

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.

1. Descompón en factores utilizando los productos notables y sacando factor común cuando se pueda:

a) $x^2 - 25$

b) $x^2 + 4x + 4$

c) $9 - x^2$

d) $x^3 - 2x^2$

e) $x^3 + 4x$

f) $x^4 - 1$

g) $x^2 - 12x + 36$

h) $x^4 - 9x^2$

2. Descompón en factores los siguientes polinomios y di cuáles son sus raíces:

a) $x^2 + 8x - 9$

b) $x^3 - x^2 + 9x - 9$

c) $x^4 + x^2 - 20$

d) $x^3 + x^2 - 5x - 5$

e) $x^4 - x^3 - 9x^2 + 3x + 18$

f) $x^4 - 81$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} = \frac{35}{16}$

b) $\frac{x+3}{5} + \frac{(x-1)^2}{4} = \frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{x}{2} + 2\right)$

c) $\frac{1}{2}[1 - (x+2)^2] = -x - \frac{x^2-1}{2}$

4. Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $3x(x+4) - x(x-1) = 15$

b) $(x+4)^2 - (2x-1)^2 = 8x$

c) $2x + 3(x-4)^2 = 37 + (x-3)(x+3)$

a) $(3x+1)(3x-1) + \frac{1}{2}(x-2)^2 = 1 - 2x$

b) $\frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x+7}{12}$

5. Resuelve:

I)

a) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

b) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

c) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

d) $x^4 - x^2 = 0$

II)

a) $x - \sqrt{x} = 2$

b) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

c) $x - \sqrt{169 - x^2} = 17$

d) $x + \sqrt{5x + 10} = 8$

III)

a) $\frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{(x-2)^2}{x^2} - \frac{1}{2x} = \frac{8+3x}{2x^2} - \frac{2}{x}$

6. Halla las soluciones de estos sistemas:

I) Sistemas lineales

a) $\begin{cases} 4(x-3) + y = 0 \\ 3(x+3) - y = 18 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y+1}{5} = 1 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x+4}{5} - y = -1 \\ \frac{x-6}{5} + y = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x = \frac{y-4}{3} + 1 \\ y + \frac{1}{3} = \frac{x+4}{3} \end{cases}$

II) Sistemas no lineales

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 11 - 3x \end{cases}$

III)

Resuelve el sistema siguiente por el método de reducción y comprueba que tiene cuatro soluciones:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 74 \\ 2x^2 - 3y^2 = 23 \end{cases}$$

INECUACIONES.

1. Inecuaciones de primer grado con una incógnita:

- a) $x - 2 \leq 3 - \frac{x}{4} - \frac{1}{2}$ Sol.: $x \in \left(-\infty, \frac{18}{5}\right]$
- b) $\frac{5x-2}{3} - \frac{x-8}{4} > \frac{x+14}{2} - 2$ Sol.: $x \in (4, \infty)$
- c) $\frac{x-2}{3} - \frac{5(x-7)}{4} > \frac{7-x}{2}$ Sol.: $x \in (-\infty, 11)$
- d) $1 - \frac{2+5x}{3} > x$ Sol.: $x \in \left(-\infty, \frac{1}{8}\right)$
- e) $\frac{x-2}{3} + 1 < \frac{x+3}{2} + x$ Sol.: $x \in (-1, \infty)$

2. Sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita de primer grado:

- a)
$$\left. \begin{array}{l} \frac{4x-1}{3} - \frac{x}{2} \geq 5 \\ \frac{x-5}{3} + \frac{x}{2} > 1 \end{array} \right\} \text{Sol.: } x \in \left[\frac{32}{5}, \infty\right)$$
- b)
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+3}{2} - 2x > \frac{5x-3}{3} - 2 \\ \frac{x-2}{3} + 1 < \frac{x+3}{2} + x \end{array} \right\} \text{Sol.: } x \in \left(-1, \frac{27}{19}\right)$$
- c)
$$\left. \begin{array}{l} x-3 \leq 2 - \frac{x}{3} - \frac{3}{2} \\ \frac{x+2}{3} \geq 5x-1 \end{array} \right\} \text{Sol.: } x \in \left(-\infty, \frac{5}{14}\right]$$
- d)
$$\left. \begin{array}{l} \frac{2x-2}{5} + \frac{5-2x}{3} < 1 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{2x-3}{4} > \frac{3}{4} \end{array} \right\} \text{Sol.: } x \in (1, 4)$$

3. Halla el conjunto de soluciones de las inecuaciones siguientes:

- a) $\frac{2(x+2)}{3} < 2x$ b) $\frac{x-1}{2} > x+1$
- c) $\frac{x-4}{4} + 1 \leq \frac{x+4}{8}$ d) $1-x \leq \frac{x}{3}$

4. Inecuaciones de 2º grado con una incógnita:

- a) $x^2 - 1 \leq 0$ Sol.: $x \in [-1, 1]$ d) $(x-2)^2 - 4(2-3x)^2 > 0$ Sol.: $x \in \left(\frac{2}{5}, \frac{6}{7}\right)$
- b) $x^2 - 4 \leq 0$ Sol.: $x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
- c) $x^2 - 8x + 12 \leq 0$ Sol.: $x \in [2, 6]$ e) $(x+1)^2 - 4 < 0$ Sol.: $x \in (-3, 1)$

5. Inecuaciones racionales:

- a) $\frac{-2x+6}{x+1} \geq 0$ Sol.: $x \in (-1, -3]$ e) $\frac{x-1}{x+1} > 0$ Sol.: $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
- b) $\frac{x-5}{x+2} > 0$ Sol.: $x \in (-\infty, -2) \cup (5, \infty)$ f) $\frac{x-2}{x-4} \geq 0$ Sol.: $x \in [-\infty, 2) \cup (4, \infty)$
- c) $\frac{x+1}{x^2} < 0$ Sol.: $x \in (-\infty, -1)$ g) $\frac{x^2-1}{x^2-4} \leq 0$ Sol.: $x \in (-2, -1] \cup [1, 2)$
- d) $\frac{2-x}{x-7} \geq 0$ Sol.: $x \in [-2, 7)$

6.