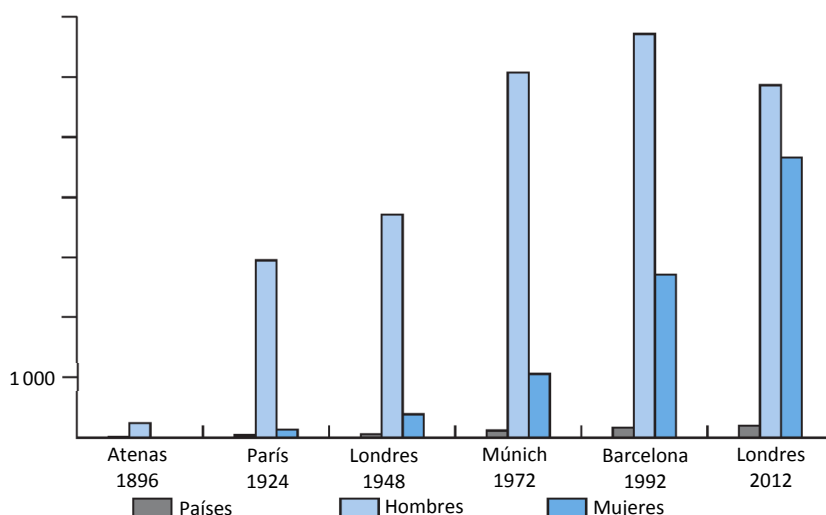


# Funciones y gráficas

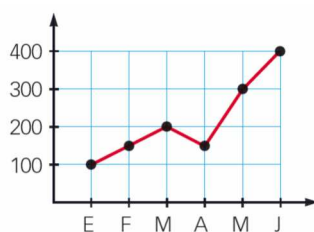
## PUNTO DE PARTIDA

Los Juegos Olímpicos se celebran cada cuatro años desde 1896, y cada vez es mayor el número de países participantes y de atletas que compiten. Representa gráficamente la evolución que han tenido desde entonces el número de países, el de hombres y el de mujeres participantes, con los datos correspondientes a estas seis Olimpiadas.

	Atenas (1896)	París (1924)	Londres (1948)	Múnich (1972)	Barcelona (1992)	Londres (2012)
Países	13	44	59	121	169	204
Hombres	241	2 954	3 714	6 075	6 652	5 864
Mujeres	0	135	390	1 059	2 704	4 659



1. La gráfica representa el número de clientes de una heladería en los 6 primeros meses del año. ¿Cuántos clientes hubo cada mes y cuántos hubo en total? ¿Cuáles son los meses de máxima y mínima afluencia de público?

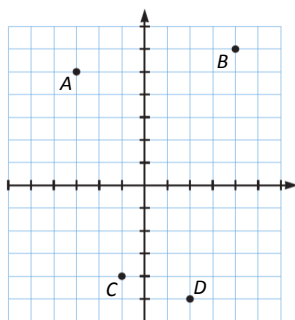


En enero hubo 100 clientes; en febrero, 150; en marzo, 200; en abril, 150; en mayo, 300; y en junio, 400.

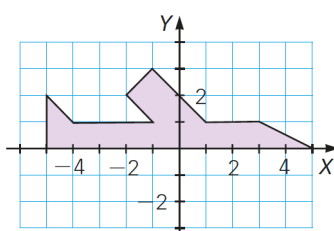
El total fue de  $100 + 150 + 200 + 150 + 300 + 400 = 1\,300$  clientes.

El mes de máxima afluencia de público fue junio; y el de mínima, enero.

2. Representa en el plano los puntos  $A(-3, 5)$ ,  $B(4, 6)$ ,  $C(-1, -4)$  y  $D(2, -5)$ .



3. ¿Cuáles son las coordenadas de los puntos que faltan para completar el avión de la figura?



Faltan los puntos simétricos con respecto al eje X:

$A(3, -1)$ ,  $B(1, -1)$ ,  $C(-1, -3)$ ,  $D(-2, -2)$ ,  $E(-1, -1)$ ,  $F(-4, -1)$ ,  $G(-5, -2)$ .

4. Escribe la expresión algebraica correspondiente.

- a) Área de un cuadrado de lado  $x$ .
- b) Precio de  $x$  kg de tomates, a 1,35 €/kg.
- c) Precio de  $x$  meses de asistencia a un curso, a 42 € cada mes, más 50 € de matrícula.
- d) Perímetro de un rectángulo, de base el doble que la altura.

a)  $y = x^2$ , siendo  $y$  el área, y  $x$  el lado del cuadrado.

b)  $y = 1,35x$ , siendo  $y$  el precio total, y  $x$  el número de kilos de tomates.

c)  $y = 50 + 42x$ , siendo  $y$  el precio total, y  $x$  el número de meses de asistencia al curso.

d)  $y = 6x$ , siendo  $y$  el perímetro del rectángulo, y  $x$  la longitud de la altura.

5. Alquilar una bicicleta cuesta 4 €. Este precio incluye la primera hora de alquiler y el tiempo extra cuesta 1,50 € cada media hora. Escribe la expresión algebraica que permite calcular el precio del alquiler, y halla lo que costaría tener la bicicleta 2; 3,5 y 5 h. ¿Cuántas horas tendríamos que alquilar la bicicleta para que el precio final fuera de 17,50 €?

$y =$  precio total                       $x =$  número de horas de alquiler

La expresión algebraica es  $y = 4 + 3(x - 1)$  para  $x \geq 1$

Alquilar la bicicleta 2 horas costará  $4 + 3 \cdot (2 - 1) = 7 \text{ €}$

Alquilar la bicicleta 3,5 horas costará  $4 + 3 \cdot (3,5 - 1) = 11,50 \text{ €}$

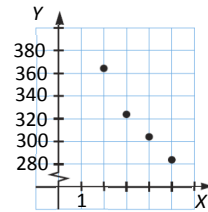
Alquilar la bicicleta 5 horas costará  $4 + 3 \cdot (5 - 1) = 16 \text{ €}$

Para calcular las horas de alquiler que costarían 17,50 €, se despeja  $x$  de la ecuación:

$$17,5 = 4 + 3(x - 1) \rightarrow 4,5 = x - 1 \rightarrow x = 5,5 \text{ horas.}$$

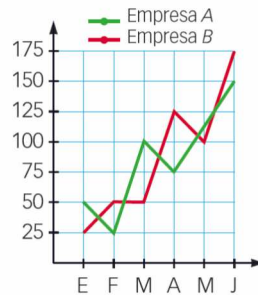
6. Julio está practicando para el torneo de dardos con lanzamientos desde 2, 3, 4 y 5 m. Los puntos que ha obtenido desde cada distancia son 367, 324, 309 y 283, respectivamente. Elabora una tabla relacionando las distancias con los puntos, y representa gráficamente los datos. ¿Se pueden unir los puntos de la gráfica? ¿Por qué?

$x =$ distancia	$y =$ puntos
2	367
3	324
4	309
5	283



Los puntos no se pueden unir porque son datos discretos.

7. Aquí ves las ventas de aparatos de aire acondicionado de dos empresas entre enero y junio. ¿Cuál es el mejor mes para la venta? ¿Qué empresa ha vendido más aparatos?



El mejor mes para la venta es junio, porque es donde está el máximo de ambas empresas.

En junio, la que ha vendido más aparatos de aire acondicionado ha sido la empresa B.

