Proporcionalidad numérica

4

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Averigua qué razones de cada grupo forman proporción.

a) $\frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{12}{15}, \frac{20}{25}$ y $\frac{18}{21}$

b) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{28}{35}, \frac{10}{12}$ y $\frac{10}{15}$

a) $\frac{4}{5} = \frac{12}{15} = \frac{20}{25}$ $\quad \frac{6}{7} = \frac{18}{21}$

b) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ $\quad \frac{4}{5} = \frac{28}{35}$ $\quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$

2. Calcula el término que falta en cada proporción.

a) $\frac{3}{5} = \frac{x}{40}$

b) $\frac{8,5}{2} = \frac{51}{x}$

c) $\frac{x}{10} = \frac{8,4}{12}$

d) $\frac{x}{2} = \frac{8}{x}$

a) $x = \frac{40 \cdot 3}{5} = 24$

b) $x = \frac{51 \cdot 2}{8,5} = 12$

c) $x = \frac{10 \cdot 8,4}{12} = 7$

d) $x^2 = 16 \rightarrow x = \pm 4$

3. Calcula.

a) 30 % de 28

b) 28 % de 30

c) 8,5 % de 400

d) 25 % de 8,4

e) 7,5 % de 1,2

f) 4,5 % de 4,5

a) $\frac{30 \cdot 28}{100} = 8,4$

b) $\frac{28 \cdot 30}{100} = 8,4$

c) $\frac{8,5 \cdot 400}{100} = 34$

d) $\frac{25 \cdot 8,4}{100} = 2,1$

e) $\frac{7,5 \cdot 1,2}{100} = 0,09$

f) $\frac{4,5 \cdot 4,5}{100} = 0,2025$

VIDA COTIDIANA

Al sacar dinero en un cajero con una tarjeta de crédito, si lo hacemos en un cajero de nuestra entidad no suele tener comisiones. Pero si la operación la realizamos en un cajero de otra entidad, la comisión que nos cobran suele oscilar entre el 4,5 % y el 5 % del dinero que saquemos del cajero, con un mínimo de entre 3 € y 4 €.

- **¿Cuánto es el mínimo y el máximo que nos cobrarían de comisión por sacar 450 € en un cajero que no sea de nuestra entidad?**

Mínima comisión $= 4,5\,\%$ de $450 = \frac{4,5 \cdot 450}{100} = 20,25$ €

Máxima comisión $= 5\,\%$ de $450 = \frac{5 \cdot 450}{100} = 22,50$ €

RESUELVE EL RETO

Si 2 conejos se comen diariamente 3 lechugas, ¿cuántos conejos se comerían 90 lechugas en 30 días?

$3 \cdot 30 = 90$ lechugas. En 30 días, 2 conejos comerían 90 lechugas.

Trece náufragos tienen agua para 13 días bebiendo 1 ℓ diario por persona. El quinto día uno de ellos se marcha y se lleva una cantimplora llena. El agua duró exactamente lo que se esperaba. ¿Cuánta agua se llevó?

Suponiendo que se marcha el quinto día después de haber bebido su litro diario, se llevó el agua que le correspondía para 8 días (desde el sexto día hasta el decimotercero, ambos incluidos), es decir, 8 litros de agua.

Encuentra dos números tales que al repartirles 100 € de forma directa o inversamente proporcional, las cantidades sean iguales.

$$\frac{P_1}{a} = \frac{P_2}{b} = \frac{100}{a+b} \rightarrow P_1 = \frac{100 \cdot a}{a+b}, P_2 = \frac{100 \cdot b}{a+b}$$

$$P_1 \cdot a = P_2 \cdot b = \frac{100}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} = \frac{100 \cdot ab}{a+b} \rightarrow P_1 = \frac{100 \cdot ab}{(a+b)a} = \frac{100 \cdot b}{a+b}, P_2 = \frac{100 \cdot ab}{(a+b)b} = \frac{100 \cdot a}{a+b}$$

$$P_1 = \frac{100 \cdot a}{a+b} = \frac{100 \cdot b}{a+b} \rightarrow a = b \rightarrow P_1 = \frac{100 \cdot a}{2a} = 50 \qquad P_2 = \frac{100 \cdot b}{a+b} = \frac{100 \cdot a}{a+b} \rightarrow a = b \rightarrow P_2 = \frac{100 \cdot a}{2a} = 50$$

Basta con que *a* y *b* sean iguales.

Si un bollo cuesta un 25 % menos que una napolitana, ¿qué tanto por ciento cuesta más una napolitana que un bollo?

bollo $= \frac{3}{4}$ de la napolitana → napolitana $= \frac{4}{3}$ del bollo → La napolitana cuesta un 33,33 % más que el bollo.

ACTIVIDADES

1. **Comprueba si las magnitudes *A* y *B* son directamente proporcionales.**

Magnitud *A*	5	25	45
Magnitud *B*	15	50	90

Magnitud *A*	4	5	6
Magnitud *B*	7	8,75	10,5

a) No son proporcionales porque $\frac{5}{15} \neq \frac{25}{50}$. b) Sí son proporcionales porque $\frac{4}{7} = \frac{5}{8{,}75} = \frac{6}{10{,}5}$.

2. **Completa en tu cuaderno, sabiendo que las magnitudes *A* y *B* son directamente proporcionales con constante de proporcionalidad $k = 3{,}2$.**

Magnitud *A*	**8,32**	14,4	19,2	32
Magnitud *B*	2,6	**4,5**	**6**	**10**

3. **Indica dos magnitudes directamente proporcionales y haz su tabla de proporcionalidad.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Cerezas compradas (kg)	1	2	3	4
Precio (€)	3,50	7,00	10,50	14,00

4. **Luisa utiliza 6 kg de harina para hacer 5 empanadas iguales.**

a) ¿Cuántas empanadas podrá hacer con 18 kg de harina?

b) ¿Cuántos kilos de harina necesitará para hacer 20 empanadas?

a) $\frac{6}{18} = \frac{5}{x} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 5}{6} = 15$ empanadas. b) $\frac{6}{x} = \frac{5}{20} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 20}{5} = 24$ kg

5. **Mateo utiliza medio kilo de pasta para hacer macarrones para 5 personas.**

a) ¿Cuántas personas pueden comer con 4,5 kg de pasta?

b) ¿Cuánta pasta se necesita para 12 personas?

a) $\frac{0,5}{4,5} = \frac{5}{x} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 4,5}{0,5} = 45$ personas

b) $\frac{0,5}{x} = \frac{5}{12} \rightarrow x = \frac{0,5 \cdot 12}{5} = 1,2$ kg

6. **En un mapa, 14 cm representan 238 km en la realidad.**

a) ¿Por qué longitud vienen representados 306 km?

b) Una longitud de 10 cm en el mapa, ¿qué longitud real representa?

a) $\frac{14}{x} = \frac{238}{306} \rightarrow x = \frac{14 \cdot 306}{238} = 18$ cm

b) $\frac{14}{10} = \frac{238}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 238}{14} = 170$ km

7. **El coche de Pedro consume, por término medio, 5,4 ℓ de gasoil cada 100 km. Si 1 litro de gasoil cuesta 1,44 €, calcula.**

a) El gasto en combustible en un viaje de 245 km.

b) Los kilómetros que puede recorrer con los 56 ℓ de gasoil que caben en el depósito.

c) Los kilómetros que puede recorrer con 120,60 €.

a) $\frac{5,4}{x} = \frac{100}{245} \rightarrow x = \frac{5,4 \cdot 245}{100} = 13,23$ litros. $13,23 \cdot 1,44 = 19,05$ € se gasta en combustible.

b) $\frac{5,4}{56} = \frac{100}{x} \rightarrow x = \frac{56 \cdot 100}{5,4} = 1\,037,04$ km

c) $\frac{5,4 \cdot 1,44}{120,60} = \frac{100}{x} \rightarrow x = 1\,550,93$ km

8. **En un restaurante, el precio de un menú degustación es tres veces y media el del menú del día.**

a) ¿Cuántos menús del día se pueden consumir por el precio de 14 menús degustación?

b) ¿Cuántos menús degustación se pueden consumir por el precio de 21 menús del día?

a) $\frac{1}{14}=\frac{3,5}{x} \rightarrow x=\frac{14\cdot 3,5}{1}=49$ menús del día.

b) $\frac{1}{x}=\frac{3,5}{21} \rightarrow x=\frac{21}{3,5}=6$ menús degustación.

9. **Comprueba si las magnitudes *A* y *B* son inversamente proporcionales.**

Magnitud *A*	2	6	3
Magnitud *B*	6	2	4

Magnitud *A*	5	6	7
Magnitud *B*	15	14	13

a) Sí son inversamente proporcionales porque $2 \cdot 6 = 6 \cdot 2 = 3 \cdot 4$.

b) No son inversamente proporcionales porque $5 \cdot 15 \neq 6 \cdot 14$.

10. **Completa en tu cuaderno, sabiendo que las magnitudes *A* y *B* son inversamente proporcionales con constante de proporcionalidad $k = 24$.**

Magnitud *A*	**2**	6	**4**	8
Magnitud *B*	**12**	**4**	6	**3**

11. **Indica dos magnitudes inversamente proporcionales y haz su tabla de proporcionalidad.**

Respuesta abierta. Por ejemplo, suponiendo que se va a recorrer una distancia fija:

Velocidad (km/h)	45	60	15	90
Tiempo (h)	2	1,5	6	1

12. **Para construir un edificio, 28 obreros trabajaron durante 120 días.**

a) ¿Cuántos obreros habrían hecho falta para terminar el edificio en 90 días?

b) ¿Cuántos días tardarían 40 obreros?

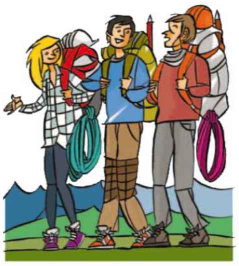
a) $\frac{28}{x}=\frac{90}{120} \rightarrow x=\frac{28\cdot 120}{90}=37,3 \rightarrow 38$ obreros

b) $\frac{28}{40}=\frac{x}{120} \rightarrow x=\frac{28\cdot 120}{40}=84$ días.

13. **Un grupo de 6 montañeros ha comenzado una escalada por los Pirineos. Van provistos de comida para 15 días.**

a) Si fuesen 10 montañeros, ¿para cuántos días tendrían comida?

b) Para que la comida les durase 18 días, ¿cuántos montañeros deberían ir?



a) $\frac{10}{6}=\frac{15}{x} \rightarrow x=\frac{15\cdot 6}{10}=9$ días.

b) $\frac{6}{x}=\frac{18}{15} \rightarrow x=\frac{15\cdot 6}{18}=5$ montañeros.

14. **Un grifo que arroja 3 ℓ de agua por minuto tarda 8 horas en llenar un depósito.**

a) ¿Cuánto se tardaría en llenar el depósito si el grifo vertiera 4 ℓ por minuto?

b) ¿Cuántos litros debe arrojar por minuto para llenar el depósito en 6 horas?

a) $\frac{4}{3}=\frac{8}{x} \rightarrow x=\frac{3\cdot 8}{4}=6$ horas.

b) $\frac{3}{x}=\frac{6}{8} \rightarrow x=\frac{3\cdot 8}{6}=4$ litros por minuto.

