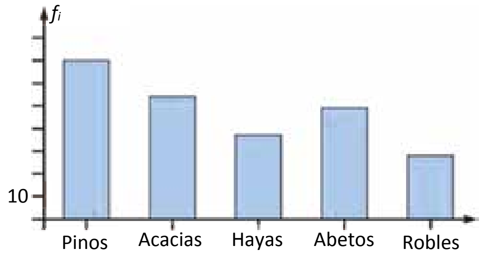


42. Página 156

Nivel de estudios	Sin estudios	Ed. Primaria	Ed. Secundaria	Bachillerato	F. Profesional	E. Superiores	Total
f_i	12	54	72	65	36	25	264
h_i	0,05	0,2	0,27	0,24	0,14	0,1	1



43. Página 156



44. Página 157

Precio (€)	51,95	52,50	53,00	53,95	54,00	Total
f_i	1	2	1	2	4	10

$$\overline{X}=\frac{1\cdot 51{,}95+2\cdot 52{,}5+1\cdot 53+2\cdot 53{,}95+4\cdot 54}{10}=53{,}385\ €$$

Tenemos 10 datos, los centrales son el quinto y el sexto, que coinciden: 53,95 €.

$Me=53{,}95$ €

La moda es $Mo=54$ €.

45. Página 157

Concentraciones (g/ℓ)	21,6	25,5	25,9	26,3	27,0	Total
f_i	1	1	2	4	2	10

$$\overline{X}=\frac{1\cdot 21{,}6+1\cdot 25{,}5+2\cdot 25{,}9+4\cdot 26{,}3+2\cdot 27}{10}=25{,}81\ \text{g}/\ell$$

Tenemos 10 datos, los centrales son el quinto y el sexto, que coinciden: 26,3 g/ℓ.

$Me=26{,}3$ g/ℓ.

La moda es $Mo=26{,}3$ g/ℓ.

46. Página 157

Jugadores mayores de 25 años	2	3	4	5	6	Total
f_i	4	3	6	4	3	20

$$\overline{X}=\frac{4\cdot 2+3\cdot 3+6\cdot 4+4\cdot 5+3\cdot 6}{20}=3{,}95\ \text{jugadores}$$

Tenemos 20 datos, los centrales son el décimo y el undécimo, que coinciden: 4 jugadores.

$Me=4$ jugadores

La moda es $Mo=4$ jugadores.

47. Página 157

La media de las distancias en km es $\overline{X} = 14,36$.

$(X_i - \overline{X})$	$-6,46$	$-11,96$	$-3,86$	$10,24$	$3,04$	$-5,76$	$8,94$	$1,34$
$(X_i - \overline{X})$	$-3,66$	$-2,76$	$13,44$	$1,94$	$1,54$	$-0,56$	$-0,26$	$-5,16$

$$\textit{Varianza} = \frac{(-6,46)^2 + (-11,96)^2 + (-3,86)^2 + 10,24^2 + 3,04^2 + (-5,76)^2 + 8,94^2 + 1,34^2}{16} +$$

$$+ \frac{(-3,66)^2 + (-2,76)^2 + 13,44^2 + 1,94^2 + 1,54^2 + (-0,56)^2 + (-0,26)^2 + (-5,16)^2}{16} = 41,4661$$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{41,4661} = 6,44$

48. Página 157

Número de hijos	0	1	2	3	4	5	Total
f_i	3	5	6	3	2	1	20

La media del número de hijos es $\overline{X} = 1,95$.

$(X_i - \overline{X})$	$-1,95$	$-0,95$	$0,05$	$1,05$	$2,05$	$3,05$

$$\textit{Varianza} = \frac{3 \cdot (-1,95)^2 + 5 \cdot (-0,95)^2 + 6 \cdot 0,05^2 + 3 \cdot 1,05^2 + 2 \cdot 2,05^2 + 1 \cdot 3,05^2}{20} = 1,85$$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{1,85} = 1,36$

49. Página 157

La media de los participantes es $\overline{X} = 7770,7$.

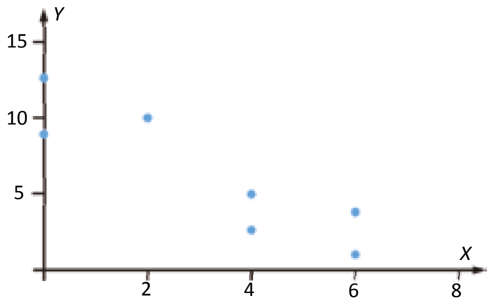
$(X_i - \overline{X})$	$-2\,417,7$	$-1\,016,7$	$-2\,944,7$	$1\,813,3$	$-277,7$	$4\,074,3$	$483,3$	$-847,7$	$-36,7$	$1\,170,3$