8. Indica si estas expresiones representan o no funciones.

- a)  $y = \sqrt{2x + 3}$       d)  $y = 4x - 2$   
 b)  $y = x^2 - 1$       e)  $y = 3$   
 c)  $y = \frac{3}{x}$       f)  $y = x$

a) No es una función, porque para cada valor de  $x$  existen dos valores de  $y$ :

$x$	$\frac{1}{2}$	3	11
$y$	$\sqrt{4} = \pm 2$	$\sqrt{9} = \pm 3$	$\sqrt{25} = \pm 5$

b) Sí es una función, porque para cada valor de  $x$  existe un único valor de  $y$ :

$x$	0	1	2	3	4
$y$	-1	0	3	8	15

c) Sí es una función, porque para cada valor de  $x$  existe un único valor de  $y$ :

$x$	1	2	3	4	5
$y$	3	1,5	1	0,75	0,6

d) Sí es una función, porque para cada valor de  $x$  existe un único valor de  $y$ :

$x$	0	1	2	3	4
$y$	-2	2	6	10	14

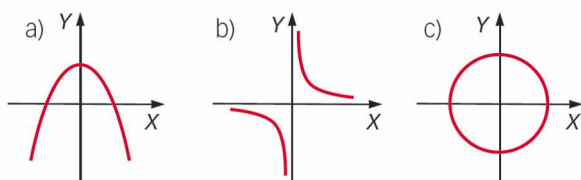
e) Sí es una función, porque para cada valor de  $x$  existe un único valor de  $y$ :

$x$	0	1	2	3	4
$y$	3	3	3	3	3

f) Sí es una función, porque para cada valor de  $x$  existe un único valor de  $y$ :

$x$	0	1	2	3	4
$y$	0	1	2	3	4

9. Di si las siguientes gráficas son funciones.

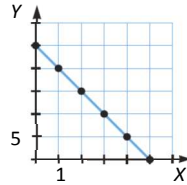


- a) Sí, para cada valor de  $x$  hay un único valor de  $y$ .  
 b) Sí, para cada valor de  $x$  hay un único valor de  $y$ .  
 c) No, para algunos valores de  $x$  hay dos valores de  $y$ .

10. Un camión que se desplaza a 25 m/s empieza a frenar a razón de 5 m cada segundo. ¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona la velocidad con el tiempo? Representa, mediante una tabla y una gráfica, la evolución de la velocidad del camión con el tiempo, hasta que se detiene.

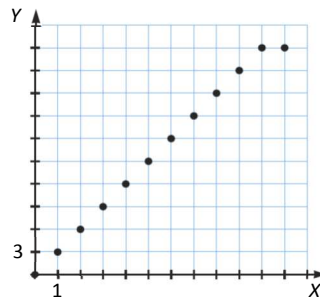
$v = 25 - 5t$ ,  $v$  = velocidad en m/s instante  $t$ , en segundos.

$t$	0	1	2	3	4	5
$v$	25	20	15	10	5	0



11. En la empresa de Alicia, por cada mes trabajado durante el año se tiene derecho a 3 días de vacaciones, hasta un máximo de 30. Representa esa relación de todas las formas posibles y halla el dominio y el recorrido de la función.

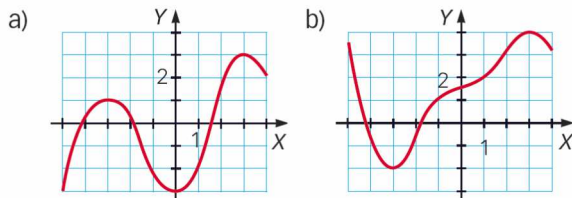
$x$ = meses trabajados	$y$ = días de vacaciones
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18
7	21
8	24
9	27
10	30
11	30



La función que representa esta relación es  $y = \begin{cases} 3x & \text{para } 0 \leq x < 10 \\ 30 & \text{para } 10 < x \leq 11 \end{cases}$

Su dominio es el conjunto  $\{0, 1, 2, \dots, 11\}$  y el recorrido, los múltiplos de 3.

12. Localiza los máximos y los mínimos.



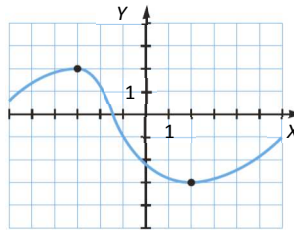
- a) Máximos:  $(-3, 1)$  y  $(3, 3)$       Mínimo:  $(0, -3)$   
 b) Máximo:  $(3, 4)$       Mínimo:  $(-3, -2)$

13. ¿Puede haber un máximo en una función que siempre es decreciente? ¿Y un mínimo en una función que siempre es decreciente? ¿Por qué?

No, porque los máximos y los mínimos son puntos donde cambia el crecimiento de la función.

14. Dibuja la gráfica de una función que tenga un máximo en el punto  $(-3, 2)$  y un mínimo en  $(2, -3)$ . Estudia su crecimiento.

Respuesta abierta. Por ejemplo:



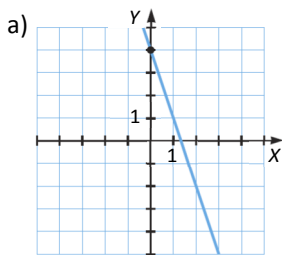
La función es creciente en  $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$  y es decreciente en  $(-3, 2)$ .

15. Dibuja las gráficas de las siguientes funciones. ¿En qué punto cortan al eje Y?

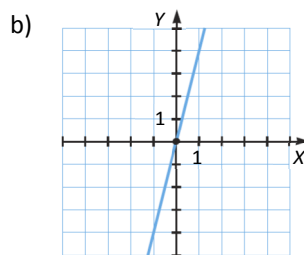
a)  $y = -3x + 4$

b)  $y = 4x$

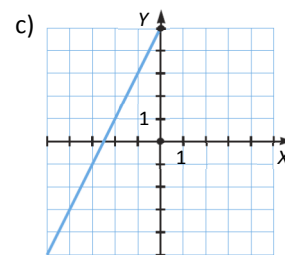
c)  $y = 2x + 5$



Corta al eje Y en el  $(0, 4)$ .



Corta al eje Y en el  $(0, 0)$ .



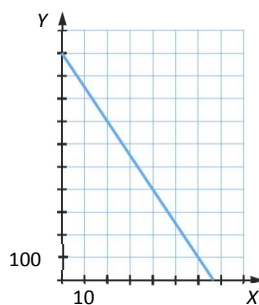
Corta al eje Y en el  $(0, 5)$ .

16. Un depósito de 1000 ℓ de gasolina pierde por una fisura 15 ℓ cada hora. Determina la expresión algebraica de la función que indica los litros de gasolina que quedan en el depósito en cada momento. Haz una tabla de valores y representa la función gráficamente.

$y$  = litros que quedan en el depósito       $x$  = horas que han transcurrido.

La expresión algebraica es  $y = 1000 - 15x$

$x$	$y$
0	1000
10	850
20	700
30	550
40	400
50	250



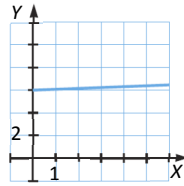
17. Indica la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones.

- a)  $y = -3x + 4$       b)  $y = 4x - 2$       c)  $y = -5$       d)  $y = -4x$   
 a)  $m = -3$        $n = 4$       c)  $m = 0$        $n = -5$   
 b)  $m = 4$        $n = -2$       d)  $m = -4$        $n = 0$

18. Una compañía cobra una tarifa fija de 6 € más 0,04 € por cada kWh consumido. Halla la función que representa el precio en función de los kWh, y dibuja su gráfica. ¿Cuál es la pendiente? ¿Y la ordenada en el origen?

$y =$  precio en €       $x =$  total de kWh consumidos.

La expresión de la función es  $y = 6 + 0,04x$ . La pendiente es  $m = 0,04$ ; y la ordenada en el origen,  $n = 6$ .



19. Obtén la ecuación de la recta que pasa por los siguientes puntos.

- a)  $A(1, 6)$  y  $B(3, 9)$   
 b)  $A(-1, 0)$  y  $B(0, 4)$   
 c)  $A(-3, 6)$  y  $B(2, -4)$   
 d)  $A(2, 4)$  y  $B(3, 1)$   
 e)  $A(-1, -2)$  y  $B(2, 5)$

a)  $m = \frac{9-6}{3-1} = \frac{3}{2}$        $y = mx + n \xrightarrow{x=1, y=6} 6 = \frac{3}{2} + n \rightarrow n = \frac{9}{2}$

La recta es  $y = \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$ .

b)  $m = \frac{4-0}{0-(-1)} = 4$        $y = mx + n \xrightarrow{x=-1, y=0} 0 = -4 + n \rightarrow n = 4$

La recta es  $y = 4x + 4$ .

c)  $m = \frac{-4-6}{2-(-3)} = -2$        $y = mx + n \xrightarrow{x=-3, y=6} 6 = 6 + n \rightarrow n = 0$

La recta es  $y = -2x$ .