15. **Hay que pintar un edificio de 8 pisos. Se contrata a 12 pintores para esta labor. Tardan 15 días en acabar el trabajo.**

a) ¿Cuántos días tardarían 20 pintores?

b) ¿Cuántos trabajadores se habrían necesitado si se hubiese tenido que terminar de pintar el edificio en 10 días?

c) ¿Cuánto habrían tardado los 12 pintores si el edificio hubiera tenido 6 pisos de altura?

a) $\frac{20}{12}=\frac{15}{x} \rightarrow x=\frac{12\cdot 15}{20}=9$ días.

b) $\frac{12}{x}=\frac{10}{15} \rightarrow x=\frac{12\cdot 15}{10}=18$ pintores.

c) La proporcionalidad es directa: $\frac{6}{8}=\frac{x}{15} \rightarrow x=\frac{6\cdot 15}{8}=11{,}25$ días.

16. **Establece la proporción correspondiente a repartir 100 € entre 8 y 14.**

a) De forma directamente proporcional.

b) De forma inversamente proporcional.

a) $\frac{P_1}{8}=\frac{P_2}{14}=\frac{100}{8+14} \rightarrow P_1=36{,}36$ €; $P_2=63{,}64$ €

b) $P_1\cdot 8=P_2\cdot 14=\frac{100}{\frac{1}{8}+\frac{1}{14}} \rightarrow P_1=63{,}64$ €; $P_2=36{,}36$ €

17. **Escribe dos situaciones de reparto directamente proporcional.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Repartir cierta cantidad de dinero como remuneración por un trabajo realizado entre varias personas de forma directamente proporcional al tiempo empleado.

Repartir las ganancias de una primitiva entre los apostantes, habiendo apostado cantidades diferentes cada uno.

18. **Si en un reparto proporcional todas las partes son iguales, ¿cómo son las cantidades iniciales?**

Las cantidades iniciales deben ser también iguales.

19. **Reparte 150 en partes directamente proporcionales a estas cantidades.**

a) 2 y 4 c) 1, 2 y 3 e) 7, 8 y 10

b) 7 y 8 d) 4, 5 y 6 f) 8, 10 y 12

a) $\frac{P_1}{2}=\frac{P_2}{4}=\frac{150}{2+4}=25 \rightarrow P_1=50;\ P_2=100$

b) $\frac{P_1}{7}=\frac{P_2}{8}=\frac{150}{7+8}=10 \rightarrow P_1=70;\ P_2=80$

c) $\frac{P_1}{1}=\frac{P_2}{2}=\frac{P_3}{3}=\frac{150}{1+2+3}=25 \rightarrow P_1=25;\ P_2=50;\ P_3=75$

d) $\frac{P_1}{4}=\frac{P_2}{5}=\frac{P_3}{6}=\frac{150}{4+5+6}=10 \rightarrow P_1=40;\ P_2=50;\ P_3=60$

e) $\frac{P_1}{7}=\frac{P_2}{8}=\frac{P_3}{10}=\frac{150}{7+8+10}=6 \rightarrow P_1=42;\ P_2=48;\ P_3=60$

f) $\frac{P_1}{8}=\frac{P_2}{10}=\frac{P_3}{12}=\frac{150}{8+10+12}=5 \rightarrow P_1=40;\ P_2=50;\ P_3=60$

20. **Reparte 70 de forma inversamente proporcional a:**

a) 3 y 4 c) 4 y 10 e) 4, 10 y 20

b) 2 y 5 d) 6 y 15 f) 2, 5 y 10

a) $P_1\cdot 3=P_2\cdot 4=\frac{70}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}=120 \rightarrow P_1=40;\ P_2=30$

b) $P_1\cdot 2=P_2\cdot 5=\frac{70}{\frac{1}{2}+\frac{1}{5}}=100 \rightarrow P_1=50;\ P_2=20$

c) $P_1\cdot 4=P_2\cdot 10=\frac{70}{\frac{1}{4}+\frac{1}{10}}=200 \rightarrow P_1=50;\ P_2=20$

d) $P_1\cdot 6=P_2\cdot 15=\frac{70}{\frac{1}{6}+\frac{1}{15}}=300 \rightarrow P_1=50;\ P_2=20$

e) $P_1\cdot 4=P_2\cdot 10=P_3\cdot 20=\frac{70}{\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}}=175 \rightarrow P_1=43{,}75;\ P_2=17{,}5;\ P_3=8{,}75$

f) $P_1\cdot 2=P_2\cdot 5=P_3\cdot 10=\frac{70}{\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}}=87{,}5 \rightarrow P_1=43{,}75;\ P_2=17{,}5;\ P_3=8{,}75$

21. **Reparte 70 en partes directamente proporcionales a:**

a) 3 y 4 b) 6 y 8 c) 9 y 12

Observa los resultados y obtén una conclusión.

a) $\frac{P_1}{3}=\frac{P_2}{4}=\frac{70}{3+4}=10 \rightarrow P_1=30;\ P_2=40$

b) $\frac{P_1}{6}=\frac{P_2}{8}=\frac{70}{6+8}=5 \rightarrow P_1=30;\ P_2=40$

c) $\frac{P_1}{9}=\frac{P_2}{12}=\frac{70}{9+12}=\frac{10}{3} \rightarrow P_1=30;\ P_2=40$

El resultado es igual en cada caso, porque repartir una cantidad, C, de forma directamente proporcional a x e y es igual que repartirla entre $2x$ y $2y$, o entre $3x$ y $3y$, o entre $4x$ y $4y$, etc.

22. **Se han repartido 300 € en partes inversamente proporcionales a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{7}$. ¿Cuál es la parte correspondiente a $\frac{1}{5}$?**

$$P_1\cdot\frac{1}{3}=P_2\cdot\frac{1}{5}=P_3\cdot\frac{1}{7}=\frac{300}{3+5+7}=20 \rightarrow P_2=20\cdot 5=100$$

23. **Con 600 m³ de agua, un agricultor debe regar cuatro parcelas de forma directamente proporcional a sus superficies, que son 4, 5, 8 y 13 hectáreas, respectivamente. ¿Qué cantidad de agua destinará a cada parcela?**

$$\frac{P_1}{4}=\frac{P_2}{5}=\frac{P_3}{8}=\frac{P_4}{13}=\frac{600}{4+5+8+13}=20 \rightarrow P_1=80\text{ m}^2;\ P_2=100\text{ m}^2;\ P_3=160\text{ m}^2;\ P_4=260\text{ m}^2$$

24. **César quiere repartir 8 100 € entre sus tres sobrinos de forma inversamente proporcional a sus edades, que son 1, 4 y 10 años. ¿Cuánto le dará a cada uno?**

$$P_1\cdot 1=P_2\cdot 4=P_3\cdot 10=\frac{8\,100}{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}}=6\,000 \rightarrow P_1=6\,000\text{ €};\ P_2=1\,500\text{ €};\ P_3=600\text{ €}$$

25. **Doña Alfonsa reparte sus tierras entre sus nietos en partes directamente proporcionales a sus edades: 8, 12 y 15 años. Si al menor le corresponden 12 hectáreas, averigua las hectáreas repartidas.**

Llamando x al número de hectáreas: $\frac{12}{8}=\frac{x}{8+12+15} \rightarrow x=52{,}5$ hectáreas.

26. **Si reparto 1 200 proporcionalmente a 5 y 6, y le doy 500 a 6 y 700 a 5, ¿ha sido un reparto inversamente proporcional?**

No. Si hacemos el reparto de forma inversamente proporcional, tenemos cantidades diferentes:

$$P_1\cdot 5=P_2\cdot 6=\frac{1\,200}{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}}=\frac{36\,000}{11} \rightarrow P_1=654{,}\overparen{54}\ ;\ P_2=545{,}\overparen{45}$$

27. **Estudia la relación entre estas magnitudes.**

a) En 2 semanas, 3 camiones han transportado 1 200 toneladas de patatas.

b) Cinco personas consumen 7 kg de comida durante 6 días.

c) Ocho días de vacaciones para 4 personas cuestan 1 460 €.

a) N.º de semanas y n.º de camiones ⟶ P. Inversa. N.º de camiones y toneladas de patatas ⟶ P. Directa.

N.º de semanas y toneladas de patatas ⟶ P. Directa.

b) N.º de personas y kg de comida ⟶ P. Directa. Kg de comida y n.º de días ⟶ P. Directa.

N.º de personas y n.º de días ⟶ P. Inversa.

c) N.º de días y n.º de personas ⟶ P. Inversa. N.º de personas y dinero ⟶ P. Directa.

N.º de días y dinero ⟶ P. Directa.

28. **El alquiler de 2 coches durante 9 días cuesta 675 €. Calcula cuánto costará el alquiler de 3 coches durante 7 días.**

Dinero y número de coches ⟶ Proporcionalidad directa.

Dinero y número de días ⟶ Proporcionalidad directa.

Número de coches	Precio (€)	Número de días
2	675	9
3	x	7

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{7}=\frac{675}{x}\rightarrow x=\frac{675\cdot 3\cdot 7}{2\cdot 9}=787{,}50\text{ €}$$

29. **Dos máquinas funcionando 6 horas diarias consumen 1 500 kWh al día. Razona, sin hacer los cálculos, cuál es el consumo del doble de máquinas funcionando la mitad de horas diarias.**

Las dos relaciones (kWh consumidos al día con máquinas y kWh consumidos al día con horas de funcionamiento) son de proporcionalidad directa; por tanto, al multiplicar una de ellas por dos, dividiendo entre dos la otra, el consumo no varía.

30. **Dos máquinas hacen 2,1 ℓ de zumo en 42 minutos.**

a) ¿Qué cantidad harán 6 máquinas en 20 minutos?

b) ¿Cuánto tardarán 3 máquinas en hacer 5 ℓ?

c) ¿Cuántas máquinas son necesarias para hacer 3 ℓ de zumo en 35 minutos?

Número de máquinas y litros de zumo ⟶ Proporcionalidad directa.

Tiempo en minutos y litros de zumo ⟶ Proporcionalidad directa.

Número de máquinas y tiempo en minutos ⟶ Proporcionalidad inversa.

Número de máquinas	Litros de zumo	Tiempo en minutos
6	x	20
3	5	y
z	3	35

a) $\frac{2}{6}\cdot\frac{42}{20}=\frac{2{,}1}{x}\rightarrow x=3$ litros b) $\frac{3}{2}\cdot\frac{2{,}1}{5}=\frac{42}{y}\rightarrow y=1$ hora 6 min 40 s c) $\frac{35}{42}\cdot\frac{2{,}1}{3}=\frac{2}{z}\rightarrow z=3{,}43\rightarrow 4$ máquinas

31. **Dieciocho operarios, trabajando 6 horas diarias, han tardado 6 días en tender 300 m de cable. ¿Cuántas horas diarias tendrán que trabajar 24 operarios durante 14 días para tender 700 m de cable?**

Número de operarios y horas de trabajo al día ⟶ Proporcionalidad inversa.

Tiempo en días y horas de trabajo al día ⟶ Proporcionalidad inversa.

