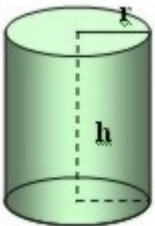
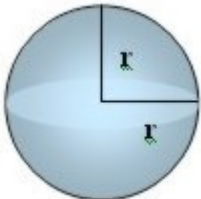
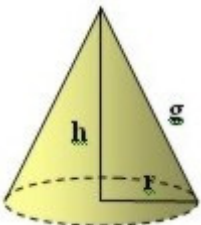
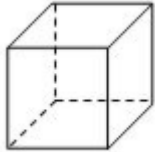
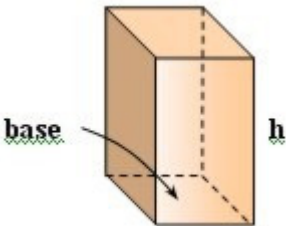
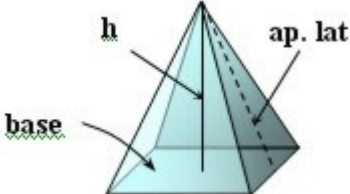
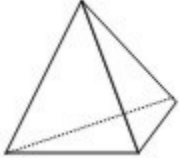
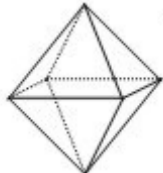
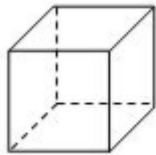
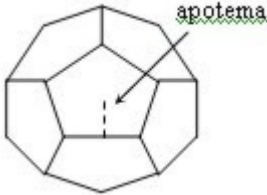



Fórmulas de área y volumen de cuerpos geométricos

Figura	Esquema	Área	Volumen
Cilindro		$A_{total} = 2\pi r(h + r)$	$V = \pi r^2 \cdot h$
Esfera		$A_{total} = 4\pi r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Cono		$A_{total} = \pi r^2 + \pi r g$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$
Cubo		$A = 6 a^2$	$V = a^3$
Prisma		$A = (\text{perim. base} \cdot h) + 2 \cdot \text{area base}$	$V = \text{área base} \cdot h$
Pirámide		$A = \frac{\text{perim. base} \times \text{ap. lat}}{2} + \text{area base}$	$V = \frac{\text{area base} \times h}{3}$

Poliedros regulares (sólidos platónicos)

Figura	Esquema	Nº de caras	Área
Tetraedro		4 caras, triángulos equiláteros	$A = a^2 \cdot \sqrt{3}$
Octaedro		8 caras, triángulos equiláteros	$A = 2 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$
Cubo		6 caras, cuadrados	$A = 6 a^2$
Dodecaedro		12 caras, pentágonos regulares	$A = 30 \cdot a \cdot ap.$
Icosaedro		20 caras, triángulos equiláteros	$A = 5 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$

Fórmula de Euler: $C + V - A = 2$ donde,

C= nº de caras, V= nº de vértices, A= nº de aristas

EJERCICIOS DE VOLÚMENES

Ejercicio nº 1.-

Expresa en cm^3 :

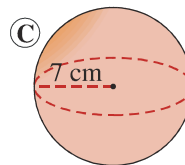
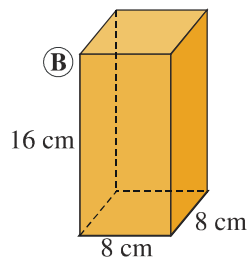
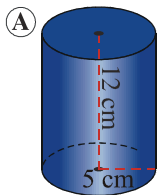
- a) 1 m^3
 b) 5400 mm^3
 c) $0,003 \text{ dam}^3$

Solución:

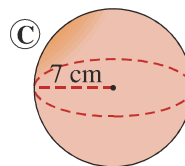
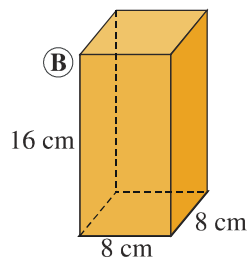
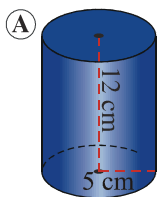
- a) $1 \text{ m}^3 = 1 \cdot 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$
 b) $5400 \text{ mm}^3 = 5400 : 1\,000 \text{ cm}^3 = 5,4 \text{ cm}^3$
 c) $0,003 \text{ dam}^3 = 0,003 \cdot 1\,000\,000\,000 \text{ cm}^3 = 3\,000\,000 \text{ cm}^3$