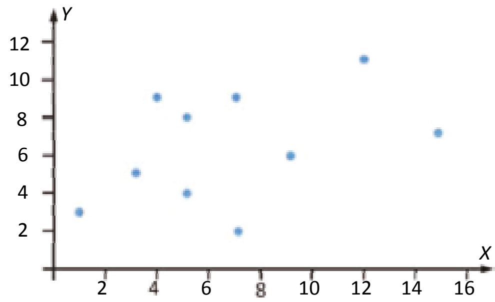
$$\textit{Varianza} = \frac{(-2417,7)^2 + (-1\,016,7)^2 + (-2944,7)^2 + 1\,813,3^2 + (-277,7)^2 + 4074,3^2}{16} +$$

$$+ \frac{483,3^2 + (-847,7)^2 + (-36,7)^2 + 1\,170,3^2}{16} = 3783842,81$$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{3\,783\,842,81} = 1\,945,21$

50. Página 157





51. Página 157

a) Sí que existe dependencia en las variables, ya que cuantos más peces se capturen, menor será el precio del pez en el mercado. Es una dependencia fuerte ya que la relación entre las variables es bastante estrecha.

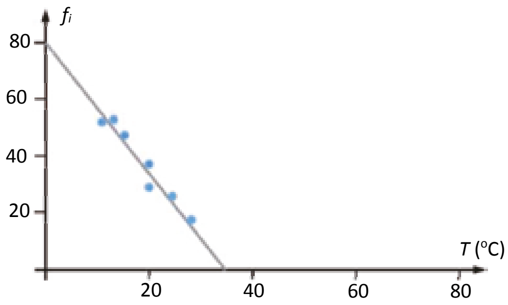
b) Sí que existe dependencia entre las variables, ya que cuantas más horas se estudien para el examen, mejor será la calificación obtenida. Es una dependencia débil, ya que, aunque en la mayoría de casos se necesiten más horas de estudio para obtener mejor calificación, también influye la fortuna a la hora de las preguntas o el conocimiento previo del tema.

c) No existe dependencia entre las variables. La nota de Matemáticas y la de Educación Física son independientes.

d) Sí que existe dependencia entre las variables, ya que cuantos más día llueva más crecerán los árboles. Es una dependencia débil, ya que aunque la lluvia influye en el crecimiento de los árboles hay otras variables que influyen, como la calidad de la tierra o las horas de sol.

e) Sí que existe dependencia entre las variables, ya que cuantos más metros cuadrados tenga el piso mayor será su precio. Es una dependencia débil, ya que el precio de los pisos además de la superficie, depende de la antigüedad o de la ubicación entre otras variables.

52. Página 157



Existe correlación, ya que los puntos se aproximan a una recta.

La correlación es negativa, porque a medida que aumenta la temperatura, disminuye el número de enfermos.

53. Página 158

a) Es un proceso aleatorio, ya que antes de llamar no podemos predecir si va a responder o no.

b) Es un proceso determinista, podemos predecir la trayectoria de la pelota en función de la fuerza y la dirección con la que la lanzamos.

c) Es un proceso aleatorio, no podemos predecir que voto contiene el sobre escogido.

d) Es un proceso aleatorio, no podemos predecir el resultado con antelación.

54. Página 158

a) Es un proceso determinista, al pulsar sobre el botón de encendido el móvil se encenderá.

b) Es un proceso aleatorio, no podemos saber dónde los van a lanzar.

c) Es un proceso aleatorio, no podemos predecir con anterioridad si vamos a caer en la casilla o no.

d) Es un proceso determinista, podemos predecir que el carro se va a soltar de la cadena.

55. Página 158

a) Suceso compuesto. Está formado por tres elementos, que son los posibles resultados: {2, 4, 6}.

b) Suceso imposible. La baraja española no contiene as de corazones.

c) Suceso seguro. Todas las bolas son azules, por lo que es seguro extraer una bola azul.

d) Suceso elemental. Está formado por un único elemento del espacio muestral.

e) Suceso elemental. Está formado por un único elemento del espacio muestral.

56. Página 158

a) Sucesos compatibles. Pueden verificarse a la vez, ya que el valor 6 es par.

b) Sucesos compatibles. Pueden verificarse a la vez, la carta sota de espadas cumple la condición extraer una sota y una espada.

c) Sucesos incompatibles. No pueden ocurrir simultáneamente. Extrayendo una sola bola no puede ser blanca y negra a la vez.

d) Sucesos compatibles. Pueden verificarse a la vez, lanzando una moneda al aire 5 veces se pueden obtener dos caras.

e) Sucesos incompatibles. No pueden verificarse a la vez, si las seis cartas extraídas son oros, no pueden ser dos ases.