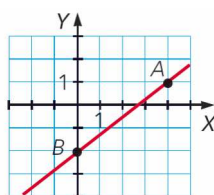
d)  $m = \frac{1-4}{3-2} = -3$        $y = mx + n \xrightarrow{x=2, y=4} 4 = -6 + n \rightarrow n = 10$

La recta es  $y = -3x + 10$ .

e)  $m = \frac{5-(-2)}{2-(-1)} = \frac{7}{3}$        $y = mx + n \xrightarrow{x=-1, y=-2} -2 = -\frac{7}{3} + n \rightarrow n = \frac{1}{3}$

La recta es  $y = \frac{7}{3}x + \frac{1}{3}$ .

20. Halla la ecuación de la recta que está representada en esta gráfica.



Con un punto y la pendiente se obtiene la ecuación de la recta:

$$\left. \begin{matrix} A(4,1) \\ B(0,-2) \end{matrix} \right\} \rightarrow m = \frac{-2-1}{0-4} = \frac{3}{4} \rightarrow n = -2 \quad \text{La recta es } y = \frac{3}{4}x - 2.$$

21. Calcula la ecuación explícita, punto-pendiente y general de las rectas que pasan por estos puntos.

- a)  $A(1, 5)$  y  $B(-1, 1)$
- b)  $A(1, 1)$  y  $B(-1, 5)$
- c)  $A(1, -3)$  y  $B(-1, -1)$

a)  $m = \frac{5-1}{1+1} = 2$

Punto-pendiente:  $y - 1 = 2(x + 1)$

Explícita:  $y = 2x + 3$

General:  $2x - y + 3 = 0$

b)  $m = \frac{1-5}{1+1} = -2$

Punto-pendiente:  $y - 1 = -2(x - 1)$

Explícita:  $y = -2x + 3$

General:  $2x + y - 3 = 0$

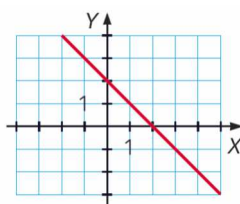
c)  $m = \frac{-3+1}{1+1} = -1$

Punto-pendiente:  $y + 1 = -(x + 1)$

Explícita:  $y = -x - 2$

General:  $x + y + 2 = 0$

22. Determina la ecuación explícita, punto-pendiente y general de esta recta.



Tomando dos puntos de la recta:

$$\left. \begin{matrix} A(2,0) \\ B(0,2) \end{matrix} \right\} \rightarrow m = \frac{2}{-2} = -1$$

Punto-pendiente:  $y - 0 = -(x - 2)$

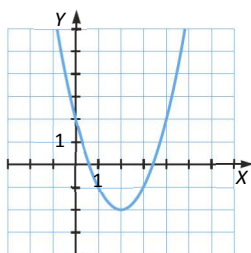
Explícita:  $y = -x + 2$

General:  $x + y - 2 = 0$



23. Dibuja la gráfica de la función cuadrática  $y = x^2 - 4x + 2$ . Determina cuál es su vértice.

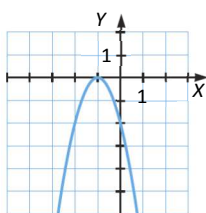
x	y
-1	7
0	2
1	-1
2	-2
3	-1
4	2
5	7



El vértice es el punto  $V(2, -2)$ .

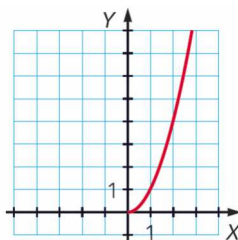
24. Dibuja la gráfica y calcula el vértice de la función cuadrática  $y = -2x^2 - 4x - 2$ .

x	y
-4	-18
-3	-8
-2	-2
-1	0
0	-2
1	-8
2	-18



El vértice es el punto  $V(-1, 0)$ .

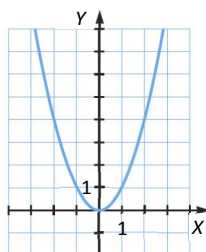
25. Completa en tu cuaderno esta parábola y señala sus elementos y sus propiedades.



El eje de simetría es la recta  $x = 0$ , y el vértice, el punto  $V(0, 0)$ .

El único punto de corte con los ejes es el  $(0, 0)$ .

Las ramas de la parábola van hacia arriba.



26. Dibuja la gráfica de estas funciones cuadráticas calculando su vértice y sus puntos de corte con los ejes.

a)  $y = -2x^2 + 4x - 3$

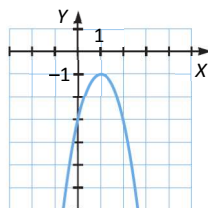
b)  $y = x^2 - 4x + 3$

c)  $y = x^2 + 4$

a) Vértice:  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right) \xrightarrow{a=-2, b=4, c=-3} V(1, -1)$

Puntos de corte con el eje X:  $-2x^2 + 4x - 3 = 0 \rightarrow$  No tiene.

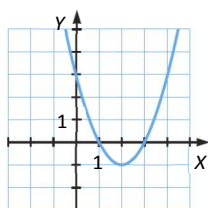
Punto de corte con el eje Y:  $(0, -3)$



b) Vértice:  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right) \xrightarrow{a=1, b=-4, c=3} V(2, -1)$

Puntos de corte con el eje X:  $x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow (1, 0) \\ x = 3 \rightarrow (3, 0) \end{cases}$

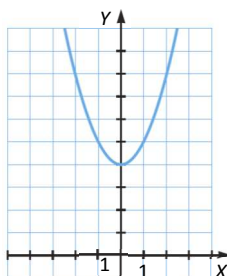
Punto de corte con el eje Y:  $(0, 3)$



c) Vértice:  $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right) \xrightarrow{a=1, b=0, c=4} V(0, 4)$

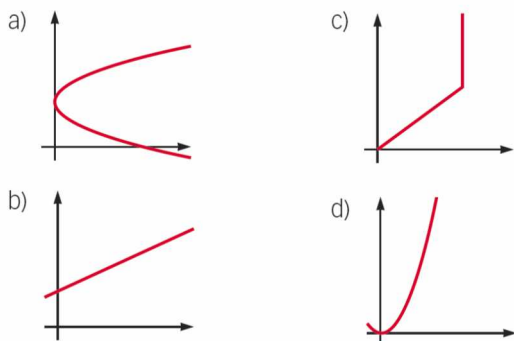
Puntos de corte con el eje X:  $x^2 + 4 = 0 \rightarrow$  No tiene.

Punto de corte con el eje Y:  $(0, 4)$ .



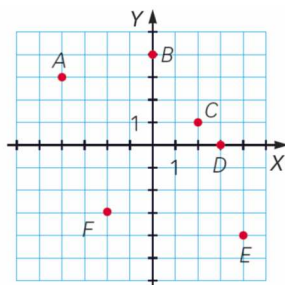
**ACTIVIDADES FINALES**

27. Observa las gráficas e indica las que corresponden a funciones y las que no.



Son funciones las gráficas b) y d).

28. ¿Cuáles son las coordenadas de estos puntos?



A (-4, 3)      B (0, 4)      C (2, 1)      D (3, 0)      E (4, -4)      F(-2, -3)

29. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas equivale a la expresión «si cada kilogramo de patatas cuesta 1,29 €, calcula el coste de una compra»?

- a)  $y = x + 1,29$       c)  $y = 1 + 0,29x$
- b)  $y = 1,29x$       d)  $y = 1,29x + 1$

$x$  = kilogramos de patatas       $y$  = coste en € de una compra

Entonces, la expresión algebraica correcta es la b).

30. En cierta compañía telefónica cobran 15 céntimos por establecimiento de llamada y 4 céntimos el minuto. ¿Qué expresión algebraica representa el coste de usar esta compañía?

$x$  = minutos que dura una llamada       $y$  = coste total en € de la llamada

La expresión algebraica es  $y = 0,15 + 0,04x$ .