Ejercicio nº 2.-

Calcula el volumen de estos cuerpos:



Solución:



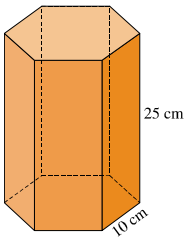
$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h = \\ &= 3,14 \cdot 25 \cdot 12 = \\ &= 942 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{BASE}} \cdot h = \\ &= 8^2 \cdot 16 = \\ &= 1024 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

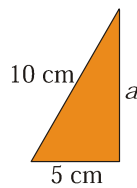
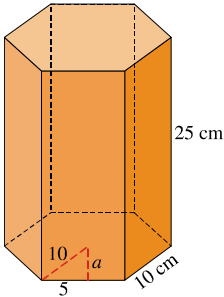
$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi r^3 = \\ &= \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 7^3 \approx \\ &\approx 1436 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 3.-

Halla el volumen de este prisma de base hexagonal regular:



Solución:



$$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8,66 \text{ cm}$$

$$V = A_{\text{BASE}} \cdot h$$

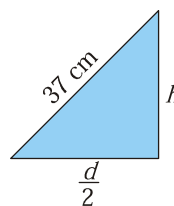
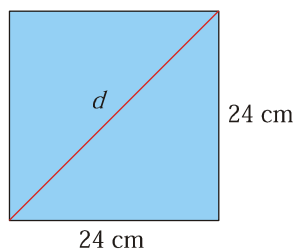
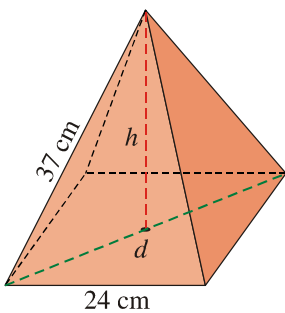
$$A_{\text{BASE}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{60 \cdot 8,66}{2} = 259,8 \text{ cm}^2$$

$$V = 259,8 \cdot 25 = 6495 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 4.-

Calcula el volumen de una pirámide regular cuya base es un cuadrado de 24 cm de lado y su arista lateral es de 37 cm.

Solución:



$$a = \sqrt{24^2 + 24^2} = 33,9 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{2} = 16,95 \text{ cm}$$

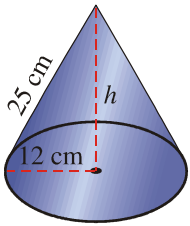
$$h = \sqrt{37^2 - 16,95^2} = 32,9 \text{ cm}$$

$$V = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3} = \frac{24^2 \cdot 32,9}{3} = 6316,8 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 5.-

Calcula el volumen de un cono cuya generatriz mide 25 cm y el radio de su base es de 12 cm.

Solución:

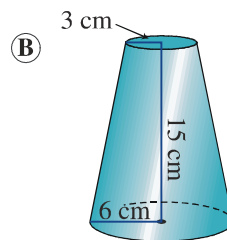
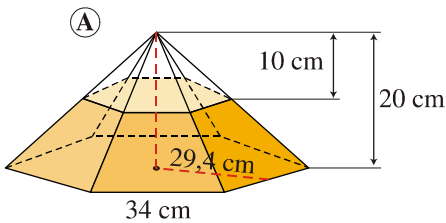


$$h = \sqrt{25^2 - 12^2} = 21,9 \text{ cm}$$

$$V = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3} = \frac{3,14 \cdot 12^2 \cdot 21,9}{3} = 3300,8 \text{ cm}^3$$

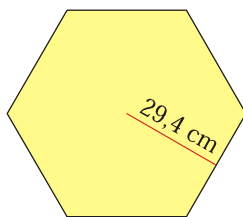
Ejercicio nº 6.-

Calcula el volumen del tronco de pirámide y del tronco de cono:



Solución:

(A) Base mayor



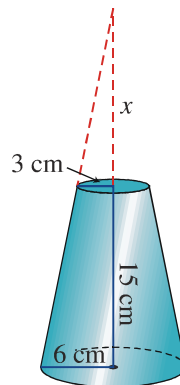
$$A_{\text{BM}} = \frac{6 \cdot 34 \cdot 29,4}{2} = 2998,8 \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{PG}} = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3} = \frac{2998,8 \cdot 20}{3} = 19992 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{PP}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot V_{\text{PG}} = \frac{1}{8} \cdot 19992 = 2499 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{TRONCO}} = 19992 - 2499 = 17493 \text{ cm}^3$$

(B)



$$\frac{x+15}{6} = \frac{x}{3} \rightarrow 3x+45 = 6x \rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

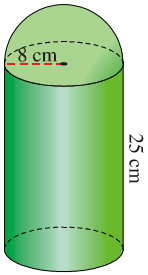
$$V_{\text{CG}} = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3} = \frac{3,14 \cdot 6^2 \cdot 30}{3} = 1130,4 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{CP}} = \frac{3,14 \cdot 3^2 \cdot 15}{3} = 141,3 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{TRONCO}} = 1130,4 - 141,3 = 989,1 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 7.-

Teniendo en cuenta las medidas señaladas, calcula el volumen de esta figura:



Solución:

$$V_C = A_B \cdot h = 3,14 \cdot 8^2 \cdot 25 = 5024 \text{ cm}^3$$

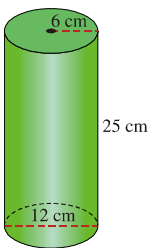
$$V_{SE} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \right) = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8^2}{6} = 133,97 \text{ cm}^3$$

$$V_{FIGURA} = 5024 + 133,97 = 5157,97 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 8.-

Un florero con forma cilíndrica tiene un diámetro interior de 12 cm y su altura es de 25 cm. Queremos llenarlo hasta los 2/3 de su capacidad. ¿Cuántos litros de agua necesitamos?

Solución:



$$V_C = A_B \cdot h = 3,14 \cdot 6^2 \cdot 25 = 2826 \text{ cm}^3$$

$$2826 \text{ cm}^3 = 2,826 \text{ litros}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 2,826 = 1,884$$

Necesitamos 1,884 litros de agua.

Ejercicio nº 9.-

Expresa en m³:

a) 15 500 dm³

b) 23 dam³

c) 0,003 hm³

Solución:

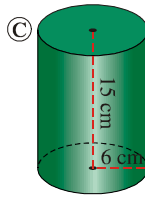
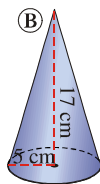
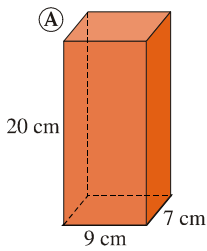
a) 15 500 dm³ = 15 500 : 1 000 m³ = 15,5 m³

b) 23 dam³ = 23 · 1 000 m³ = 23 000 m³

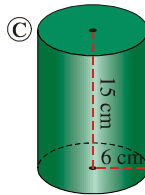
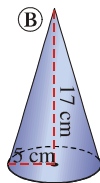
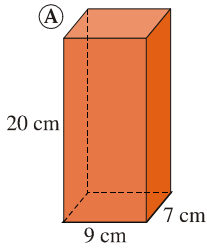
c) 0,003 hm³ = 0,003 · 1 000 000 m³ = 3 000 m³

Ejercicio nº 10.-

Calcula el volumen de estos cuerpos:



Solución:



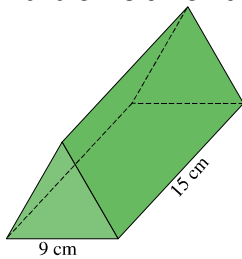
$$V = A_{\text{BASE}} \cdot h = 9 \cdot 7 \cdot 20 = 1260 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3} = \frac{3,14 \cdot 5^2 \cdot 17}{3} = 444,8 \text{ cm}^3$$