57. Página 158

Para que le toque el viaje hay 1 caso favorable de 4000 posibles.

$$P(\text{viaje}) = \frac{1}{4\,000} = 0{,}00025$$

La probabilidad de que no le toque el viaje es 1 menos la probabilidad de que le toque.

$P(\text{no viaje}) = 1 - P(\text{viaje}) = 1 - 0{,}00025 = 0{,}99975$

58. Página 158

a) Casos posibles: Combinaciones de 300 000 elementos, elegidos de 6 en 6: $C_{300\,000,6} = \binom{300\,000}{6}$

Casos desfavorables: Combinaciones de 280 000 elementos, elegidos de 6 en 6: $C_{280\,000,6} = \binom{280\,000}{6}$

Casos favorables: $\binom{300\,000}{6} - \binom{280\,000}{6}$

$$P = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{\binom{300\,000}{6} - \binom{280\,000}{6}}{\binom{300\,000}{6}} = 0{,}34$$

b) $$P = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{\binom{300\,000}{1\,500} - \binom{280\,000}{1\,500}}{\binom{300\,000}{1\,500}} = 1$$

59. Página 158

P(mantequilla o mermelada) = P(mantequilla) + P(mermelada) − P(mantequilla y mermelada)

P(mantequilla y mermelada) = 0,36 + 0,25 − 0,38 = 0,23

60. Página 158

P(F o A) = P(F) + P(A) − P(F y A) ⟶ P(F y A) = 0,58 + 0,67 − 0,74 = 0,51

61. Página 158

$P(\text{gato o perro}) = \frac{24}{30} = 0,8$, $P(\text{perro}) = \frac{18}{30} = 0,6$, $P(\text{perro y gato}) = \frac{5}{30} = 0,167$

$P(\text{G o P}) = P(\text{G}) + P(\text{P}) - P(\text{G y P}) \longrightarrow P(\text{G}) = 0,8 - 0,6 + 0,167 = 0,367 = \frac{\text{n.° gatos}}{\text{n.° alumnos}} = \frac{\text{n.° gatos}}{30} \longrightarrow \text{n.° gatos} = 11$

62. Página 159

a) E = {EE, EA, AE, AA}

España — España, Alemania
Alemania — España, Alemania

b) E = {C1C1, C1C2, C1C3, C2C1, C2C2, C2C3,
C3C1, C3C2, C3C3}

Color 1 — Color 1, Color 2, Color 3
Color 2 — Color 1, Color 2, Color 3
Color 3 — Color 1, Color 2, Color 3

c) E = {AAA, AAF, AFA, AFF, FAA, FAF, FFA, FFF}

Acierto — Acierto — Acierto, Fallo
Acierto — Fallo — Acierto, Fallo
Fallo — Acierto — Acierto, Fallo
Fallo — Fallo — Acierto, Fallo

d) E = {LL, LN, NL, NN}

Llueve — Llueve, No llueve
No llueve — Llueve, No llueve

e) E = {DDD, DDN, DND, DNN, NDD, NDN, NND, NNN}

Def. — Def. — Def., N. Def.
Def. — N. Def. — Def., N. Def.
N. Def. — Def. — Def., N. Def.
N. Def. — N. Def. — Def., N. Def.

f) E = {AA, AR, RA, RR}

As — As, Rey
Rey — As, Rey

63. Página 159

a) $P(\text{chica y no coma pescado}) = P(\text{chica}) \cdot P(\text{no toma pescado/chica}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{6} = 0{,}2$

b) $P(\text{chico y coma carne}) = P(\text{chico}) \cdot P(\text{coma carne/chico}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{4} = 0{,}2$

c) $P(\text{no pescado}) = P(\text{chica y no coma pescado}) + P(\text{chico y coma carne}) = 0{,}2 + 0{,}2 = 0{,}4$

d) $P(\text{pescado}) = 1 - P(\text{no pescado}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

$P(\text{chica y coma pescado}) = P(\text{chica}) \cdot P(\text{coma pescado/chica}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{6} = 0{,}4$

$P(\text{chica o coma pescado}) = P(\text{chica}) + P(\text{pescado}) - P(\text{chica y coma pescado}) = 0{,}6 + 0{,}6 - 0{,}4 = 0{,}8$

e) $P(\text{no chico y no coma carne}) = P(\text{chica}) \cdot P(\text{no toma carne/chica}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{6} = 0{,}4$

f) $P(\text{chica o no coma pescado}) = P(\text{chica}) + P(\text{no pescado}) - P(\text{chica y no coma pescado}) = 0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}8$

64. Página 159

a) $P(\text{hombre}) = \frac{36}{120} = 0{,}3$

b) $P(\text{mujer y yoga}) = P(\text{mujer}) \cdot P(\text{yoga/mujer}) = \frac{84}{120} \cdot \frac{60}{84} = 0{,}5$

c) $P(\text{yoga}) = \frac{60 + 12}{120} = 0{,}6$

d) $P(\text{no yoga}) = 1 - P(\text{yoga}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

e) $P(\text{hombre y no yoga}) = P(\text{hombre}) \cdot P(\text{no yoga/hombre}) = 0{,}3 \cdot \frac{24}{36} = 0{,}2$