**31. Una bolsa de patatas fritas cuesta 1,50 €.**

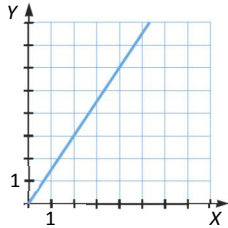
- a) Expresa algebraicamente la función «número de bolsas»-«precio».
- b) Construye una tabla de valores.
- c) Realiza su gráfica.

a)  $y = 1,50x$ , donde  $x$  es el número de bolsas; e  $y$ , el precio total.

b)

<b>x</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>y</b>	0	1,50	3	4,50	6	7,50	9	10,50	12

c)



**32. Esta tabla muestra la conversión de velocidad en kilómetros por hora a millas por hora.**

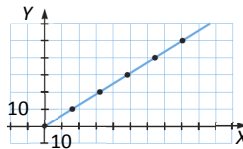
Km/h	16,1	32,2	48,3	64,4	80,5
Millas/h	10	20	30	40	50

- a) Dibuja la gráfica asociada.
- b) Escribe la expresión algebraica que relaciona la velocidad en millas/h y en km/h.

a) Es una función lineal.

$x$  = cantidad en km/h

$y$  = cantidad en millas/h



b)  $m = \frac{10}{16,1} \simeq 0,62 \rightarrow y = 0,62x$

**33. Considera una circunferencia de radio  $r$  (en cm).**

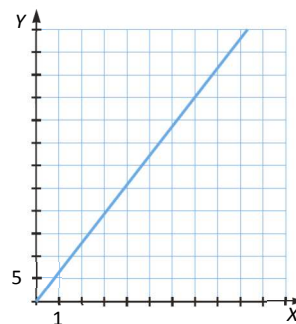
- a) Escribe la expresión algebraica de la función «radio ( $r$ )»-«longitud de la circunferencia ( $L$ )».
- b) Haz una tabla de valores.
- c) Representa gráficamente la función.

a) La expresión algebraica es  $L = 2\pi r$ .

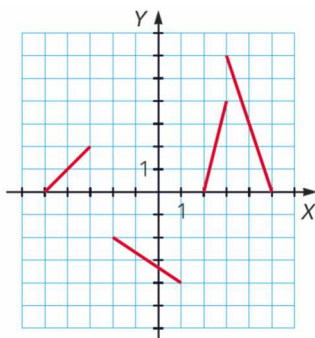
b)

<b>r</b>	1	2	3	4
<b>L</b>	6,28	12,57	18,85	25,13

c)



34. Obtén el dominio y el recorrido de la siguiente función. Estudia también su continuidad.

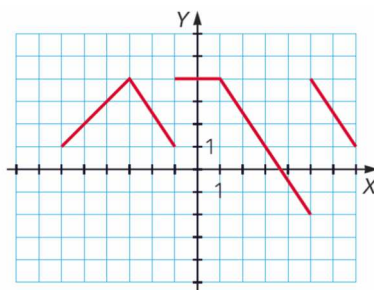


Dominio:  $[-5, -3] \cup [-2, 1] \cup [2, 5]$

Recorrido:  $[-4, -2] \cup [0, 6]$

La función no es continua.

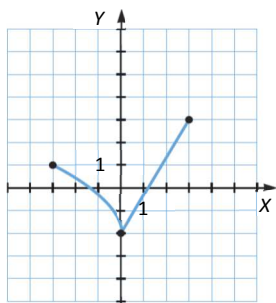
35. ¿Es continua esta función? Razona tu respuesta.



No es continua en  $x = -1$  ni en  $x = 5$ , porque en esos puntos no es posible dibujarla de un solo trazo.

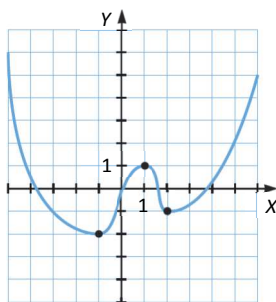
36. Dibuja una función que sea continua, decreciente de  $(-3, 1)$  a  $(0, -2)$  y creciente de  $(0, -2)$  a  $(3, 3)$ .

Respuesta abierta. Por ejemplo:

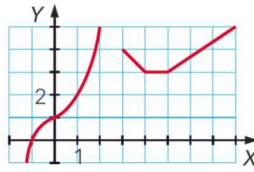


37. Dibuja una función que tenga dos mínimos en  $(-1, -2)$  y  $(2, -1)$ , y un máximo en  $(1, 1)$ .

Respuesta abierta. Por ejemplo:



38. Analiza el crecimiento de la siguiente función.

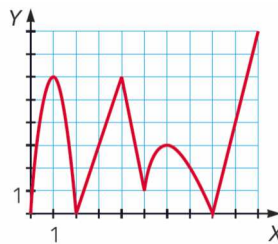


La función es creciente en  $(-\infty, 2) \cup (5, +\infty)$  porque cuando aumenta  $x$  también aumenta  $y$ .

La función es decreciente en  $(3, 4)$  porque cuando aumentan los valores de  $x$ , disminuyen los de  $y$ .

La función es constante en el intervalo  $(4, 5)$ .

39. Observa la gráfica de esta función y contesta.



a) Señala su dominio y recorrido.

b) Estudia su crecimiento y decrecimiento.

a)  $\text{Dom } f = [0, +\infty)$        $\text{Im } f = [0, +\infty)$

b) La función es creciente en  $(0, 1) \cup (2, 4) \cup (5, 6) \cup (8, +\infty)$  y es decreciente en  $(1, 2) \cup (4, 5) \cup (6, 8)$ .

40. El número de bacterias en un cultivo es inicialmente de 45 millones. Al ponerlo en contacto con un antibiótico desciende en 3 millones cada segundo.

a) Expresa algebraicamente la función.

b) Obtén su tabla y su gráfica.

c) ¿Cuál es el dominio? ¿Y el recorrido?

d) La función ¿es creciente o decreciente?

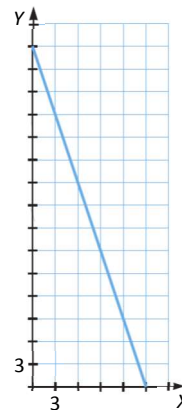
a)  $y = 45 - 3x$ , donde  $x$  es el tiempo (en segundos); e  $y$ , la cantidad de bacterias (en millones).

b)

<b>x</b>	0	2	5	8	10	15
<b>y</b>	45	39	30	21	15	0

c)  $\text{Dom } f = [0, 15]$        $\text{Im } f = [0, 45]$

d) La función es decreciente en todo su dominio.



41. ¿Cuáles de las siguientes funciones son lineales?

a)  $y = 3x$

c)  $y = (x - 2)^2$

e)  $y = -5x$

g)  $y = x^2$

b)  $y = \frac{x^2}{2}$

d)  $y = 2 - 4x$

f)  $y = \frac{3}{x}$

h)  $y = 4$

Son funciones lineales a), d), e) y h).

42. En las siguientes funciones, señala cuál es el valor de la pendiente y el de la ordenada en el origen.

a)  $y = -3x + 6$

c)  $y = -2 - 5x$

e)  $y = -9x$

b)  $y = 10x$

d)  $y = \frac{1}{4}x - 7$

f)  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{8}$

a)  $m = -3$

$n = 6$

d)  $m = \frac{1}{4}$

$n = -7$

b)  $m = 10$

$n = 0$

e)  $m = -9$

$n = 0$

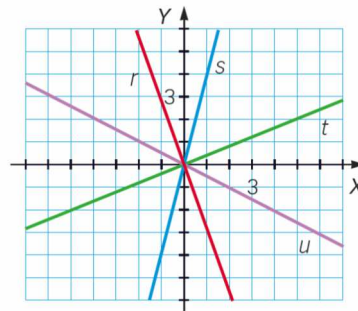
c)  $m = -5$

$n = -2$

f)  $m = -\frac{1}{3}$

$n = -\frac{1}{8}$

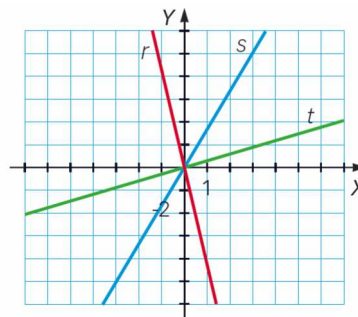
43. Determina el signo de la pendiente de las siguientes funciones lineales e indica cuáles son crecientes y cuáles decrecientes.



Pendiente positiva → Función lineal creciente. Son las rectas s y t.

Pendiente negativa → Función lineal decreciente. Son las rectas r y u.