Número de metros de cable y horas de trabajo al día ⟶ Proporcionalidad directa.

Número de operarios	Horas de trabajo al día	Tiempo en días	Metros de cable
18	6	6	300
24	x	14	700

$$\frac{24}{18}\cdot\frac{14}{6}\cdot\frac{300}{700}=\frac{6}{x}\rightarrow x=\frac{6\cdot 18\cdot 6\cdot 700}{24\cdot 14\cdot 300}=4{,}5 \text{ horas al día}$$

32. **En el comedor de un colegio, el año pasado tenían un presupuesto de 34 000 € mensuales para alimentar a 262 alumnos. Si este año hay 22 alumnos más pero el presupuesto solo ha aumentado 1 200 € mensuales, ¿para cuántos días les llegará el presupuesto?**

Dinero y tiempo en meses ⟶ Proporcionalidad directa.

Número de alumnos y tiempo en meses ⟶ Proporcionalidad inversa.

Presupuesto (€)	Tiempo en meses	Número de alumnos
34 000	1	262
35 200	x	284

$$\frac{34\,000}{35\,200}\cdot\frac{284}{262}=\frac{1}{x}\rightarrow x=\frac{35\,200\cdot 262}{34\,000\cdot 284}=0{,}955 \text{ meses}\cong 28 \text{ días}$$

33. **Nueve ordenadores encendidos durante 10 horas diarias producen un gasto de 2 340 € anuales. ¿Cuál sería el gasto si se encendieran 6 ordenadores más durante una hora menos al día?**

Número de ordenadores y gasto en € ⟶ Proporcionalidad directa.

Tiempo en horas al día y gasto en € ⟶ Proporcionalidad directa.

Número de ordenadores	Gasto en €	Tiempo en horas al día
9	2 340	10
15	x	9

$$\frac{9}{15}\cdot\frac{10}{9}=\frac{2\,340}{x}\rightarrow x=\frac{2\,340\cdot 15\cdot 9}{10\cdot 9}=3\,510\text{ €}$$

34. **Calcula el porcentaje de los alumnos que realizan las siguientes actividades extraescolares si en el centro hay un total de 432 alumnos.**

a) 54 alumnos juegan al baloncesto.

b) 144 alumnos tocan un instrumento musical.

c) 62 alumnos participan en el club de lectura.

a) $\left.\begin{array}{l}432 \longrightarrow 54 \\ 100 \longrightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{5\,400}{432}=12{,}5\ \%$ juegan al baloncesto.

b) $\left.\begin{array}{l}432 \longrightarrow 144 \\ 100 \longrightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{14\,400}{432}=33{,}3\ \%$ tocan un instrumento musical.

c) $\left.\begin{array}{l}432 \longrightarrow 62 \\ 100 \longrightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{6\,200}{432}=14{,}35\ \%$ participan en el club de lectura.

35. Calcula el precio de un televisor que valía 360 € si se ha aumentado su precio un 5,8 %.

$$360 \cdot \left(1+\frac{5{,}8}{100}\right)=360 \cdot 1{,}058=380{,}88\ €$$

36. Inés cosecha 70 toneladas de cereal, que vende a 100 € la tonelada de grano y a 20 € la tonelada de paja. Si la paja supone el 25 % del peso total del cereal, calcula el dinero que obtiene.

$$\left.\begin{array}{r}\text{Grano}: 0{,}75 \cdot 70=52{,}5 \rightarrow 52{,}5 \cdot 100=5\,250 \\ \text{Paja}: 0{,}25 \cdot 70=17{,}5 \rightarrow 17{,}5 \cdot 20=350\end{array}\right\} \longrightarrow \text{Gana } 5\,600\ €.$$

37. Calcula la cantidad que se obtiene al aplicar a 462 €:

a) Un aumento del 8 % y otro del 12 %.

b) Dos disminuciones del 20 %.

a) $462 \cdot 1{,}08 \cdot 1{,}12=558{,}84$ €

b) $462 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8=295{,}68$ €

38. Calcula el interés que se obtiene por 2 000 € durante 3 años con un rédito del 2,8 % anual.

$$I=\frac{2\,000 \cdot 2{,}8 \cdot 3}{100}=168\ €$$

39. Al aumentar el precio de un producto un 28 % y después rebajarlo un 12 % obtenemos un precio final de 527,85 €. ¿Cuál era el precio inicial?

Llamando *x* al precio inicial: $x \cdot 1{,}28 \cdot 0{,}88=527{,}85 \rightarrow x=\frac{527{,}85}{1{,}28 \cdot 0{,}88}=468{,}62$ €.

40. Si el precio inicial de un producto se aumenta un 15 % y después, sobre ese precio aumentado, se disminuye un 15 %, ¿obtenemos el precio inicial?

No, porque los porcentajes se aplican a distintos números:

$$x \cdot 1{,}15 \cdot 0{,}85=x \cdot 0{,}9775 \neq x$$

ACTIVIDADES FINALES

41. Di las magnitudes directamente proporcionales.

a) Litros de gasolina y precio que cuestan.

b) Número de horas de estudio y la nota en el examen.

c) Cantidad de cada uno de los ingredientes al preparar una receta y número de comensales.

d) Número de plazas de un sofá y precio del sofá.

Son directamente proporcionales: a) y c).

42. Escribe la fórmula que relaciona las siguientes magnitudes, haz una tabla con valores para cada una y di si son directamente proporcionales.

a) Perímetro del cuadrado de lado *l*.

b) Longitud de la circunferencia de radio *r*.

c) Área del rectángulo de base 5 cm y altura *a*.

d) Perímetro del rectángulo cuya base *b* es doble de la altura *a*.

a) $P = 4l$

Lado	1	2	3	4
Perímetro	4	8	12	16

Sí son directamente proporcionales, porque $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$

b) $L = 2\pi r$

Radio	1	2	3	4
Longitud	2π	4π	6π	8π

Sí son directamente proporcionales, porque $\frac{1}{2\pi} = \frac{2}{4\pi} = \frac{3}{6\pi} = \frac{4}{8\pi}$

c) $A = 5a$

Altura	1	2	3	4
Área	5	10	15	20

Sí son directamente proporcionales, porque $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20}$

d) $P = 6a$

Altura	1	2	3	4
Perímetro	6	12	18	24

Sí son directamente proporcionales, porque $\frac{1}{6} = \frac{2}{12} = \frac{3}{18} = \frac{4}{24}$

43. Copia y completa en tu cuaderno sabiendo que *A* y *B* son directamente proporcionales y calcula la constante de proporcionalidad.

A	200	400	**320**	5 000	**1 600**
B	5	**10**	8	**125**	40

La constante de proporcionalidad es $k = 40$.

A	0,5	10	**2,5**	100	**0,25**
B	**0,2**	4	1	**40**	0,1

La constante de proporcionalidad es $k = 2,5$.

44. **Elabora una tabla con dos magnitudes de proporcionalidad directa en la que la constante de proporcionalidad sea:**

a) 3 b) 5 c) 1,85 d) 2,5 e) 4 f) 3,2

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $k = 3$

A	12	15	18	21
B	4	5	6	7

b) $k = 5$

A	5	10	15	20
B	1	2	3	4

c) $k = 1{,}85$

A	3,7	9,25	18,5	22,2
B	2	5	10	12

d) $k = 2{,}5$

A	10	20	30	40
B	4	8	12	16

e) $k = 4$

A	8	12	16	20
B	2	3	4	5

f) $k = 3{,}2$

A	6,4	12,8	25,6	51,2
B	2	4	8	16

45. **¿A cuántas horas equivalen estas cantidades?**

a) 72 000 segundos
b) 4 800 minutos
c) 52 cuartos de hora
d) 4 días

a) $\left.\begin{array}{l} 1 \text{ hora} \longrightarrow 3600 \text{ s} \\ x \longrightarrow 72\,000 \text{ s} \end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{72\,000}{3\,600} = 20 \text{ horas}$

b) $\left.\begin{array}{l} 1 \text{ hora} \longrightarrow 60 \text{ min} \\ x \longrightarrow 4\,800 \text{ min} \end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{4\,800}{60} = 80 \text{ horas}$

c) $\left.\begin{array}{l} 1 \text{ hora} \longrightarrow 4 \text{ cuartos de hora} \\ x \longrightarrow 52 \text{ cuartos de hora} \end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{52}{4} = 13 \text{ horas}$

d) $\left.\begin{array}{l} 1 \text{ día} \longrightarrow 24 \text{ horas} \\ 4 \text{ días} \longrightarrow x \end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{24 \cdot 4}{1} = 96 \text{ horas}$

46. **Sabiendo que una pulgada mide 2,54 cm, y un pie, 0,3048 m, responde:**

a) ¿Cuántos pies hay en 45 720 cm?
b) ¿Cuántas pulgadas hay en 1,905 m?
c) ¿Cuántas pulgadas hay en 90 pies?
d) ¿Cuántos pies son 696 pulgadas?

a) $\left.\begin{array}{l} 1 \text{ pie} \rightarrow 0{,}3048 \text{ m} \\ x \rightarrow 457{,}2 \text{ m} \end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{457{,}2}{0{,}3048} = 1500 \text{ pies}$

b) $\left.\begin{array}{l} 1 \text{ pulgada} \rightarrow 2{,}54 \text{ cm} \\ x \rightarrow 190{,}5 \text{ cm} \end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{190{,}5}{2{,}54} = 75 \text{ pulgadas}$

c) $\left.\begin{array}{l} 1 \text{ pie} \rightarrow 30{,}48 \text{ cm} \\ x \rightarrow 1 \text{ pulgada} = 2{,}54 \text{ cm} \end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{2{,}54}{30{,}48} = 0{,}08\widehat{3} \text{ pies}$

$\left.\begin{array}{l} 1 \text{ pulgada} \rightarrow 0{,}083 \text{ pies} \\ y \rightarrow 90 \text{ pies} \end{array}\right\} \rightarrow y = \dfrac{90}{0{,}08\widehat{3}} = 1080 \text{ pulgadas}$

d) $\left.\begin{array}{l} 1 \text{ pulgada} \rightarrow 0{,}08\widehat{3} \text{ pies} \\ 696 \text{ pulgadas} \rightarrow x \end{array}\right\} \rightarrow x = 696 \cdot 0{,}08\widehat{3} = 58 \text{ pies}$

47. **Una caja de galletas contiene 8 paquetes de 200 g cada uno.**

a) ¿Cuántos paquetes hay en 64 cajas?

b) ¿Cuántas cajas de galletas se completan con 216 paquetes?

c) ¿Cuánto pesarán 48 paquetes?

a) $\left.\begin{array}{l}1 \text{ cajas} \rightarrow 8 \text{ paquetes}\\ 64 \text{ cajas} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = 64 \cdot 8 = 512 \text{ paquetes}$

b) $\left.\begin{array}{l}1 \text{ caja} \rightarrow 8 \text{ paquetes}\\ x \rightarrow 216 \text{ paquetes}\end{array}\right\} \rightarrow x = 216 : 8 = 27 \text{ cajas}$

c) $\left.\begin{array}{l}1 \text{ paquete} \rightarrow 200 \text{ gramos}\\ 48 \text{ paquetes} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = 200 \cdot 48 = 9\,600 \text{ gramos}$