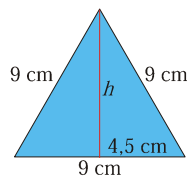
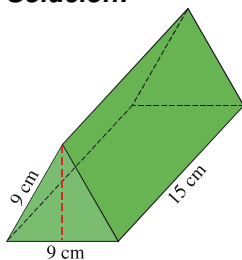
$$V = A_{\text{BASE}} \cdot h = 3,14 \cdot 6^2 \cdot 15 = 1695,6 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 11.-

Halla el volumen de este prisma cuyas bases son triángulos equiláteros:



Solución:



$$h_1 = \sqrt{9^2 - 4,5^2} = 7,8 \text{ cm}$$

$$V = A_{\text{BASE}} \cdot h$$

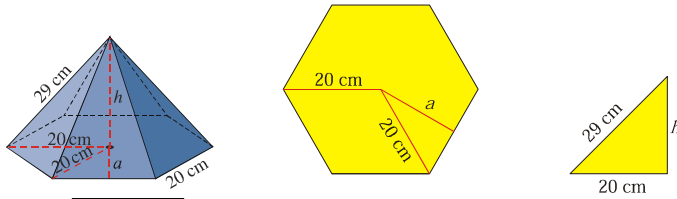
$$A_{\text{BASE}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{9 \cdot 7,8}{2} = 35,1 \text{ cm}^2$$

$$V = 35,1 \cdot 15 = 526,5 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 12.-

Calcula el volumen de una pirámide regular cuya base es un hexágono de 20 cm de lado y su arista lateral es de 29 cm.

Solución:



$$h = \sqrt{29^2 - 20^2} = 21 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17,3 \text{ cm}$$

$$V = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3}$$

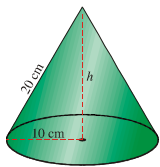
$$A_{\text{BASE}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{120 \cdot 17,3}{2} = 1038 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1038 \cdot 21}{3} = 7266 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 13.-

Calcula el volumen de un cono cuya generatriz mide 20 cm y el radio de su base es de 10 cm.

Solución:

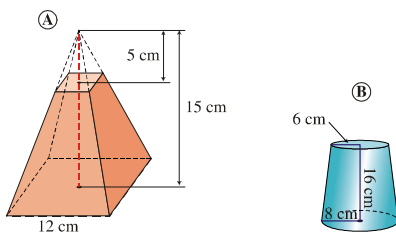


$$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17,3 \text{ cm}$$

$$V = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3} = \frac{3,14 \cdot 10^2 \cdot 17,3}{3} = 1810,7 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 14.-

Calcula el volumen de estos cuerpos:



Solución:

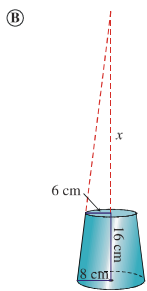
(A)

$$V_{\text{PG}} = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3} = 720 \text{ cm}^3$$

$$\left(\frac{5}{15}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

$$V_{\text{PP}} = \frac{1}{27} \cdot V_{\text{PG}} = 26,7 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{TRONCO}} = V_{\text{PG}} - V_{\text{PP}} = 693,3 \text{ cm}^3$$



$$\frac{x+16}{8} = \frac{x}{6} \rightarrow 6x + 96 = 8x \rightarrow x = 48 \text{ cm}$$

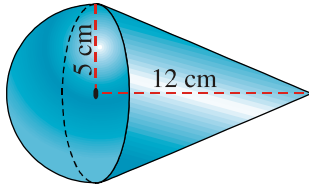
$$V_{CG} = \frac{A_{BASE} \cdot h}{3} = 4287,1 \text{ cm}^3$$

$$V_{CP} = \frac{A_{BASE} \cdot h}{3} = 1808,6 \text{ cm}^3$$

$$V_{TRONCO} = V_{CG} - V_{CP} = 4287,1 - 1808,6 = 2478,5 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 15.-

Teniendo en cuenta las medidas señaladas, calcula el volumen de esta figura:



Solución:

$$V_{SE} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \right) = \frac{4}{6} (3,14 \cdot 25) = 52,3 \text{ cm}^3$$

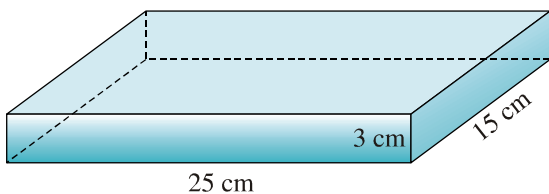
$$V_C = \frac{A_B \cdot h}{3} = 314 \text{ cm}^3$$

$$V_{FIGURA} = 52,3 + 314 = 366,3 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 16.-

Una piscina tiene forma de prisma rectangular de dimensiones 25m x 15m x 3m. ¿Cuántos litros de agua son necesarios para llenar los 4/5 de su volumen?