44. Ordena las siguientes funciones lineales de mayor a menor pendiente. Explica el criterio que has utilizado para ordenarlas así.



La pendiente de una función decreciente es siempre menor que la pendiente de una función creciente. Además, dentro de las funciones crecientes, será mayor la pendiente de la recta que tenga mayor inclinación.

Entonces,  $m_r < m_t < m_s$ .

45. Clasifica las siguientes funciones en crecientes y decrecientes sin representarlas. ¿Cómo lo haces?

a)  $y = 12x - 3$

c)  $y = -7x - 4$

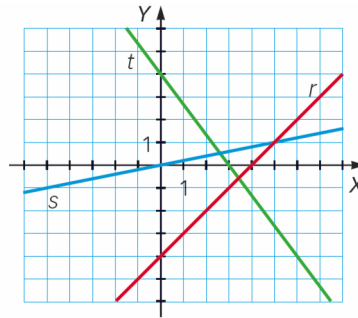
b)  $y = \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}$

d)  $y = -\frac{12}{5}x$

Las rectas crecientes son las que tienen pendiente positiva, es decir, son las rectas a) y b).

Las rectas decrecientes son las que tienen pendiente negativa, es decir, son las rectas c) y d).

46. Determina el signo de la pendiente y de la ordenada en el origen de las siguientes funciones. ¿Cómo lo haces?



Las rectas crecientes son las de pendiente positiva; y las decrecientes, las de pendiente negativa. Si la pendiente es nula, la función es constante.

La ordenada en el origen es positiva si el punto de corte de la recta con el eje Y está situado en la parte positiva, es cero si la recta pasa por el punto (0, 0), y es negativa en otro caso.

Por tanto:

Recta r: pendiente positiva y ordenada en el origen negativa.

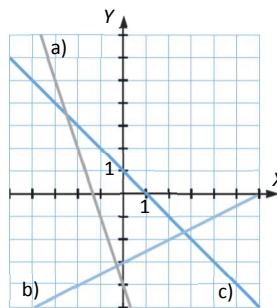
Recta s: pendiente positiva y ordenada en el origen nula.

Recta t: pendiente negativa y ordenada en el origen positiva.

47. Dibuja en unos ejes de coordenadas:

- a) Una función lineal de pendiente negativa.
- b) Una función lineal de pendiente positiva y ordenada en el origen negativa.
- c) Una función lineal de pendiente negativa y ordenada en el origen positiva.

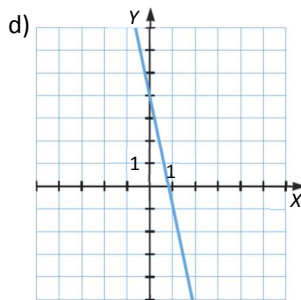
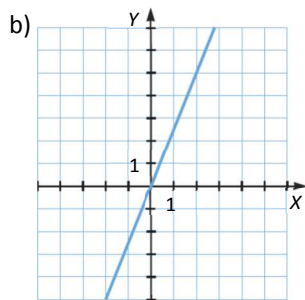
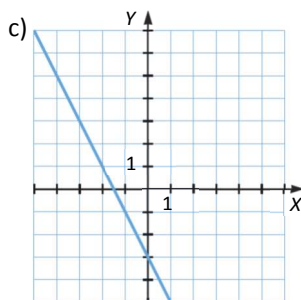
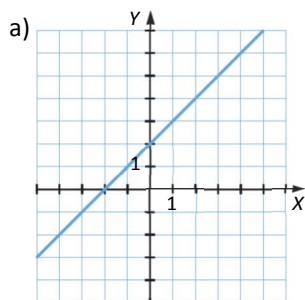
Respuesta abierta. Por ejemplo:





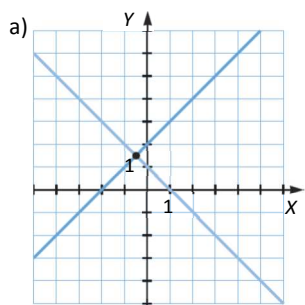
48. Representa las siguientes funciones:

- a)  $y = x + 2$                       c)  $y = -2x - 3$   
 b)  $y = 2,5x$                         d)  $y = -5x + 4$

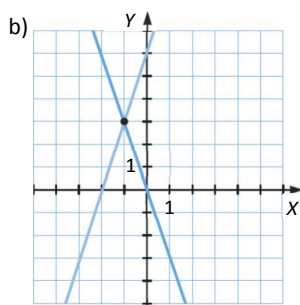


49. Obtén de forma gráfica el punto de corte de cada pareja de rectas.

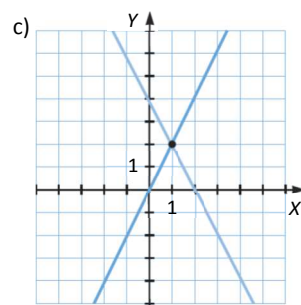
- a)  $y = x + 2$      $y = -x + 1$   
 b)  $y = -3x$      $y = 3x + 6$   
 c)  $y = 2x$      $y = -2x + 4$



El punto de corte es  $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ .



El punto de corte es  $(-1, 3)$ .



El punto de corte es  $(1, 2)$ .

50. Una recta pasa por el origen de coordenadas y por el punto  $(2, 8)$ . Determina su pendiente y su ecuación. ¿Es creciente o decreciente?

$$m = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow y = 4x$$

La recta es creciente porque su pendiente es positiva.

51. ¿Cuáles de los siguientes puntos pertenecen a la función  $y = 3x - 6$ ?

$A(1, 3)$        $C\left(\frac{1}{2}, \frac{-9}{2}\right)$        $E(-4, -6)$

$B(-1, -9)$        $D(11, 27)$        $F(5, 9)$

Sustituyendo cada punto en la ecuación:

$A(1, 3) \rightarrow 3 \neq -3 \rightarrow$  No pertenece.

$B(-1, -9) \rightarrow -9 = -9 \rightarrow$  Sí pertenece.

$C\left(\frac{1}{2}, \frac{-9}{2}\right) \rightarrow \frac{-9}{2} = \frac{-9}{2} \rightarrow$  Sí pertenece.

$D(11, 27) \rightarrow 27 = 27 \rightarrow$  Sí pertenece.

$E(-4, -6) \rightarrow -6 \neq -18 \rightarrow$  No pertenece.

$F(5, 9) \rightarrow 9 = 9 \rightarrow$  Sí pertenece.

52. Escribe cuatro puntos que pertenezcan a cada una de estas rectas.

a)  $y = 2x - 5$

c)  $y = -3x - 2$

b)  $y = \frac{2}{3}x + 1$

d)  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)  $(0, -5), (1, -3), (2, -1)$  y  $(3, 1)$

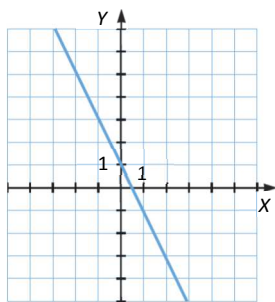
b)  $(0, 1), (3, 3), (6, 5)$  y  $(9, 7)$

c)  $(0, -2), (1, -5), (-1, 1)$  y  $(-2, 4)$

d)  $(1, -2), (-1, -1), (3, -3)$  y  $(5, -4)$

53. Representa la función  $2x + y = 1$ . ¿Cuál es su pendiente? ¿Y su ordenada en el origen?

La función dada se puede reescribir como  $y = -2x + 1$ . Su pendiente es  $-2$ , y su ordenada en el origen,  $1$ .