48. **Una rueda recorre 565,5 cm en tres giros completos. ¿Cuántos metros recorrerá tras 18 giros? ¿Cuántos giros completos ha dado si ha recorrido 384,54 m?**

$\left.\begin{array}{l}565{,}5 \text{ cm} \rightarrow 3 \text{ giros}\\ x \rightarrow 18 \text{ giros}\end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{565{,}5 \cdot 18}{3} = 3393 \text{ cm} = 33{,}93 \text{ m}$

$\left.\begin{array}{l}565{,}5 \text{ cm} \rightarrow 3 \text{ giros}\\ 38\,454 \text{ cm} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{38\,454 \cdot 3}{565{,}5} = 204 \text{ giros}$

49. **Para elaborar una pizza de 20 cm de diámetro se usan 200 g de harina y 60 g de queso. Halla la cantidad de harina y de queso necesaria para hacer una pizza de 25 cm de diámetro.**

Área Pizza 1: $\pi r^2 = 100\pi \text{ cm}^2$ Área Pizza 2: $\pi r^2 = 156{,}25\pi \text{ cm}^2$

$\left.\begin{array}{l}100\pi \text{ cm}^2 \rightarrow 200 \text{ gramos de harina}\\ 156{,}25\pi \text{ cm}^2 \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{156{,}25 \cdot 200}{100} = 312{,}5 \text{ g de harina}$

$\left.\begin{array}{l}100\pi \text{ cm}^2 \rightarrow 60 \text{ gramos de queso}\\ 156{,}25\pi \text{ cm}^2 \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{156{,}25 \cdot 60}{100} = 93{,}75 \text{ g de queso}$

50. **Si un kilo de carne cuesta 12,95 €, calcula el precio que habrá que pagar por estas cantidades.**

a) 200 gramos

b) Medio kilo

c) Tres cuartos de kilo

d) Un cuarto de kilo

a) $\left.\begin{array}{l}1000 \text{ g} \rightarrow 12{,}95 \text{ €}\\ 200 \text{ g} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{12{,}95 \cdot 200}{1000} = 2{,}59 \text{ €}$

b) $\left.\begin{array}{l}1000 \text{ g} \rightarrow 12{,}95 \text{ €}\\ 500 \text{ g} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{12{,}95 \cdot 500}{1000} = 6{,}48 \text{ €}$

c) $\left.\begin{array}{l}1000 \text{ g} \rightarrow 12{,}95 \text{ €}\\ 750 \text{ g} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{12{,}95 \cdot 750}{1000} = 9{,}71 \text{ €}$

d) $\left.\begin{array}{l}1000 \text{ g} \rightarrow 12{,}95 \text{ €}\\ 250 \text{ g} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \dfrac{12{,}95 \cdot 250}{1000} = 3{,}24 \text{ €}$

51. Indica cuáles de los siguientes pares de magnitudes son inversamente proporcionales:

a) Velocidad a la que circula un coche y tiempo que emplea en realizar un trayecto.

b) Número de latas de refresco y su precio.

c) Litros de gasolina que gasta un coche y distancia recorrida.

d) Altura de los árboles en un momento dado y longitud de la sombra que producen.

Son inversamente proporcionales las magnitudes del apartado a).

52. Calcula el valor de *x* en cada caso para que las magnitudes *A* y *B* sean inversamente proporcionales:

Magnitud *A*	18	3
Magnitud *B*	6	*x*

Magnitud *A*	4	*x*
Magnitud *B*	1,2	3

Magnitud *A*	25	15
Magnitud *B*	*x*	10

a) $x = \frac{18 \cdot 6}{3} = 36$

b) $x = \frac{4 \cdot 1{,}2}{3} = 1{,}6$

c) $x = \frac{15 \cdot 10}{25} = 6$

53. Elabora una tabla con dos magnitudes de proporcionalidad inversa en la que la constante de proporcionalidad sea:

a) 32 b) 18 c) 48 d) 64 e) 54

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $k = 32$

Magnitud *A*	2	4	8	16
Magnitud *B*	16	8	4	2

b) $k = 18$

Magnitud *A*	2	3	6	9
Magnitud *B*	9	6	3	2

c) $k = 48$

Magnitud *A*	2	3	4	6
Magnitud *B*	24	16	12	8

d) $k = 64$

Magnitud *A*	2	4	8	16
Magnitud *B*	32	16	8	4

e) $k = 54$

Magnitud *A*	3	6	9	27
Magnitud *B*	18	9	6	2

54. Tenemos pienso para alimentar a 76 vacas durante 30 días. ¿Cuántos días se podrá alimentar a una cuarta parte más de vacas con la misma cantidad de pienso?

$$76+\frac{1}{4}\cdot 76=76+19=95$$

$$\left.\begin{array}{l}76 \text{ vacas} \rightarrow 30 \text{ días}\\ 95 \text{ vacas} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow 76\cdot 30=95\cdot x \rightarrow x=\frac{76\cdot 30}{95}=24 \text{ días}$$

55. Un grupo de 15 personas realizan un trabajo en cuatro semanas.

a) ¿Cuánto tardarían 14 personas? ¿Y 20?

b) Si se quiere acabar en 12 días, ¿cuántas personas se necesitarían?

a) $\left.\begin{array}{l}15 \text{ personas} \rightarrow 4 \text{ semanas}\\ 14 \text{ personas} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{15\cdot 4}{14}=4{,}2857 \text{ semanas}$ → Por tanto tardarían 4 semanas y 2 días.

$$\left.\begin{array}{l}15 \text{ personas} \rightarrow 4 \text{ semanas}\\ 20 \text{ personas} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{15\cdot 4}{20}=3 \text{ semanas.}$$

b) $\left.\begin{array}{r}15 \text{ personas} \rightarrow 28 \text{ días}\\ x \rightarrow 12 \text{ días}\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{15\cdot 28}{12}=35 \text{ personas.}$

56. Ana, a 105 km/h, tarda 5 h en recorrer lo mismo que Pedro en 7,5 h. ¿Qué velocidad lleva Pedro?

$$\left.\begin{array}{l}105 \text{ km/h} \rightarrow 5 \text{ horas}\\ x \rightarrow 7{,}5 \text{ horas}\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{105\cdot 5}{7{,}5}=70 \text{ km/h}$$

57. Con un consumo de 4 horas diarias, un depósito de gas dura 24 días. ¿Cuánto duraría con estos consumos?

a) 6 horas al día

b) 2,5 horas al día

c) 3 horas al día

d) 8 horas al día

a) $\left.\begin{array}{l}4 \text{ h/día} \rightarrow 24 \text{ días}\\ 6 \text{ h/día} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{4\cdot 24}{6}=16 \text{ días}$

b) $\left.\begin{array}{l}4 \text{ h/día} \rightarrow 24 \text{ días}\\ 2{,}5 \text{ h/día} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{4\cdot 24}{2{,}5}=38{,}4 \text{ días}$ → 38 días, 9 horas, y 36 minutos.

c) $\left.\begin{array}{l}4 \text{ h/día} \rightarrow 24 \text{ días}\\ 3 \text{ h/día} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{4\cdot 24}{3}=32 \text{ días}$

d) $\left.\begin{array}{l}4 \text{ h/día} \rightarrow 24 \text{ días}\\ 8 \text{ h/día} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x=\frac{4\cdot 24}{8}=12 \text{ días}$

58. El dueño de una empresa reparte 6 000 € entre sus 3 empleados de forma directamente proporcional a los años que llevan trabajando para él: 3, 5 y 7. ¿Cuánto recibe cada uno?

$$\frac{P_1}{3}=\frac{P_2}{5}=\frac{P_3}{7}=\frac{6\,000}{3+5+7}=400 \rightarrow P_1=1\,200 \rightarrow P_2=2\,000 \rightarrow P_3=2\,800$$

59. **Entre 3 obreros realizan un trabajo: el primero le dedica 58 h; el segundo, 35 h, y el tercero, 17 h. ¿Cuánto cobrará cada uno si les pagan 7 150 €?**

$$\frac{P_1}{58} = \frac{P_2}{35} = \frac{P_3}{17} = \frac{7\,150}{58 + 35 + 17} = 65 \rightarrow P_1 = 3\,770 \rightarrow P_2 = 2\,275 \rightarrow P_3 = 1105$$

60. **Ramón quiere repartir una cantidad *C* de forma directamente proporcional a *x*, *y*, *z*. Responde razonadamente:**

a) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

b) ¿Qué parte le corresponde a x?

c) Si repartiera el doble de C, ¿qué parte le correspondería a x?

d) Si el reparto de C se hiciera de forma directamente proporcional a $2x$, $2y$, $2z$, ¿qué correspondería a $2x$?

a) La constante de proporcionalidad es $k = \dfrac{C}{x + y + z}$.

b) Llamando P_1 a la parte que le corresponde a x, se tiene que $P_1 = x \cdot k = \dfrac{x \cdot C}{x + y + z}$.

c) Llamando P_1 a la parte que le corresponde a x cuando la cantidad a repartir es $2C$, se tiene que $P_1 = \dfrac{x \cdot 2C}{x + y + z}$.

d) Llamando P_1 a la parte que le corresponde a $2x$, se tiene que $P_1 = \dfrac{2x \cdot C}{2x + 2y + 2z} = \dfrac{x \cdot C}{x + y + z}$.

62. **Carlos, Javier y Mario compraron un décimo de lotería de Navidad. Carlos puso 12 €; Javier, 5 €, y Mario, 3 €. El décimo fue premiado, y en el reparto, a Javier le tocaron 20 000 €. Calcula cuánto le correspondió a los otros dos y la cuantía del premio.**

$20\,000 = 5 \cdot k = 4\,000$

$(12 + 5 + 3) \cdot 4\,000 =$ Cuantía del premio $= 80\,000$ €

A Carlos le correspondió $12 \cdot 4\,000 = 48\,000$ € y a Mario $3 \cdot 4\,000 = 12\,000$ €.

63. **Una madre reparte unos caramelos entre sus hijos de forma directamente proporcional a sus edades, que son 2, 3, 8 y 12 años. Si al mayor le han correspondido 36, calcula cuántos caramelos ha repartido esta madre entre sus hijos.**

$36 = 12 \cdot k \rightarrow k = 3$

$(2 + 3 + 8 + 12) \cdot 3 =$ Caramelos totales $= 75$

64. **Tres amigos jugaron un décimo de lotería, que costó 20 €, y resultó premiado con 40 000 €. ¿Cuánto recibió cada uno si el primero puso la mitad del dinero que el segundo y el tercero la quinta parte del primero?**

Llamando x a la cantidad que puso el tercero, $5x$ es lo que puso el primero y $10x$ lo que puso el segundo.