$P(\text{no yoga}) = 1 - P(\text{yoga}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

$P(\text{no mujer o aeróbic}) = P(\text{hombre o no yoga}) = P(\text{hombre}) + P(\text{no yoga}) - P(\text{hombre y no yoga}) = 0{,}3 + 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}5$

f) $P(\text{hombre y no yoga}) = P(\text{hombre}) \cdot P(\text{no yoga/hombre}) = 0{,}3 \cdot \frac{24}{36} = 0{,}2$

$P(\text{hombre o no yoga}) = P(\text{hombre}) + P(\text{no yoga}) - P(\text{hombre y no yoga}) = 0{,}3 + 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}5$

65. Página 159

a) Son sucesos dependientes, ya que el espacio muestral de la segunda extracción depende de la primera bola extraída.

b) Son sucesos independientes, ya que el asiento que nos toque el segundo día es independiente del asiento del primer día.

c) Son sucesos dependientes, ya que el espacio muestral se modifica después de repartir la primera carta.

d) Son sucesos independientes, ya que el resultado de la segunda tirada es independiente del de la primera.

66. Página 159

El segundo participante puede pescar 25 truchas blancas.

Los sucesos son independientes porque devuelven las truchas al río.

67. Página 159

a) $P(\text{primera blanca y segunda plateada}) = \frac{6}{11} \cdot \frac{1}{10} = 0{,}055$

b) $P(\text{dos amarillas}) = \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} = 0{,}11$

c) $P(\text{primera plateada y segunda amarilla}) = \frac{1}{11} \cdot \frac{4}{10} = 0{,}036$

d) $P(\text{dos blancas}) = \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} = 0{,}27$

68. Página 159

$P(\text{dos monedas de 2 €}) = \frac{10}{55} \cdot \frac{9}{54} = 0{,}03$

$P(\text{1 € y 50 céntimos}) = P(\text{primero 1 € y segundo 50 céntimos}) + P(\text{segundo 1 € y primero 50 céntimos}) =$

$$= \frac{15}{55} \cdot \frac{30}{54} + \frac{30}{55} \cdot \frac{15}{54} = 0{,}3$$

SABER HACER

a)

b) $\overline{X} = \frac{97 \cdot 0{,}5 + 227 \cdot 1{,}5 + 794 \cdot 2{,}5 + 572 \cdot 3{,}5 + 310 \cdot 4{,}5}{2\,000} = 2{,}89$ años.

Tenemos 2 000 datos, los centrales son los que ocupan las posiciones 1 000 y 1 001, que coinciden: 2–3 años.

$Me = 2 - 3$ años

La moda es $Mo = 2 - 3$ años.

c) La media de tiempo de rotura es $\overline{X} = 6{,}6$ horas.

$(X_i - \overline{X})$	5,4	2,4	–0,6	–2,6	–4,6

$$Varianza = \frac{5{,}4^2 + 2{,}4^2 + (-0{,}6)^2 + (-2{,}6)^2 + (-4{,}6)^2}{5} = 12{,}64$$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{12{,}64} = 3{,}56$

d) $P(\text{gorra o biberón}) = P(\text{gorra}) + P(\text{biberón}) - P(\text{gorra y biberón})$

$P(\text{gorra o biberón}) = 0{,}68$; $P(\text{gorra}) = 0{,}57$; $P(\text{biberón}) = 0{,}43$

$P(\text{gorra y biberón}) = 0{,}57 + 0{,}43 - 0{,}68 = 0{,}32$

Dirección de arte: José Crespo

Proyecto gráfico: Pep Carrió
Interiores: Manuel García

Ilustración: Esther Gili, José Zarzo y Eduardo Leal
Fotografía de cubierta: Leila Méndez

Jefa de proyecto: Rosa Marín
Coordinación de ilustración: Carlos Aguilera
Jefe de desarrollo de proyecto: Javier Tejeda
Desarrollo gráfico: Raúl de Andrés y Jorge Gómez

Dirección técnica: Jorge Mira

Coordinación técnica: Alejandro Retana
Confección y montaje: Luis González y Alfonso García
Corrección: Livia Villaluenga y Nuria del Peso
Corrección matemática: Cristina Rodríguez Pastor
Documentación y selección fotográfica: Nieves Marinas

Fotografías: ARCHIVO SANTILLANA.

Avda. de los Artesanos, 6
28760 Tres Cantos, Madrid
PRINTED IN SPAIN

EAN: 8431300274662
CP: 784349