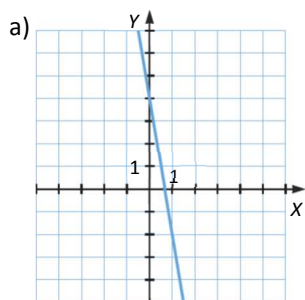
54. Representa estas funciones e indica si son crecientes o decrecientes.

a)  $y + 6x = 4$

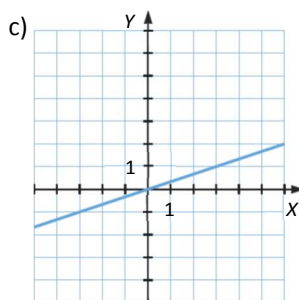
b)  $5x + y = 0$

c)  $x = 3y$

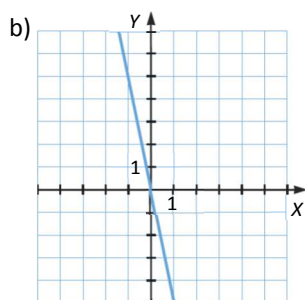
d)  $y - 3x = 0$



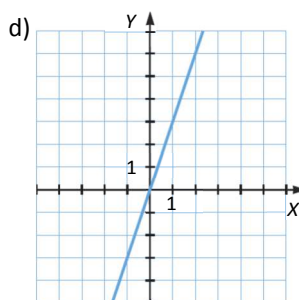
Decreciente



Creciente



Decreciente



Creciente

55. Determina la ecuación de estas funciones a partir de su descripción.

a) Su gráfica pasa por el origen y por el punto de coordenadas  $(3, -4)$ .

b) Su pendiente es  $m = -4$  y pasa por el punto  $(1, 5)$ .

c) Su ordenada es  $n = 2$  y pasa por  $(2, 6)$ .

a)  $m = -\frac{4}{3} \rightarrow y = -\frac{4}{3}x$

b)  $y - 5 = -4(x - 1) \rightarrow y = -4x + 9$

c)  $y = mx + 2 \rightarrow 6 = 2m + 2 \rightarrow m = 2 \rightarrow y = 2x + 2$

56. Obtén la ecuación de la recta que pasa por cada par de puntos.

a)  $A(1, 5)$  y  $B(-3, -15)$

b)  $A(0, 2)$  y  $B(1, 4)$

c)  $A(1, -1)$  y  $B(-2, -6)$

a)  $m = \frac{5+15}{1+3} = 5 \rightarrow y - 5 = 5(x - 1) \rightarrow y = 5x$

b)  $m = \frac{4-2}{1-0} = 2 \rightarrow y - 2 = 2x \rightarrow y = 2x + 2$

c)  $m = \frac{-1+6}{1+2} = \frac{5}{3} \rightarrow y + 1 = \frac{5}{3}(x - 1) \rightarrow y = \frac{5}{3}x - \frac{8}{3}$

**57. Determina la ecuación de una recta:**

- a) Que tenga de pendiente  $m = -3$  y su ordenada en el origen sea  $-1,5$ .
- b) Cuya pendiente sea  $m = 2$  y pase por el origen.
- c) Que pase por  $A(2, 4)$  y tenga la misma pendiente que  $y = -3x - 5$ .
- d) Que tenga igual pendiente que  $3x + 2y = 6$  y pase por  $B(-2, 3)$ .

a)  $y = -3x - 1,5$

c)  $y - 4 = -3(x - 2) \rightarrow y = -3x + 10$

b)  $y = 2x$

d)  $m = -\frac{3}{2} \rightarrow y - 3 = -\frac{3}{2}(x + 2) \rightarrow y = -\frac{3}{2}x$

**58. Obtén la recta que pasa por  $A(2, 3)$  y  $B(1, -3)$ . Calcula el valor de  $p$  para que el punto  $C(p, -5)$  sea un punto de esa recta.**

La ecuación de la recta es:

$$m = \frac{3+3}{2-1} = 6 \rightarrow y - 3 = 6(x - 2) \rightarrow y = 6x - 9$$

Para que el punto  $C$  pertenezca a la recta, debe satisfacer su ecuación, es decir:

$$y = 6x - 9 \xrightarrow{C(p, -5)} -5 = 6p - 9 \rightarrow p = \frac{2}{3}$$

**59. Escribe las ecuaciones de estas rectas de cada una de las formas que conoces (explícita, punto-pendiente y general).**

- a)  $3x + 2y - 1 = 0$
- b)  $y - 4 = 2(x - 1)$
- c)  $y = -x + 1$
- d)  $x + y - 4 = 0$

a) Explícita:  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

Punto-pendiente:  $y + 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$

General:  $3x + 2y - 1 = 0$

b) Explícita:  $y = 2x + 2$

Punto-pendiente:  $y - 4 = 2(x - 1)$

General:  $2x - y + 2 = 0$

c) Explícita:  $y = -x + 1$

Punto-pendiente:  $y - 1 = -(x - 0)$

General:  $x + y - 1 = 0$

d) Explícita:  $y = -x + 4$

Punto-pendiente:  $y - 4 = -(x - 0)$

General:  $x + y - 4 = 0$

60. Dibuja elaborando una tabla las siguientes funciones cuadráticas.

a)  $y = x^2 - 2x + 1$

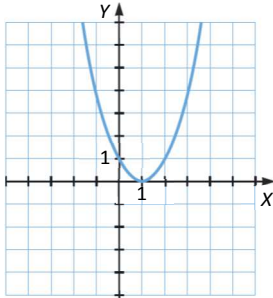
c)  $y = -x^2 - 2x + 3$

b)  $y = x^2 + 2x$

d)  $y = -2x^2 + 2$

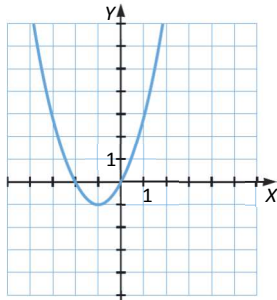
a)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	9	4	1	0	1	4	9



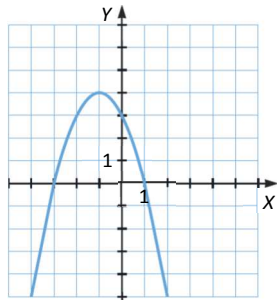
b)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	8	3	0	-1	0	3	8



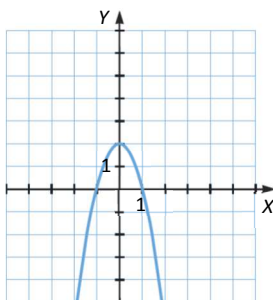
c)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-5	0	3	4	3	0	-5



d)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-16	-6	0	2	0	-6	-16

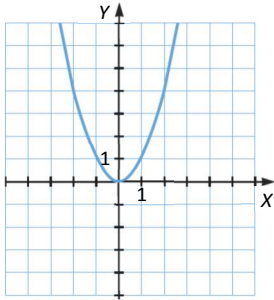


**61. Dibuja las gráficas y calcula los vértices de estas funciones cuadráticas.**

a)  $y = x^2$

b)  $y = 3x^2 + 6x + 4$

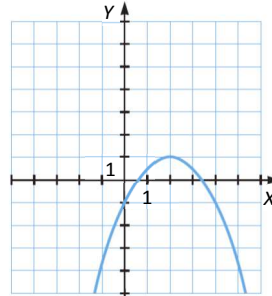
a)  $x_v = \frac{0}{2} = 0 \rightarrow V(0,0)$



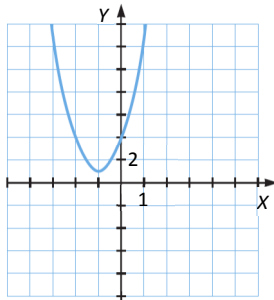
c)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$

d)  $y = -x^2 + 1$

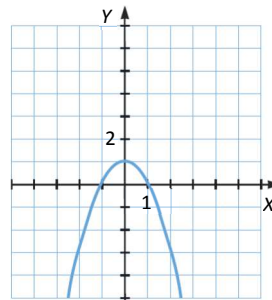
c)  $x_v = \frac{-2}{-1} = 2 \rightarrow V(2,1)$



b)  $x_v = \frac{-6}{6} = -1 \rightarrow V(-1,1)$



d)  $x_v = \frac{0}{-2} = 0 \rightarrow V(0,1)$



**62. Dada la función  $y = x^2 - 2x + 3$ :**

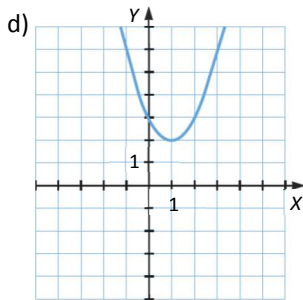
- a) Calcula las coordenadas de su vértice.
- b) Halla los puntos de corte con los ejes.
- c) ¿Hacia dónde van las ramas de la parábola?
- d) Representa esta función.

a)  $x_v = \frac{2}{2} = 1 \quad y_v = \frac{-4 + 12}{4} = 2 \rightarrow V(1, 2)$

b)  $x^2 - 2x + 3 = 0 \rightarrow$  No existen puntos de corte con el eje X.