De esta forma se tiene que $16x = 20$ €, de donde $x = 1{,}25$ €. Así, el primero puso 6,25 €; el segundo, 12,50 €, y el tercero, 1,25 €.

$$\frac{P_1}{6{,}25} = \frac{P_2}{12{,}5} = \frac{P_3}{1{,}25} = \frac{40\,000}{20} = 2\,000 \rightarrow P_1 = 12\,500\text{ €} \rightarrow P_2 = 25\,000\text{ €} \rightarrow P_3 = 2\,500\text{ €}$$

65. **Villapedrosa quiere premiar a los 3 mejores conductores de su parque móvil. Repartirá 2 800 € en vales de forma inversamente proporcional al número de multas recibidas. José, Marta y Rubén son los tres afortunados: José, 1 multa; Marta, 2 multas, y Rubén, 4 multas. ¿Cuánto dinero recibirá cada uno?**

$$P_1 \cdot 1 = P_2 \cdot 2 = P_3 \cdot 4 = \frac{2\,800}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = 1600 \to P_1 = 1600\text{ €} \to P_2 = 800\text{ €} \to P_3 = 400\text{ €}$$

67. **Al repartir una cantidad en partes inversamente proporcionales a 2, 5 y 10, la cantidad que le corresponde a 10 es 1 250. Calcula la cantidad que se ha repartido y la que les corresponde a 2 y 5.**

$1250 = \frac{k}{10} \to k = 12500$ $\quad\quad$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) \cdot 12500 = 10000$ es la cantidad repartida.

Lo que les corresponde a 2 y 5 es:

$P_1 = 12\,500 : 2 = 6\,250$

$P_2 = 12\,500 : 5 = 2\,500$

68. **Si repartes una cantidad en partes inversamente proporcionales a 10, 7 y 3, la cantidad que le corresponde a 3 es 50. ¿Qué cantidad les corresponde a 10 y 7?**

$k = 3 \cdot 50 = 150$

A 10 le corresponden 150 : 10 = 15, y a 7 le corresponden 150 : 7 = 21,43.

69. **De acuerdo con un testamento, se reparten 359 568 € entre tres personas en partes inversamente proporcionales a su sueldo mensual. Calcula lo que le corresponderá a cada uno si el sueldo menor es $\frac{2}{3}$ del sueldo intermedio, y este es $\frac{3}{4}$ del mayor.**

Mayor: x $\quad$ Intermedio: $\frac{3x}{4}$ $\quad$ Menor: $\frac{x}{2}$

$$k = \frac{359\,568}{\frac{1}{x} + \frac{4}{3x} + \frac{2}{x}} = \frac{1\,078\,704x}{13} = 82\,977{,}23x$$

Mayor: $82\,977{,}23x : x = 82\,977{,}23$ €

Intermedio: $82\,977{,}23x : \frac{3x}{4} = 110\,636{,}31$ €

Menor: $82\,977{,}23x : \frac{x}{2} = 165\,954{,}46$ €

70. **Cuatro fotocopiadoras realizan 30 000 copias trabajando 3 horas diarias. ¿Cuántas copias se podrían realizar con 5 fotocopiadoras trabajando durante 2 horas diarias?**

Número de fotocopiadoras y número de copias → Proporcionalidad directa.

Número de copias y horas diarias → Proporcionalidad directa.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{30\,000}{x} \to x = \frac{30\,000 \cdot 5 \cdot 2}{4 \cdot 3} = 25\,000 \text{ copias}$$

71. **Una familia de 6 miembros consume 2 kilogramos de pan en 5 días. ¿Cuántos días le durarían 3 kilogramos de pan a una familia de 8 miembros con un consumo similar?**

Número de miembros de la familia y tiempo en días → Proporcionalidad inversa.

Tiempo en días y kg de pan → Proporcionalidad directa.

$\frac{8}{6}\cdot\frac{2}{3}=\frac{5}{x}\rightarrow x=\frac{5\cdot 6\cdot 3}{8\cdot 2}=5{,}625\text{ días}$ → El pan les duraría 5 días y 15 horas.

72. **En un comedor reparten comida durante 12 días a 480 personas dándoles una ración diaria de 630 g. Si durante 15 días tuvieran que repartir la misma comida entre 540 personas, ¿qué cantidad tendría la ración?**

Número de personas y cantidad de la ración en gramos → Proporcionalidad inversa.

Tiempo en días y cantidad de la ración → Proporcionalidad inversa.

$\frac{540}{480}\cdot\frac{15}{12}=\frac{630}{x}\rightarrow x=\frac{630\cdot 480\cdot 12}{540\cdot 15}=448\text{ g}$

73. **En una localidad durante 100 días, en invierno, se encienden 50 farolas cada día 15 horas. Se paga en total una factura de 22 500 €. El alcalde, con la intención de rebajar este gasto, hace dos propuestas: encender 40 farolas durante 13 horas y 95 días o encender 45 farolas solo durante 12 horas y 90 días. ¿Con cuál de las dos propuestas se conseguirá rebajar más el gasto?**

Se trata de comprobar con qué propuesta se tienen encendidas menos horas las farolas, por lo que el gasto será menor. Esto ocurre con la segunda propuesta:

La hora de consumo cuesta: 22 500 : (50 · 15 · 100) = 0,30 €

Primera propuesta: 40 · 13 · 95 = 49 400 horas → Gasto: 49 400 · 0,3 = 14 820 €

Segunda propuesta: 45 · 12 · 90 = 48 600 horas → Gasto: 48 600 · 0,3 = 14 580 €

74. **Para transportar 40 toneladas de mercancías en ocho días se necesitan 24 camiones. ¿Cuántos camiones harán falta para transportar el doble de mercancías en seis días?**

Número de toneladas y cantidad de camiones → Proporcionalidad directa.

Tiempo en días y cantidad de camiones → Proporcionalidad inversa.

$\frac{40}{80}\cdot\frac{6}{8}=\frac{24}{x}\rightarrow x=\frac{24\cdot 80\cdot 8}{40\cdot 6}=64\text{ camiones}$

75. **Una barra de metal de 10 m de largo y 2 cm² de sección pesa 8,45 kg. ¿Cuánto pesará una barra del mismo material de 5 m de largo y 7 cm² de sección?**

10 m de largo ⟶ 2 cm² de sección ⟶ 8,45 kg
5 m de largo ⟶ 7 cm² de sección ⟶ x kg

Directa

Directa

$$\frac{10}{5}\cdot\frac{2}{7}=\frac{8{,}45}{x}\rightarrow\frac{20}{35}=\frac{8{,}45}{x}\rightarrow x=\frac{35\cdot 8{,}45}{20}=14{,}79\text{ kg}$$

76. **Calcula.**

a) 15 % de 220
b) 38,6 % de 1 245
c) 0,5 % de 78
d) 9,5 % de 48
e) 17 % de 349
f) 72 % de 980

a) $220 \cdot 0,15 = 33$
b) $1\,245 \cdot 0,386 = 480,57$
c) $78 \cdot 0,005 = 0,39$
d) $48 \cdot 0,095 = 4,56$
e) $349 \cdot 0,17 = 59,33$
f) $980 \cdot 0,72 = 705,6$

77. **Halla estos porcentajes encadenados.**

a) 20 % del 6 % de 300
b) 8,2 % del 2,8 % de 180
c) 46 % del 17 % de 2 600
d) 35 % del 25 % de 400

a) $300 \cdot 0,20 \cdot 0,06 = 3,6$
b) $180 \cdot 0,082 \cdot 0,028 = 0,41328$
c) $2\,600 \cdot 0,46 \cdot 0,17 = 203,32$
d) $400 \cdot 0,35 \cdot 0,25 = 35$

78. **Razona si es verdadero o falso.**

a) El 25 % de 200 equivale al 50 % de 100.
b) El 40 % de 48 coincide con el 20 % de 24.
c) El 20 % de 50 es lo mismo que el 50 % de 20.
d) El 20 % de 7 más el 30 % de 7 es el 50 % de 14.

a) $200 \cdot 0,25 = 50 = 100 \cdot 0,50 \rightarrow$ Verdadero
b) $48 \cdot 0,40 = 19,2 \neq 24 \cdot 0,20 = 4,8 \rightarrow$ Falso
c) $50 \cdot 0,20 = 10 = 20 \cdot 0,50 \rightarrow$ Verdadero
d) $7 \cdot 0,20 + 7 \cdot 0,30 = 7 \cdot (0,20 + 0,30) = 7 \cdot 0,5 \neq 14 \cdot 0,5 \rightarrow$ Falso

79. **Indica qué tanto por ciento representa 45 con respecto a cada una de estas cantidades.**

a) 90
b) 450
c) 180
d) 270
e) 225
f) 4 500

a) $90 \cdot \frac{t}{100} = 45 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,5 \rightarrow 50\,\%$

b) $450 \cdot \frac{t}{100} = 45 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,1 \rightarrow 10\,\%$

c) $180 \cdot \frac{t}{100} = 45 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,25 \rightarrow 25\,\%$

d) $270 \cdot \frac{t}{100} = 45 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,1\overset{\frown}{6} \rightarrow 16,67\,\%$

e) $225 \cdot \frac{t}{100} = 45 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,2 \rightarrow 20\,\%$

f) $4\,500 \cdot \frac{t}{100} = 45 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,01 \rightarrow 1\%$

80. **Indica qué tanto por ciento representan.**

a) 9 de 45 c) 50 de 80 e) 2 de 20

b) 3 de 4 d) 12 de 15 f) 0,02 de 1

a) $45 \cdot \frac{t}{100} = 9 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,2 \rightarrow 20\,\%$

b) $4 \cdot \frac{t}{100} = 3 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,75 \rightarrow 75\,\%$

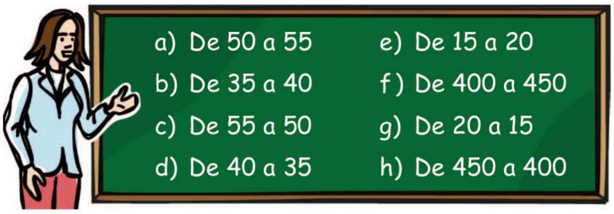
c) $80 \cdot \frac{t}{100} = 50 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,625 \rightarrow 62,5\,\%$

d) $15 \cdot \frac{t}{100} = 12 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,8 \rightarrow 80\,\%$

e) $20 \cdot \frac{t}{100} = 2 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,1 \rightarrow 10\,\%$

f) $1 \cdot \frac{t}{100} = 0,02 \rightarrow \frac{t}{100} = 0,02 \rightarrow 2\,\%$

81. **Halla el aumento o disminución porcentual al pasar de una cantidad a otra.**



a) $50x = 55 \rightarrow x = 1,1 \rightarrow$ Aumento del 10 %

b) $35x = 40 \rightarrow x = 1,1428 \rightarrow$ Aumento del 14,28 %

c) $55x = 50 \rightarrow x = 0,91 \rightarrow$ Disminución del 9 %

d) $40x = 35 \rightarrow x = 0,875 \rightarrow$ Disminución del 12,5 %

e) $15x = 20 \rightarrow x = 1,3333 \rightarrow$ Aumento del 33,33 %

f) $400x = 450 \rightarrow x = 1,125 \rightarrow$ Aumento del 12,5 %

g) $20x = 15 \rightarrow x = 0,75 \rightarrow$ Disminución del 25 %

h) $450x = 400 \rightarrow x = 0,8888 \rightarrow$ Disminución del 11,11 %

82. **¿Cuál es la cantidad que se obtiene en cada caso partiendo de una cantidad inicial de 180?**

a) Un aumento del 2,3 % c) Un aumento del 4 %

b) Un descenso del 15 % d) Un descenso del 25,5 %

a) $180 \cdot 1,023 = 184,14$

b) $180 \cdot 0,85 = 153$

c) $180 \cdot 1,04 = 187,2$

d) $180 \cdot 0,745 = 134,1$

84. **Calcula el precio inicial de un producto que vale 32 € después de haber aumentado su precio un 25 %.**

$$\left.\begin{array}{l} 125\,\% \rightarrow 32 \\ 100\,\% \rightarrow x \end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 32}{125} = 25,60\text{ €}$$

