

15 Funciones de proporcionalidad inversa

CRITERIOS

A. Reconocer la relación de proporcionalidad inversa entre magnitudes y la relación funcional que las liga.

B. Conocer el comportamiento de la función de proporcionalidad inversa y su representación gráfica.

C. Saber calcular las asíntotas de una hipérbola cualquiera.

D. Saber representar hipérbolas por traslaciones de la gráfica de la función de proporcionalidad inversa.

E. Resolver problemas en los que incida la proporcionalidad inversa.

ACTIVIDADES

1. En los siguientes ejemplos, indica cuándo se da una relación de proporcionalidad inversa:

- a) El número de albañiles y el tiempo empleado en hacer el mismo edificio.
- b) La velocidad de un coche y el trayecto recorrido en el mismo tiempo.
- c) La velocidad de un coche y el tiempo empleado en recorrer el mismo trayecto.

2. Las magnitudes x e y de la tabla siguiente son inversamente proporcionales:

x	9	6		18
y		3	4	

- a) ¿Cuál es su constante de proporcionalidad?
- b) ¿Qué relación funcional presentan?
- c) Completa los valores que faltan en la tabla.

3. Dadas las funciones $f(x) = \frac{2}{x}$ y $g(x) = -\frac{3}{x}$:

- a) Representálas en un mismo sistema de ejes.
- b) Calcula sus asíntotas.
- c) Indica el comportamiento creciente o decreciente de cada una.

4. Calcula las asíntotas de las siguientes funciones y explica qué función de proporcionalidad inversa presenta el mismo comportamiento, creciente o decreciente, de cada una de ellas:

a) $a(x) = \frac{7}{x - 1}$

b) $b(x) = 2 - \frac{5}{x}$

c) $c(x) = 2 + \frac{3}{x + 2}$

5. Representa la gráfica de la función $f(x) = \frac{2}{x}$ y, mediante traslaciones paralelas a los ejes, representa la función $g(x) = -2 + \frac{2}{x - 1}$.

6. En recolectar las uvas de un viñedo, 18 personas tardan 12 días. Se pide:

- a) ¿Cuántos días tardarían en hacerlo el propietario y sus 3 hijos?
- b) ¿Cuántos trabajadores se necesitarían para vendimiarla en 9 días?

SOLUCIONES

1. a) Son inversamente proporcionales, ya que con doble, triple... número de albañiles se tardará la mitad, tercera parte... de tiempo en construir el mismo edificio.
- b) Son directamente proporcionales, ya que, a tiempo constante, con doble, triple... velocidad, el coche recorrerá doble, triple... espacio.
- c) Son inversamente proporcionales, ya que, a espacio constante, con doble, triple... velocidad, el coche tardará la mitad, tercera parte... de tiempo en recorrerlo.

2. a) La constante es: $k = 6 \cdot 3 = 18$
- b) Se trata de una función de proporcionalidad inversa, donde $k = 18$.

La ecuación es: $y = \frac{18}{x}$

- c) Completamos la tabla:

$9 \cdot a = 18; a = 2$

$b \cdot 4 = 18; b = 4,5$

$18 \cdot c = 18; c = 1$

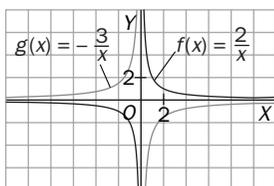
x	9	6	4,5	18
y	2	3	4	1

3. a) Formamos una tabla de valores para cada una de ellas:

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
f(x)	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
g(x)	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	-	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$

Hacemos la representación gráfica:



- b) Asíntotas: $x = 0, y = 0$, en ambas gráficas. Se han obtenido anulando los denominadores.
- c) La función $f(x)$ es decreciente, por ser $2 > 0$. La función $g(x)$ es creciente, por ser $-3 < 0$.

4. Anulando los denominadores, resultan las siguientes asíntotas:

$a(x): x = 1, y = 0$

$b(x): x = 0, y = 2$

$c(x): x = -2, y = 2$

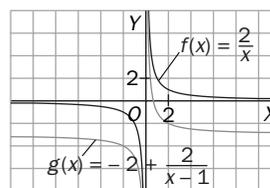
En cuanto al comportamiento, tenemos:

$a(x)$ tiene el mismo comportamiento que $y = \frac{7}{x}$.

$b(x)$ tiene el mismo comportamiento que $y = \frac{5}{x}$.

$c(x)$ tiene el mismo comportamiento que $y = \frac{3}{x}$.

5. Partimos de la gráfica del ejercicio 3.



6. Si x es el número de personas y t el tiempo en días, las magnitudes son inversamente proporcionales de constante igual a

$$k = 18 \cdot 12 = 216$$

a) $4 \cdot t = 216$

$t = 54$

Tardarían 54 días.

b) $x \cdot 9 = 216$

$x = 24$

Se necesitarían 24 trabajadores.