$y = 0^2 - 2 \cdot 0 + 3 = 3 \rightarrow$  La función corta al eje Y en el punto (0, 3).

c)  $a = 1 > 0 \rightarrow$  las ramas de la parábola van hacia arriba.



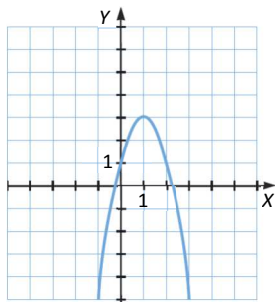
63. Estudia cada uno de los elementos importantes de la función cuadrática  $y = -2x^2 + 4x + 1$  y representala lo más aproximadamente posible.

$a = -2 < 0 \rightarrow$  Las ramas de la parábola van hacia abajo.

$$V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right) \xrightarrow{a=-2, b=4, c=1} V(1, 3) \text{ es el vértice.}$$

$$-2x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow \left(\frac{2 - \sqrt{6}}{2}, 0\right) \text{ y } \left(\frac{2 + \sqrt{6}}{2}, 0\right) \text{ son los puntos de corte con el eje X.}$$

$$y = -2 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 + 1 = 1 \rightarrow (0, 1) \text{ es el punto de corte con el eje Y.}$$



64. Un ciclista sale a dar un paseo a las 8 de la mañana. Durante una hora, lleva una velocidad constante de 30 km/h. Luego para y descansa otra hora. Después regresa a 15 km/h. Representa la función «tiempo»-«distancia a su casa».

Halla cuántos kilómetros recorrió en total el ciclista.

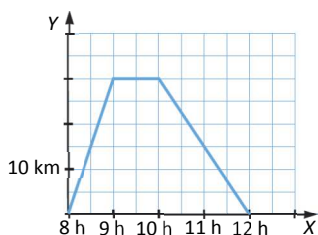
Se coloca en el eje X el tiempo en horas; y en el eje Y, la distancia a su casa en kilómetros.

De 08:00 a 09:00 la distancia viene determinada por la recta  $y = 30x$ .

De 09:00 a 10:00 no recorre distancia, es decir, se tiene la recta  $y = 30$ .

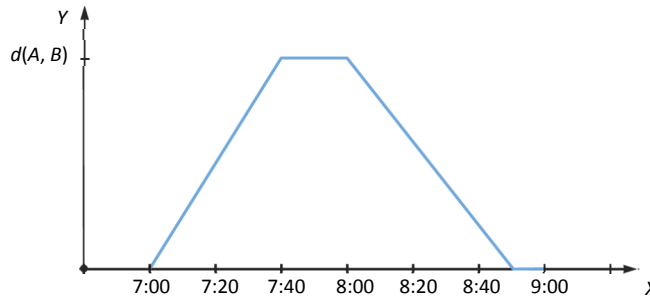
El resto del paseo lo determina una recta de pendiente  $-15$ , que comienza en el punto  $(2, 30)$ .

El ciclista recorrió en total:  $30 + 0 + 30 = 60$  km.



65. Un tren realiza el trayecto entre dos ciudades, A y B. A las 7 horas sale de A hacia B a velocidad constante y llega en 40 minutos. Descansa 20 minutos y después sale de B en dirección a A, llegando en 50 minutos. Descansa 10 minutos y a la hora en punto vuelve a salir hacia B. Representa gráficamente la función «tiempo»-«distancia a la ciudad A».

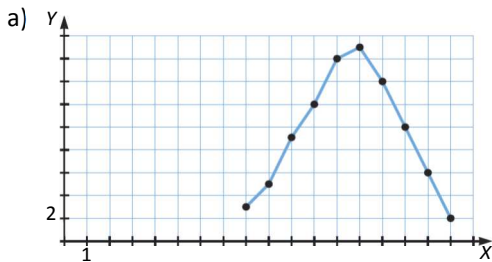
$x = \text{tiempo}; y = \text{distancia}$



66. En un instituto han ido midiendo cada hora, a lo largo de todo un día de invierno (a partir de las 18 h era de noche), la longitud de la sombra del edificio principal, obteniendo esta tabla.

Hora	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
L. sombra	3	5	9	12	16	17	14	10	6	2

- a) Representa gráficamente los datos.
- b) ¿Podrás unir los puntos? ¿Es una función continua o discontinua?



- b) Los puntos se pueden unir, porque la sombra la produce el movimiento de la Tierra con respecto al Sol, y este es un movimiento continuo. Por tanto, la función es continua.

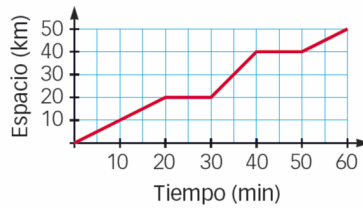
67. En la gráfica aparece el número de oyentes (en miles) de dos emisoras, A y B, de radio.



- a) ¿Qué emisora tenía más oyentes a las 5 de la tarde? ¿Y a las 7?
- b) ¿A qué hora era mayor la diferencia de oyentes entre ambas? ¿Y menor?
  - a) Las dos emisoras tenían el mismo número de oyentes a las 5 de la tarde. En cambio, a las 7, la emisora A tenía más oyentes.
  - b) La mayor diferencia de oyentes, se produjo a las 7 y a las 8. A las 5, a las 7:30 y a las 8:45 minutos esta diferencia era nula.



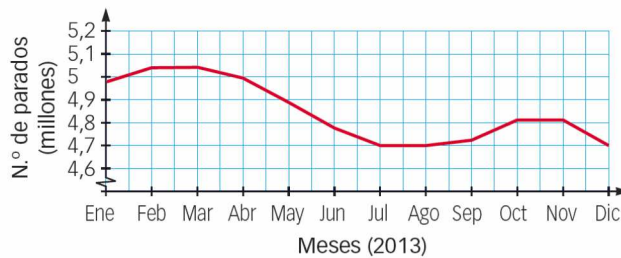
68. La gráfica representa un viaje en coche.



- a) ¿Cuántos kilómetros recorrió en la primera media hora? ¿Y en la segunda?
- b) ¿Cuánto tiempo estuvo parado?
- c) ¿Cuánto recorrió en los primeros diez minutos? ¿A qué velocidad en km/h?

- a) En la primera media hora recorrieron 20 km; y en la segunda, 30 km.
- b) El coche estuvo parado en dos ocasiones durante 10 minutos cada vez.
- c) En los 10 primeros minutos, recorrió 10 km, a una velocidad de  $\frac{10}{10} = 1$  km/min. = 60 km/h.

69. La gráfica muestra el número de parados que había en España en cada uno de los meses del año 2013.



Fuente: SEPE.

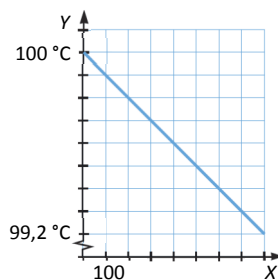
- a) ¿En qué meses el paro superó los 5 millones de personas?
- b) Si te fijas en la gráfica, los meses con menos paro son julio y agosto. ¿A qué crees que se debe esto?
  - a) El paro superó los 5 millones en los meses de enero, febrero y marzo.
  - b) En la época estival hay más turismo, y esto genera más puestos de trabajo, sobre todo en establecimientos hosteleros y locales de ocio.

70. Al nivel del mar el agua hierve a 100 °C, pero cada incremento de 100 m en la altitud supone una décima de grado menos para hervir.

Estudia la función que relaciona la altitud con la temperatura de ebullición y represéntala.

Un incremento de 1 000 metros de altitud supone 1 °C menos para hervir el agua.