85. **Halla el precio inicial de un producto que vale 130 € después de aplicarle una rebaja del 10 %.**

$$\left.\begin{array}{l} 90\,\% \rightarrow 130 \\ 100\,\% \rightarrow x \end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 130}{90} = 144,44\text{ €}$$

86. **¿Cuál es la cantidad inicial de la que se ha partido en cada caso si la cantidad final es 240?**

a) Un aumento del 32 % c) Un aumento del 16,9 %

b) Un descenso del 2,4 % d) Un descenso del 8 %

a) $\left.\begin{array}{l} 132\ \% \to 240 \\ 100\ \% \to x \end{array}\right\} \to x = \dfrac{100 \cdot 240}{132} = 181,\widehat{81}\ €$

b) $\left.\begin{array}{l} 97,6\ \% \to 240 \\ 100\ \% \to x \end{array}\right\} \to x = \dfrac{100 \cdot 240}{97,6} = 245,90\ €$

c) $\left.\begin{array}{l} 116,9\ \% \to 240 \\ 100\ \% \to x \end{array}\right\} \to x = \dfrac{100 \cdot 240}{116,9} = 205,30\ €$

d) $\left.\begin{array}{l} 92\ \% \to 240 \\ 100\ \% \to x \end{array}\right\} \to x = \dfrac{100 \cdot 240}{92} = 260,87\ €$

87. **Ernesto compra un ordenador de 670 €. A la hora de pagar hay que añadir un 21 % de IVA, pero le aplican un descuento del 25 % porque está en promoción. ¿Cuánto pagará por el ordenador? ¿Qué porcentaje resulta de aplicar el IVA y la promoción?**

$670 \cdot 1,21 \cdot 0,75 = 608,03$ € es el precio que pagará por el ordenador.

$\dfrac{670 - 608,03}{670} = 9,25\ \%$ es el descuento total.

89. **Calcula el precio inicial de un producto que vale 108,90 € después de haber sido rebajado un 10 %, y luego, aumentado un 21 % por el IVA.**

$x \cdot 1,21 \cdot 0,9 = 108,90\ € \to x = \dfrac{108,9}{1,21 \cdot 0,9} = \dfrac{108,9}{1,089} = 100\ €$

90. **Halla el precio de compra de un ordenador que un intermediario vende a 756,25 €, tras fijarle una ganancia del 25 % y el IVA del 21 %.**

$x \cdot 1,21 \cdot 1,25 = 756,25\ € \to x = \dfrac{756,25}{1,21 \cdot 1,25} = \dfrac{756,25}{1,5125} = 500\ €$

91. **En una encuesta en la que las respuestas son «sí», «no» y «ns/nc» han participado 600 personas. Sabiendo que 356 han contestado «sí» y 95 han respondido «no», ¿qué porcentaje corresponde a la opción «ns/nc»?**

$600 - (356 + 95) = 149$ $\dfrac{149}{600} = 24,8\widehat{3}\ \%$

92. **Un bar ha subido 5 céntimos los precios de los refrescos de naranja y cola, de forma que ahora el refresco de naranja cuesta 1,05 € y el refresco de cola cuesta 1,15 €. ¿Ha sido un aumento proporcional?**

Antes costaban 1 € y 1,10 €.

$\frac{0,05}{1} \neq \frac{0,05}{1,1} \rightarrow$ No es proporcional.

93. **Un supermercado vende un producto a 12,80 € cada unidad. También se vende en paquetes de seis unidades a 72 € el paquete. ¿Qué tanto por ciento de descuento se experimenta en el precio de cada unidad del producto al comprarlo en un paquete en lugar de individualmente?**

Cada unidad del paquete de 6 vale $\frac{72}{6} = 12$ €, por lo que tiene un descuento de 0,80 €.

$\frac{0,8 \cdot 100}{12,8} = 6,25 \rightarrow$ Supone un descuento del 6,25 %.

94. **¿Qué tanto por ciento aumenta el área de un cuadrado de lado 6 cm al crecer el lado 1 cm?**

El área del cuadrado de lado 6 cm es 36 cm^2.

El área del cuadrado de lado 7cm es 49 cm^2.

Tiene un aumento de 13 unidades $\rightarrow \frac{13 \cdot 100}{36} = 36,1$ %.

95. **Aumentando el lado de un cuadrado un 40 %, ¿en qué porcentaje queda aumentada su área?**

Si el lado es x, el área es x^2. Si el lado es $1,4x$, el área es $1,96x^2 \rightarrow$ Aumenta un 96 %.

96. **¿A qué cantidad se llega tras aplicar a 560 un aumento del 15 % seguido de un descenso del 12 %? ¿Se llega al mismo resultado aplicando primero el descenso y después el aumento?**

$560 \cdot 1,15 \cdot 0,88 = 566,72$

El resultado sería el mismo porque el producto es conmutativo.

97. **Contesta razonadamente si aplicar a una cantidad dos aumentos del 18 %, uno tras otro, es lo mismo que aplicar un aumento del 18 % al doble de la cantidad.**

Llamamos C a la cantidad sobre la que se hacen los aumentos.

$C \cdot 1,18 \cdot 1,18 = C \cdot 1,3924 \neq 2C \cdot 1,18 = 2,36 \cdot C \rightarrow$ No es lo mismo.

98. **¿Aplicar consecutivamente dos aumentos del 10 % es lo mismo que aplicar un aumento del 20 %?**

Aplicar consecutivamente dos aumentos del 10 % es multiplicar por $1,1^2 = 1,21$.

Aplicar un aumento del 20 % es multiplicar por 1,2.

No es lo mismo.

99. **¿Al aplicar consecutivamente dos disminuciones del 5 % se obtiene el mismo resultado que al aplicar una del 10 %?**

Aplicar consecutivamente dos disminuciones del 5 % es equivalente a multiplicar por $0{,}95^2 = 0{,}9025$.

Disminuir un 10 % es equivalente a multiplicar por 0,9.

No es lo mismo.

100. **Si a una cantidad se le aplica un 8 % de aumento, ¿qué porcentaje de disminución hay que aplicar para obtener la cantidad de partida?**

$$\frac{8}{108} = 7{,}\overset{\frown}{407}\ \%$$

101. **A Carlos le aumentaron el sueldo un 8 % el año pasado, pero este año le descontarán un 6 % y para el próximo año estiman que tendrán que quitarle otro 2 %. ¿Cómo quedará su sueldo después del aumento y los dos descensos?**

Llamando x al sueldo:

Primer año: $x \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right) = 1{,}08x$

Segundo año: $1{,}08x \cdot \left(1 - \frac{6}{100}\right) = 1{,}0152x$

Tercer año: $1{,}0152x \cdot \left(1 - \frac{2}{100}\right) = 0{,}994896x$

102. **Calcula los beneficios que se obtienen al depositar 3 000 € durante 4 años con cada uno de estos réditos anuales.**

a) 2 % b) 1,4 % c) 4 % d) 3,6 %

a) $3\,000 \cdot \frac{2}{100} \cdot 4 = 240$ €

b) $3\,000 \cdot \frac{1{,}4}{100} \cdot 4 = 168$ €

c) $3\,000 \cdot \frac{4}{100} \cdot 4 = 480$ €

d) $3\,000 \cdot \frac{3{,}6}{100} \cdot 4 = 432$ €

103. **Calcula los beneficios que se obtienen al depositar 50 000 € al 1,8 % durante estos tiempos.**

a) 2 años b) 7 años c) 12 años d) 25 años

a) $50\,000 \cdot \frac{1{,}8}{100} \cdot 2 = 1800$ €

b) $50\,000 \cdot \frac{1{,}8}{100} \cdot 7 = 6\,300$ €

c) $50\,000 \cdot \frac{1{,}8}{100} \cdot 12 = 10\,800$ €

d) $50\,000 \cdot \frac{1{,}8}{100} \cdot 25 = 22\,500$ €

104. **Copia la tabla y complétala en tu cuaderno.**

Interés	Capital	Rédito	Tiempo
624 €	4 800 €	2,6 %	5 años
300 €	12 000 €	**1,5 %**	20 meses
140 €	**1 000 €**	3%	4 años y 8 meses
40 €	30 000 €	**3,2 %**	15 días

105. **Calcula el interés que se obtendrá después de invertir 1 600 € al 3,4% durante estos tiempos:**

a) 3 meses
b) 6 días
c) 48 días
d) 5 años y 18 días
e) 8 meses y 12 días
f) 2 años, 5 meses y 9 días

a) $1600 \cdot \frac{3{,}4}{100} \cdot \frac{3}{12} = 13{,}60$ €

b) $1600 \cdot \frac{3{,}4}{100} \cdot \frac{6}{360} = 0{,}91$ €

c) $1600 \cdot \frac{3{,}4}{100} \cdot \frac{48}{360} = 7{,}25$ €

d) $1600 \cdot \frac{3{,}4}{100} \cdot \frac{1818}{360} = 274{,}72$ €

e) $1600 \cdot \frac{3{,}4}{100} \cdot \frac{252}{360} = 38{,}08$ €

f) $1600 \cdot \frac{3{,}4}{100} \cdot \frac{879}{360} = 132{,}83$ €

106. **Calcula durante cuánto tiempo se deben invertir 2 000 € al 2,5 % de rédito para obtener un interés de 200 €.**

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \rightarrow t = \frac{I \cdot 100}{C \cdot r} = \frac{200 \cdot 100}{2\,000 \cdot 2{,}5} = 4 \text{ años}$$

107. **Ruth invirtió 500 € durante cuatro meses y obtuvo unos beneficios de 2,50 €. Su amigo Javier invirtió 800 € durante tres meses y consiguió con ello unos beneficios de 2,80 €. ¿En cuál de las inversiones fue mayor el rédito?**

Ruth: $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \rightarrow r = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t} = \frac{2{,}5 \cdot 12 \cdot 100}{500 \cdot 4} = 1{,}5\,\%$

Javier: $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \rightarrow r = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t} = \frac{2{,}8 \cdot 12 \cdot 100}{800 \cdot 3} = 1{,}4\,\%$

Fue mayor en la inversión de Ruth.

108. **¿Qué inversión da mayores beneficios: 4 000 € al 2,8 % durante 500 días o 5 000 € al 2,5 % durante 480 días?**

$I_1 = 4\,000 \cdot \frac{2{,}8}{100} \cdot \frac{500}{360} = 155{,}56$ €

$I_2 = 5\,000 \cdot \frac{2{,}5}{100} \cdot \frac{480}{360} = 166{,}67$ €

La segunda inversión da mayores beneficios.

