

Expresiones Algebraicas

Varios siglos después de la aparición de la Aritmética el hombre llegó al concepto abstracto de número, base del álgebra actual.

En álgebra utilizamos relaciones numéricas en las que una o más cantidades son desconocidas. Estas cantidades se llaman **variables** o **incógnitas**.

Con las cantidades algebraicas se efectúan las mismas operaciones que con las aritméticas: suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación, logaritmación, etc...

En álgebra se utilizan tres tipos de signos:

- de operación: +, -, ·, ÷, ...
- de relación: <, >, ≤, ≥, =, ≠
- de agrupación: (), [], { }

Una **expresión algebraica** es toda combinación de números y letras unidos entre sí por medio de operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y extracción de la raíz aritmética.

Si sustituimos en una expresión algebraica las variables por números específicos, el resultado que obtenemos al realizar las operaciones indicadas se llama **valor numérico**.

p. ej. Para $x = -2$, el valor numérico de $3x^2 - 5x + 1$ es:
 $3(-2)^2 - 5(-2) + 1 = 12 + 10 + 1 = \boxed{23}$

EXPRESIONES ALGEBRAICAS EQUIVALENTES

Cuando tienen el mismo valor numérico para cualquier conjunto de valores que tengan sus letras.

p. ej. $(a+b)^2$ y $a^2 + 2ab + b^2$

El **dominio** de una expresión algebraica está formado por todos los números reales que pueden representar las variables. Así, a menos que se indique de otra manera, suponemos que el dominio está formado por los números reales que, cuando se sustituyen por las variables, hacen que la expresión tenga significado, en el sentido de que los denominadores no pueden ser iguales a cero y las raíces siempre existen.

p. ej. $\frac{5xy}{\sqrt[3]{y-1}} + \frac{7}{x^2}$ → Dominio: $\forall x \neq 0$ y $\forall y \neq 1$

Una expresión algebraica es:

- Entera** cuando no tiene denominador algebraico ni radical.

p. ej. $3a + b$; $2x^2 + y^2 - c^5$; $\frac{3}{5}ab^2x^3$

- Fraccionaria** cuando tiene denominador algebraico.

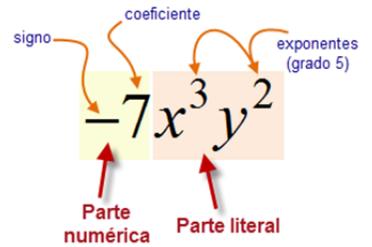
p. ej. $\frac{3a+b}{x^3+1}$; $2x^3c^{-5}$; $\frac{ab^2x^3}{x-y}$

- Racional** cuando ninguna de sus letras está afectada por un signo radical o por exponente fraccionario.

- Irracional** cuando alguna de sus letras está afectada por un signo radical o por un exponente fraccionario.

p. ej. $4y - \sqrt{x}$; $\sqrt{x^3-1} + y^2 + 5$

Un **término** es toda expresión algebraica cuyas partes no están separadas por los signos + y -.
 En todo término algebraico se distinguen: el signo, el coeficiente, la parte literal y el grado.



El grado de un término puede ser total (suma de los exponentes de sus factores literales) o referido a una letra (exponente de dicha letra).

p. ej. $-\frac{7}{3}ab^5c^2$ → $\begin{cases} \text{grado total: } 8 \\ \text{grado respecto a "b": } 5 \end{cases}$

Entre las expresiones algebraicas más importantes están los **polinomios** (suma de varios términos)

p. ej. $x^4 + 3x^3 - 15x^2 - 19x + 30$

este es un polinomio en la variable "x"; cada sumando es un monomio. Puede haber polinomios en dos, tres o más variables.

Un **monomio** es la mínima expresión algebraica formada por un solo término algebraico.

Un **polinomio** en x es la suma (de monomios) de la forma:

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$$

en donde n es un entero no negativo y cada coeficiente a_k es un número real.

- Si $a_n \neq 0$ se dice que el polinomio tiene grado n
- Cada expresión a_kx^k es un término del polinomio.
- El coeficiente a_k de la potencia más alta de x es el coeficiente principal del polinomio.
- El coeficiente a_0 es de grado 0 y es el **término independiente** del polinomio.

GRADO DE UN MONOMIO

Es la suma de todos los exponentes de sus variables.

MONOMIOS SEMEJANTES

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal (las mismas variables afectadas por los mismos exponentes).

Los monomios semejantes que tienen coeficientes opuestos, se dice que son opuestos.

GRADO DE UN POLINOMIO

Es el mayor de los grados de los términos que lo forman.

POLINOMIO HOMOGÉNEO

Cuando todos sus términos son del mismo grado.

POLINOMIO ORDENADO

Se puede ordenar de forma creciente o decreciente con respecto a una de sus letras.

POLINOMIO COMPLETO

Respecto a una variable si ésta figura con todos los grados desde 0 hasta el mayor.

IGUALDAD DE POLINOMIOS

Dos polinomios son iguales si tienen iguales los coeficientes correspondientes a todos los términos del mismo grado.

Clasificación de Polinomios $\begin{cases} \text{Por el n}^\circ \text{ de variables: una, dos, tres, ...} \\ \text{Por el n}^\circ \text{ de términos: monomio, binomio, trinomio, ...} \\ \text{Por el grado: cero, uno, dos, ...} \end{cases}$