Solución:



$$V_p = 25 \cdot 15 \cdot 3 = 1125 \text{ m}^3 \text{ volumen total}$$

$$1125 \text{ m}^3 = 1125 \cdot 1000 \text{ dm}^3 = 1125000 \text{ litros}$$

$$\frac{4}{5} \cdot 1125000 = 900000 \text{ litros}$$

Son necesarios 900 000 litros.

Ejercicio nº 17.-

Expresa en mm³:

a) 23 cm³

b) 7 dm³

c) 0,045 m³

Solución:

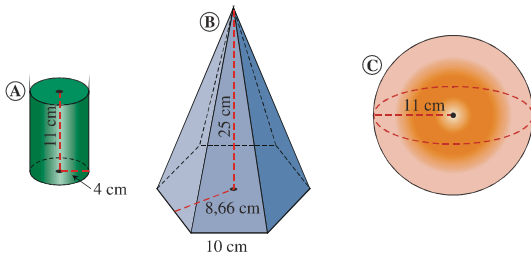
a) 23 cm³ = 23 · 1 000 mm³ = 23 000 mm³

b) 7 dm³ = 7 · 1 000 000 mm³ = 7 000 000 mm³

c) 0,045 m³ = 0,045 · 1 000 000 000 mm³ = 45 000 000 mm³

Ejercicio nº 18.-

Calcula el volumen de estos cuerpos:



Solución:

$$A_{\text{BASE}} = \frac{60 \cdot 8,66}{2} = 259,8 \text{ cm}$$

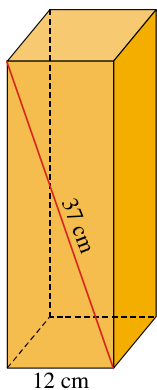
$$\begin{aligned} V &= A_{\text{BASE}} \cdot h = \\ &= 3,14 \cdot 4^2 \cdot 11 = \\ &= 552,64 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

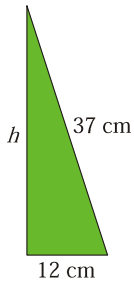
$$\begin{aligned} V &= \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3} = \\ &= \frac{259,8 \cdot 25}{3} = \\ &= 2165 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi r^3 = \\ &= \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 11^3 = \\ &= 506,6 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 19.-

Halla el volumen de este prisma de base cuadrada:



Solución:

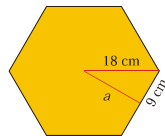
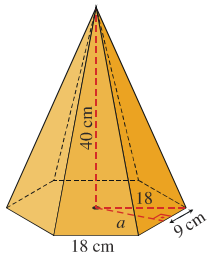
$$h = \sqrt{37^2 - 12^2} = 35 \text{ cm}$$

$$V = A_{\text{BASE}} \cdot h$$

$$V = 12^2 \cdot 35 = 5040 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 20.-

Calcula el volumen de una pirámide regular cuya base es un hexágono de 18 cm de lado y su altura es de 40 cm.

Solución:

$$a = \sqrt{18^2 - 9^2} = 15,6 \text{ cm}$$

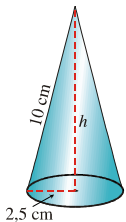
$$V = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3}$$

$$A_{\text{BASE}} = \frac{P \cdot a}{2} = 842,4 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{842,4 \cdot 40}{3} = 11\,232 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 21.-

Calcula el volumen de un cono cuya generatriz mide 10 cm y el radio de su base es de 2,5 cm.