109. **Se cree que para construir la pirámide de Keops trabajaron 20 000 personas durante 10 horas diarias y tardaron 20 años en acabarla.**

a) ¿Cuánto tardarían si fuesen 10 000 personas más?
b) ¿Y si hubiesen trabajado 8 horas diarias?

a) $\left.\begin{array}{l} 20\,000 \rightarrow 20 \\ 30\,000 \rightarrow x \end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{20\,000 \cdot 20}{30\,000} = 13{,}33 = 13 \text{ años y 4 meses}$

b) $\left.\begin{array}{l} 10 \rightarrow 20 \\ 8 \rightarrow x \end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 20}{8} = 25 \text{ años}$

110. **Un grupo de 7 personas planta 35 árboles en 2 horas. ¿Cuántos árboles plantarán 12 personas en 3 horas?**

Número de personas y número de árboles → Proporcionalidad directa.

Tiempo en horas y número de árboles → Proporcionalidad directa.

Número de personas	Número de árboles	Tiempo en horas
7	35	2
12	x	3

$$\frac{7}{12}\cdot\frac{2}{3}=\frac{35}{x}\rightarrow x=\frac{35\cdot 3\cdot 12}{7\cdot 2}=90$$

111. **Un ganadero compra 2000 kg de pienso, a 31,77 céntimos de euro cada kilo.**

a) ¿Cuánto le cuesta el pienso?

b) ¿Cuánto pienso podrá comprar con 800 €?

a) $\left.\begin{array}{l}1\,\text{kg}\rightarrow 0{,}3177\text{ €}\\ 2\,000\,\text{kg}\rightarrow x\end{array}\right\}\rightarrow x=2\,000\cdot 0{,}3177=635{,}40\text{ €}$

b) $\left.\begin{array}{l}1\,\text{kg}\rightarrow 0{,}3177\text{ €}\\ x\rightarrow 800\text{ €}\end{array}\right\}\rightarrow x=\dfrac{800}{0{,}3177}=2\,518{,}10\text{ kg}$

112. **En casa de Gonzalo emplean 600 g de arroz, cada jueves, para comer cuatro personas. El jueves próximo tiene dos invitados a comer.**

a) Si conocen anticipadamente que tienen dos invitados, ¿qué cantidad de arroz extra deben emplear para que todos tengan la misma ración que cada jueves?

b) Si los dos invitados llegan cuando ya está cocinado el arroz (empleando la misma cantidad que cada jueves), ¿qué ración de arroz recibe cada comensal?

a) $\left.\begin{array}{l}600\text{ g}\rightarrow 4\text{ personas}\\ x\rightarrow 6\text{ personas}\end{array}\right\}\rightarrow x=\dfrac{600\cdot 6}{4}=900\text{ g}$

b) $600:6=100$ g de arroz recibe cada comensal.

113. **Se decide construir un puente cuyo coste, de un millón de euros, han de pagar entre tres localidades en partes inversamente proporcionales a la distancia de cada localidad al puente. Alameda está a 6 km, Buenasaguas está a 8 km, y Cabestreros, a 10 km. Calcula cuánto ha de pagar cada localidad.**

$$k=\frac{1\,000\,000}{\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}}=\frac{240\,000\,000}{94}=2\,553\,191{,}49$$

A Alameda le corresponden ⟶ $2\,553\,191{,}49:6=425\,531{,}91$ €

A Buenasaguas le corresponden → $2\,553\,191{,}49:8=319\,148{,}94$ €

A Cabestreros le corresponden ⟶ $2\,553\,191{,}49:10=255\,319{,}15$ €

114. En el escaparate de una tienda se leen estas promociones para dos artículos distintos: «Antes 45 €, ahora 35 €» y «Antes 230 €, ahora 170 €». ¿Se han rebajado los dos artículos aplicando el mismo porcentaje?

No se ha aplicado el mismo porcentaje:

$45 \cdot x = 35 \rightarrow x = \frac{35}{45} = 0,\widehat{7}$ → Rebaja del 22,2 %　　　$230 \cdot y = 170 \rightarrow y = \frac{170}{230} = 0,74$ → Rebaja del 26 %

115. Un coche a 90 km/h tarda 6 horas en recorrer cierta distancia. ¿Cuánto tardará si aumenta su velocidad un 9 %? Si recorre esa misma distancia en 5 horas, ¿a qué velocidad ha viajado?

$$\left.\begin{array}{l} 90 \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ horas} \\ 90 \cdot 1,09 \text{ km/h} \rightarrow x \end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{90 \cdot 6}{90 \cdot 1,09} = 5,5 \text{ horas} = 5 \text{ horas y } 30 \text{ minutos}$$

$$\left.\begin{array}{l} 90 \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ horas} \\ y \rightarrow 5 \text{ horas} \end{array}\right\} \rightarrow y = \frac{90 \cdot 6}{5} = 108 \text{ km/h}$$

116. En el escaparate de un establecimiento se anunciaron las primeras rebajas con un descuento del 30 % sobre el precio original. Después se anunciaron las segundas rebajas con un descuento del 40 % sobre el precio ya rebajado. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera y equivalente a la situación anterior?

a) Aplican al precio inicial un 30 % de descuento durante una temporada y otra temporada aplican un 40 %. Dependiendo de la temporada, así es la rebaja.

b) Aplican un 30 % de descuento y luego hacen un 40 %, con lo que realmente hacen un 70 % de rebaja.

c) Aplican un 30 % durante una temporada y luego rebajan los precios ya rebajados un 40 %, con lo que comprando durante las segundas rebajas los artículos están rebajados un 58 %.

La afirmación verdadera es la del apartado c), ya que 0,7 · 0,6 = 0,42 → Descuento del 58 %.

118. Se mezclan dos tipos de vino, *A* y *B*, de precios 0,71 €/ℓ y 1,15 €/ℓ en la proporción de 4 litros de tipo *A* y 3 litros de tipo *B*. ¿A qué precio sale el litro de la mezcla?

(0,71 · 4 + 1,15 · 3) : 7 = 0,90 €/l

119. ¿En qué proporción hay que mezclar dos tipos de carne, *A* y *B*, para hamburguesas, cuyos precios son 5 €/kg y 8 €/kg para que resulte una mezcla que se pueda vender por 7,25 €/kg?

Sea x la cantidad de carne tipo *A* y sea y la cantidad de carne tipo *B*.

$$\frac{5x + 8y}{x + y} = 7,25 \rightarrow 5x + 8y = 7,25x + 7,25y \rightarrow 2,25x = 0,75y \rightarrow y = 3x$$

Por cada kilo de carne tipo *A* habrá 3 kilos de carne tipo *B*.

120. Mezclamos 18 kg de café de 3,45 €/kg con 16 kg de café de 2,70 €/kg. ¿A cuánto hay que vender el kilo de la mezcla para ganar un 16 %?

(3,45 · 18 + 2,70 · 16) : 34 = 3,10 €/kg

Para ganar un 16 % aumentamos el precio: 3,10 · 1,16 = 3,60 €/kg

Hay que vender cada kilo de la mezcla a 3,60 €.

121. **Un lingote de 200 g de plata de ley del 90 % (de pureza) se funde con otro de 300 g de 80 % de ley. ¿Cuál es la ley del nuevo lingote?**

El metal total es:

$$200 + 300 = 500 \text{ g}$$

El total de plata pura es:

$$\frac{200 \cdot 90}{100} + \frac{300 \cdot 80}{100} = 420 \text{ g}$$

La ley de la mezcla es:

$$\frac{420}{500} = 84\,\%$$

La ley del nuevo lingote es del 84 %.

122. **Realiza un estudio comparativo: ¿cuál de las siguientes ofertas es la más beneficiosa para el consumidor?**

- «3 × 2»
- «2.ª unidad al 70 %»
- «30 % de descuento»
- «5 € de descuento por compras de más de 40 €»
- «20 % más de producto gratis»

«3 × 2» ⟶ La unidad cuesta $\frac{2}{3}$ del precio inicial.

«2.ª unidad al 70 %» ⟶ La unidad cuesta $\frac{1{,}3}{2}$ del precio inicial.

«30 % de descuento» ⟶ La unidad cuesta $\frac{70}{100}$ del precio inicial.

«5 € de descuento por compras de más de 40 €» ⟶ El precio final es $\frac{35}{40}$ del precio inicial si es múltiplo de 40.

«20 % más de producto gratis» ⟶ La unidad cuesta $\frac{1}{1{,}2}$ del precio inicial.

Comparamos las fracciones para ver con qué oferta pagaremos menos dinero:

$$\frac{2}{3} = 0{,}67 \qquad \frac{1{,}3}{2} = 0{,}65 \qquad \frac{70}{100} = 0{,}7 \qquad \frac{35}{40} = 0{,}875 \qquad \frac{1}{1{,}2} = 0{,}83$$

La oferta más beneficiosa para el comprador, independientemente de si la compra es de más de 40 € o no, es la oferta «2.ª unidad al 70 %».

Ordenamos las ofertas de la más a la menos beneficiosa:

1.ª: «2.ª unidad al 70 %»

2.ª: «3 × 2»

3.ª: «30 % de descuento»

4.ª: «5 € de descuento por compras de más de 40 €»

5.ª: «20 % más de producto gratis»

SABER HACER

1. Determina si existe proporcionalidad entre estas magnitudes y calcula su constante.

Magnitud *A*	1	2	3	4
Magnitud *B*	5	10	15	20

Magnitud *A*	1	2	3	4
Magnitud *B*	36	18	12	9

En la primera tabla las magnitudes son directamente proporcionales, y $k = \frac{1}{5}$.

En la segunda tabla las magnitudes son inversamente proporcionales, y $k = 36$.

2. Sabiendo que dos pasos de Marcos equivalen a 95 cm:

a) ¿Cuánto miden cinco pasos?

b) ¿Y 30 pasos?

a) $\left.\begin{array}{l}2 \text{ pasos} \rightarrow 95 \text{ cm}\\ 5 \text{ pasos} \rightarrow x\end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 95}{2} = 237{,}5 \text{ cm}$

b) $\left.\begin{array}{l}2 \text{ pasos} \rightarrow 95 \text{ cm}\\ 30 \text{ pasos} \rightarrow y\end{array}\right\} \rightarrow y = \frac{30 \cdot 95}{2} = 1425 \text{ cm}$

3. El agua de un aljibe se saca en 340 veces empleando un cubo de 18 litros de capacidad. Si utilizamos un cubo de 12 litros, ¿cuántas veces necesitaremos introducir el cubo para vaciar el aljibe?

$\left.\begin{array}{l}340 \text{ veces} \rightarrow 18 \text{ l}\\ x \rightarrow 12 \text{ l}\end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{340 \cdot 18}{12} = 510 \text{ veces}$

4. Ocho amigos se van de vacaciones 10 días por 3 500 €. ¿Cuánto les costarían unas vacaciones similares a las anteriores pero de 6 días de duración a 5 amigos?

Número de amigos y dinero ⟶ Proporcionalidad directa.

Número de días y dinero ⟶ Proporcionalidad directa.

Número de amigos	Dinero	Número de días
8	3 500	10
5	*x*	6

$\frac{8}{5} \cdot \frac{10}{6} = \frac{3\,500}{x} \rightarrow x = \frac{3\,500 \cdot 5 \cdot 6}{8 \cdot 10} = 1312{,}50 \text{ €}$

5. Un abuelo reparte 10 350 € entre sus tres nietos de forma directamente proporcional a sus edades. Si los dos hermanos menores tienen 22 años y 23 años, calcula.

a) La edad del hermano mayor, sabiendo que le correspondieron 3600 €.

b) Las cantidades de los otros hermanos.

a) $\frac{10\,350}{x+22+23} = \frac{3\,600}{x} \rightarrow 10\,350x = 3\,600x + 162\,000 \rightarrow x = 24$ años

b) $k = \frac{3\,600}{24} = 150$. Al nieto que tiene 22 años le correspondieron:

$150 \cdot 22 = 3\,300$ €, y al nieto de 23 años: $150 \cdot 23 = 3\,450$ €

6. Ramiro tiene una colección de 4554 monedas que quiere repartir entre sus hijos de forma inversamente proporcional a sus edades: 3, 5, 6 y 8 años. ¿Cuántas monedas recibirá cada uno?

$$P_1 \cdot 3 = P_2 \cdot 5 = P_3 \cdot 6 = P_4 \cdot 8 = \frac{4\,554}{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}} \rightarrow k = 5\,520 = \text{constante de proporcionalidad}$$

$P_1 = 5\,520 : 3 = 1840$

$P_2 = 5\,520 : 5 = 1104$

$P_3 = 5\,520 : 6 = 920$

$P_4 = 5\,520 : 8 = 690$

7. Lucía reparte el 60% de su bolsa de caramelos entre sus amigas. Si le quedan 18 caramelos, ¿cuántos ha repartido?

$$\left.\begin{array}{l} 18 \text{ caramelos} \rightarrow 40\,\% \\ x \rightarrow 100\,\% \end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{1800}{40} = 45$$

45 – 18 = 27

Ha repartido 27 caramelos.

8. Si a cierta cantidad *C* se le aplica un descuento del 15% y un aumento del 30%, resulta 2210 €. ¿Cuál es la cantidad *C*? ¿Qué porcentaje total se le ha aplicado?

$$C \cdot 0{,}85 \cdot 1{,}3 = 2210\text{ €} \rightarrow C = \frac{2210}{0{,}85 \cdot 1{,}3} = \frac{2210}{1{,}105} = 2000\text{ €}$$

El porcentaje total aplicado es 0,85 · 1,3 = 1,105; esto es, un aumento del 10,5 %.

9. Enrique invierte sus ahorros durante cinco años al 3,4%. Le informan de que durante ese tiempo ganará 1360 €. ¿Qué cantidad invirtió Enrique?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \rightarrow 1360 = \frac{C \cdot 3{,}4 \cdot 5}{100} \rightarrow C = \frac{1360 \cdot 100}{3{,}4 \cdot 5} = 8\,000\text{ €}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

123. La mayoría de las tarjetas de crédito permiten aplazar los pagos en cuotas mensuales, aunque este aplazamiento trae asociados intereses. Por ejemplo, si compramos un televisor de 500 €, podemos aplazar el pago abonando 100 € durante 5 meses, a lo que habría que añadir los intereses que nos cobra el banco por aplazar esa deuda.

El método más empleado para calcular estos intereses es el que se basa en el *saldo promedio diario*.

Para calcularlo, se utiliza el siguiente proceso:

1. Se multiplica cada uno de los saldos que hubo ese mes por el número de días que se ha mantenido.
2. Se suman todos los productos resultantes y se dividen por el número de días del mes.

Por ejemplo, si tenemos una tarjeta de crédito con un tipo de interés del 1,5 % mensual, un pago fijo mensual de 400 € y con un saldo final del mes anterior de 1 700 €, el interés que hay que pagar se calcula de la siguiente forma:

Fecha	Concepto	Movimiento	Saldo
01/01/2014	Saldo inicial		− 1 700,00
05/01/2014	Compra	− 250,00	− 1 950,00
07/01/2014	Cuota mensual	+ 400,00	− 1 550,00
25/01/2014	Compra	− 75,00	− 1 625,00
01/02/2014			− 1 625,00

1700 € x 4 días = 6 800
1950 € x 2 días = 3 900
1550 € x 18 días = 27 900
1625 € x 7 días = 11 375
49 975
(49 975 : 31 días) · 1,5 % = 24,18 €

Los intereses que tendría que pagar el dueño de esta tarjeta de crédito, durante este mes, serían 24,18 €.

- A la derecha están los movimientos de la tarjeta de crédito de los padres de María durante el mes de junio del año 2014. ¿Cuánto pagarán de intereses los padres de María por esta tarjeta de crédito? Si no realizasen la compra del día 25, ¿cuánto pagarían?

Fecha	Concepto	Movimiento	Saldo
01/06/14	Saldo inicial		− 400
03/06/14	Cuota mensual	+ 350	− 50
12/06/14	Compra	− 240	− 290
25/06/14	Compra	− 120	− 410
01/07/14			− 410

400 € · 2 días = 800 €   50 € · 9 días = 450 €   290 € · 13 días = 3 770 €   410 € · 5 días = 2 050 €

En total, 7 070 €   (7 070 : 30) · 1,5 % = 3,54 €

Si no realizasen la compra del día 25 pagarían:

400 € · 2 días = 800 €   50 € · 9 días = 450 €   290 € · 18 días = 5 220 €

En total, 6 470 €   (6 470 : 30) · 1,5 % = 3,24 €

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

124. Si una magnitud *A* es directamente proporcional a otra *B*, y esta es inversamente proporcional a *C*, ¿cómo son *A* y *C*?

A y *B* son directamente proporcionales $\rightarrow \frac{A}{B} = k_1$

B y *C* son inversamente proporcionales $\rightarrow B \cdot C = k_2$

Si multiplicamos los dos términos de la igualdad por k_1:

$$B \cdot C = k_2 \rightarrow B \cdot C \cdot k_1 = k_2 \cdot k_1 \rightarrow B \cdot C \cdot \frac{A}{B} = k_2 \cdot k_1 \rightarrow A \cdot C = k_2 \cdot k_1$$

Luego *A* y *C* son inversamente proporcionales.

125. Reparte un número *k* en dos partes directamente proporcionales a dos números cualesquiera, *m* y *n*, y después, haz el reparto inversamente proporcional a los mismos valores. ¿Qué relación hay entre las partes obtenidas en cada reparto? ¿Ocurre siempre lo mismo?

El reparto directamente proporcional a *m* es:

$$\frac{k}{m+n} = \frac{x}{m} \rightarrow x = \frac{m \cdot k}{m+n}$$

y el de *n* es:

$$\frac{k}{m+n} = \frac{y}{n} \rightarrow x = \frac{n \cdot k}{m+n}$$

El reparto inversamente proporcional a *m* es:

$$\frac{k}{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}} = x \cdot m \rightarrow x = \frac{k \cdot m \cdot n}{(m+n)m} = \frac{n \cdot k}{m+n}$$

y el de *n* es:

$$\frac{k}{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}} = y \cdot n \rightarrow y = \frac{k \cdot m \cdot n}{(m+n)n} = \frac{m \cdot k}{m+n}$$

El reparto, en cada caso, es el contrario; lo que le corresponde a *m* en el reparto directamente proporcional es lo que le corresponde a *n* en el reparto inversamente proporcional, y viceversa.

Ocurre siempre independientemente de los valores de *m* y *n*.

126. Si una cierta cantidad la disminuimos en un 10 %, ¿en qué porcentaje debemos incrementarla para obtener la misma cantidad?

$$0{,}9 \cdot x \cdot C = C \rightarrow 0{,}9 \cdot x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{0{,}9} = 1{,}1111...$$

Debemos incrementarla un 11,11 %.

127. Deduce qué porcentaje representa una cantidad *C* con respecto a estas otras.

a) 2*C*
b) 3*C*
c) 10*C*
d) 20*C*
e) 4*C*
f) 5*C*
g) 50*C*
h) 100*C*

a) $\frac{C}{2C} = \frac{1}{2} \rightarrow 50\ \%$ c) $\frac{C}{10C} = \frac{1}{10} \rightarrow 10\ \%$ e) $\frac{C}{4C} = \frac{1}{4} \rightarrow 25\ \%$ g) $\frac{C}{50C} = \frac{1}{50} \rightarrow 2\ \%$

b) $\frac{C}{3C} = \frac{1}{3} \rightarrow 33,\widehat{3}\ \%$ d) $\frac{C}{20C} = \frac{1}{20} \rightarrow 5\ \%$ f) $\frac{C}{5C} = \frac{1}{5} \rightarrow 20\ \%$ h) $\frac{C}{100C} = \frac{1}{100} \rightarrow 1\ \%$

128. Una lámina de cristal absorbe el 20 % de la luz roja que le llega, es decir, deja pasar el 80 %. ¿Cuántas láminas hacen falta como mínimo, una encima de otra, para que pase como máximo la mitad de la luz roja que le llegue?

$0,80^x < 0,5$ $0,80 \cdot 0,80 = 0,64$

$0,64 \cdot 0,80 = 0,512$

$0,512 \cdot 0,80 = 0,4096$

Hacen falta como mínimo 4 láminas.

PRUEBAS PISA

129. El fotógrafo de animales Jean Baptiste realizó una expedición de un año de duración y sacó numerosas fotos de pingüinos y sus polluelos.

Se interesó especialmente por el aumento de tamaño de distintas colonias de pingüinos.

- Jean se pregunta cómo evolucionará en los próximos años el tamaño de una colonia de pingüinos. Para determinarlo elabora las siguientes hipótesis:
  - A comienzos de año, la colonia consta de 10 000 pingüinos (5 000 parejas).
  - Cada pareja de pingüinos cría un polluelo todos los años por primavera.
  - A finales de año, el 20 % de los pingüinos (adultos y polluelos) morirá.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y polluelos) hay en la colonia?

- Jean establece la hipótesis de que la colonia seguirá creciendo de la siguiente manera:
  - Al comienzo de cada año, la colonia consta del mismo número de pingüinos machos y hembras que forman parejas.
  - Cada pareja de pingüinos cría un polluelo todos los años por primavera.
  - Al final de cada año, el 20 % de los pingüinos (adultos y polluelos) morirá.
  - Los pingüinos de un año de edad también criarán polluelos.

Según las anteriores hipótesis, ¿cuál de las siguientes fórmulas expresa el número total de pingüinos, *P*, después de 7 años?

a) $P = 10000 \times (1,5 \times 0,2)^7$

b) $P = 10000 \times (1,5 \times 0,8)^7$

c) $P = 10000 \times (1,2 \times 0,2)^7$

d) $P = 10000 \times (1,2 \times 0,8)^7$

(Prueba PISA 2006)

- $10\,000 + 5\,000 = 15\,000$ $0,8 \cdot 15\,000 = 12\,000$
- La hipótesis correcta es la b).

  Año 1: $10\,000 \cdot 1,5 \cdot 0,8$

  Año 2: $10\,000 \cdot (1,5 \cdot 0,8)^2$

  Año 3: $10\,000 \cdot (1,5 \cdot 0,8)^3$

  …

  Año 7: $10\,000 \cdot (1,5 \cdot 0,8)^7$