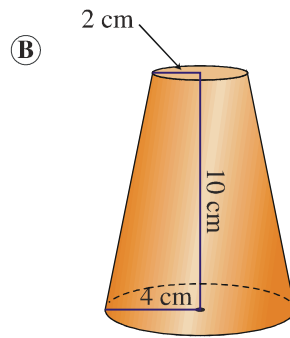
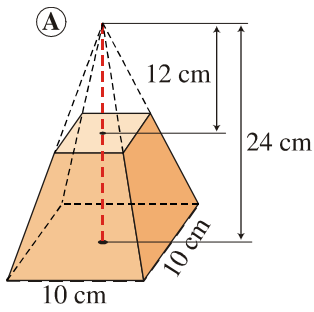
Solución:

$$h = \sqrt{10^2 - 2,5^2} = 9,7 \text{ cm}$$

$$V = \frac{A_{\text{BASE}} \cdot h}{3} = \frac{3,14 \cdot 2,5^2 \cdot 9,7}{3} = 63,4 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 22.-

Calcula el volumen del tronco de pirámide y del tronco de cono:



Solución:

Ⓐ

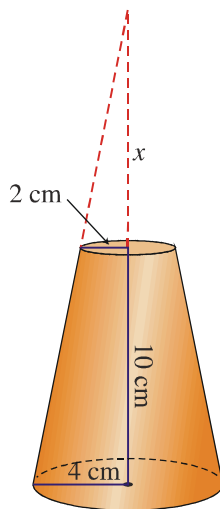
$$V_{PG} = \frac{A_{BASE} \cdot h}{3} = 800 \text{ cm}^3$$

$$\left(\frac{12}{24}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$V_{PP} = \frac{1}{8} \cdot V_{PG} = 100 \text{ cm}^3$$

$$V_{TRONCO} = V_{PG} - V_{PP} = 700 \text{ cm}^3$$

Ⓑ



$$\frac{10 + x}{4} = \frac{x}{2} \rightarrow 20 + 2x = 4x \rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

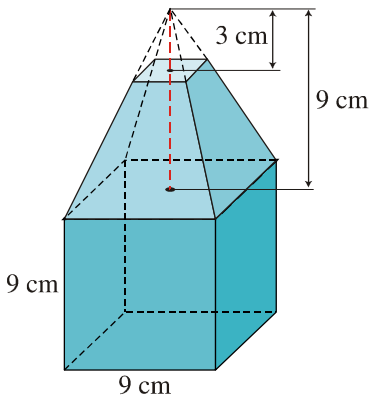
$$V_{CG} = \frac{A_{BASE} \cdot h}{3} = 334,9 \text{ cm}^3$$

$$V_{CP} = \frac{A_{BASE} \cdot h}{3} = 41,9 \text{ cm}^3$$

$$V_{TRONCO} = V_{CG} - V_{CP} = 293 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 23.-

Teniendo en cuenta las medidas señaladas, calcula el volumen de esta figura:



Solución:

$$\left. \begin{aligned}
 V_{PG} &= \frac{A_B \cdot h}{3} = \frac{9^2 \cdot 9}{3} = 243 \text{ cm}^3 \\
 \left(\frac{3}{9}\right)^3 &= \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27} \\
 V_{PP} &= \frac{1}{27} \cdot 243 = 9 \text{ cm}^3 \\
 V_{CUBO} &= a^3 = 9^3 = 729 \text{ cm}^3 \\
 V_{FIGURA} &= 729 + 234 = 963 \text{ cm}^3
 \end{aligned} \right\} V_{TRONCO} = 243 - 9 = 234 \text{ cm}^3$$

Ejercicio nº 24.-

El suelo de un depósito cilíndrico tiene una superficie de 45 m^2 . El agua que contiene alcanza 2,5 metros. Para vaciarlo se utiliza una bomba que extrae 8 hl por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse?

Solución:

$$\begin{aligned}
 V_{AGUA} &= A_B \cdot h = 45 \cdot 2,5 = 112,5 \text{ m}^3 = 112\,500 \text{ litros} \\
 112\,500 : 800 &= 140,625 \text{ minutos} \approx 2\text{h } 20 \text{ min } 37 \text{ s}
 \end{aligned}$$