Se tiene una función lineal decreciente, con  $m = -0,001$  y  $n = 100$ . Su ecuación es  $y = -0,001x + 100$



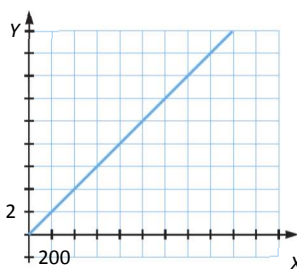
**71. Pilar quiere comprar patatas fritas a granel para celebrar su cumpleaños. Una bolsa de 200 g le cuesta 2 €.**

- a) Estudia y representa gráficamente la función que relaciona los gramos comprados y el coste de las patatas.
- b) ¿Cuánto costará comprar 500 gramos?

a) Primero se realiza una tabla de valores:

x (gramos)	0	200	400	600	800	1 000
y (€)	0	2	4	6	8	10

La función es lineal, con  $m = \frac{2}{200} = \frac{1}{100}$  y  $n = 0$ . Su ecuación es  $y = \frac{1}{100}x$

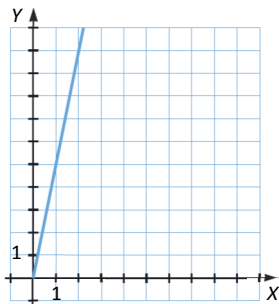


b)  $y = \frac{1}{100}x \xrightarrow{x=500} y = 5 \rightarrow$  Comprar 500 gramos de patatas costará 5 €.

**72. Estudia y representa la función que relaciona la longitud del lado de un pentágono regular con su perímetro. ¿Cuál será el perímetro de un pentágono de lado 12 cm?**

$x =$  longitud del lado                       $y =$  perímetro del pentágono

La función entre ambas magnitudes es  $y = 5x$ . Es lineal creciente.



El perímetro de un pentágono regular de 12 cm de lado será  $5 \cdot 12 = 60$  cm.

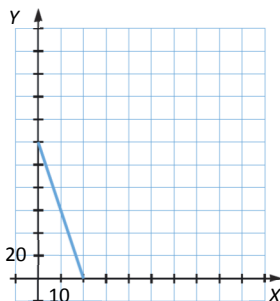
**73. Al abrir las compuertas de un estanque para regar una huerta, el nivel del agua inicial, 120 cm, desciende a razón de 6 cm por minuto.**

- a) Haz una tabla en la que se refleje el nivel de agua, en centímetros, en función del tiempo, en minutos.
- b) ¿Qué tipo de función es? Representala.
- c) ¿Qué nivel de agua habrá a los 15 minutos?
- d) ¿Cuánto tarda el estanque en vaciarse?

a)

$x = \text{tiempo en minutos}$	0	1	2	3	4	5
$y = \text{nivel del agua en cm}$	120	114	108	102	96	90

b) Es una función lineal. Su ecuación es  $y = 120 - 6x$ .



c) A los 15 minutos habrá un nivel de agua de  $120 - 6 \cdot 15 = 30$  cm.

d)  $120 - 6x = 0 \rightarrow x = 20 \rightarrow$  Tardará en vaciarse 20 minutos.

74. La tabla que aparece a continuación relaciona la presión que ejerce el agua en el mar con la profundidad a la que nos encontremos.

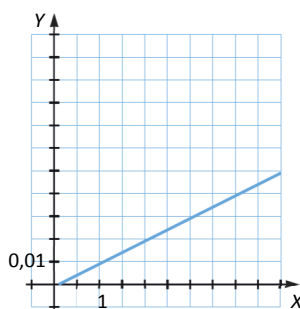
Profundidad (m)	1	2	3	10
Presión (atmósferas)	0,096	0,192	0,288	0,96

Estudia la función que relaciona ambas magnitudes y represéntala. ¿Qué presión ejercerá el agua en la Fosa de las Marianas, que tiene una profundidad de 11033 m?

$x = \text{profundidad (metros)}$                        $y = \text{presión (atmósferas)}$

Es una función lineal, con  $m = \frac{0,192 - 0,096}{2 - 1} = 0,096$

Su ecuación es  $y - 0,096 = 0,096(x - 1) \rightarrow y = 0,096x$



En la fosa de las Marianas, habrá una presión de  $0,096 \cdot 11\,033 = 1\,059,168$  atmósferas.



## SABER HACER

### Crear una empresa

Julia y Claudia acaban de terminar su carrera de Bellas Artes y les gustaría montar un taller para desarrollar su actividad artística. Para costearse los gastos, se dan cuenta de que también podrían utilizar ese mismo taller para dar clases de pintura.

Tras informarse de los pasos que deben seguir, y hacer un estudio profundo de la viabilidad de su proyecto, se ponen a buscar un espacio donde instalarse. La tarea no será fácil: necesitan un local de más de 150 metros cuadrados con mucha luz natural, algún transporte público cercano y que cueste menos de 700 € al mes.

Más de dos meses han estado buscando sin encontrar nada. Desesperadas, le cuentan su problema al dependiente de una tienda donde han ido a comprar lienzos y este les enseña un taller, situado en la parte trasera del local, donde el dueño solía pintar. Para su sorpresa, el local se adapta exactamente a sus necesidades.

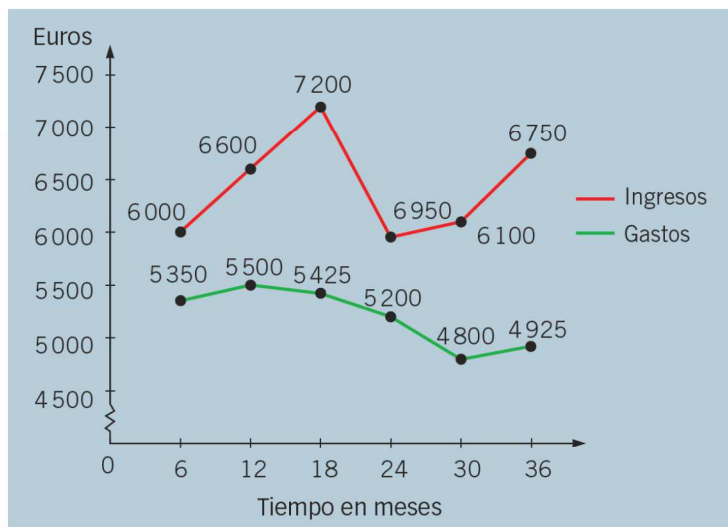
Ilusionadas, rápidamente se ponen en contacto con el dueño para hablar de un posible alquiler, y vuelven a desmoralizarse al saber que el precio es de 750 € mensuales.

Finalmente, y tras intensas negociaciones, Julia y Claudia consiguen bajar el alquiler a 725 € y un compromiso del dueño de que les rebajará un 20% en todos los materiales de pintura que le compren. De esta forma compensan los 25 € extra de alquiler y les cuadran las cuentas.

En cuanto consiguen los permisos pertinentes de la Administración, Julia y Claudia, por fin, abren su taller de pintura.

- Representa en una gráfica el dinero pagado por el alquiler en función del tiempo en años. Realiza antes una tabla.
- ¿Qué clase de gráfica es?
- ¿A qué tipo de función corresponde?
- Encuentra la expresión algebraica que refleja los pagos anuales.

Pasados 3 años desde la apertura del taller de pintura, los ingresos y los gastos de la empresa de Julia y Claudia se reflejan en esta gráfica.

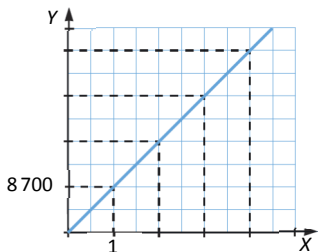


- Haz una tabla que refleje los datos de la gráfica.
- ¿Cuándo se obtuvieron los máximos ingresos? ¿Y los mínimos? ¿Y los máximos y mínimos gastos?
- ¿En qué momento hubo un máximo en los beneficios netos de la empresa?

a) Cada año pagan un alquiler de  $12 \cdot 725 = 8\,700$  €.

$x =$  años transcurridos                       $y =$  € pagados al cabo de  $x$  años

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	8 700	17 400	26 100	34 800	43 500	52 200



b) La gráfica es una recta.

c) Es una función lineal con pendiente  $m = 8\,700$  y  $n = 0$ .

d) La ecuación de la recta es  $y = 8\,700x$ .

e)

Meses transcurridos	6	12	18	24	30	36
Ingresos (€)	6 000	6 600	7 200	6 950	6 100	6 750
Gastos (€)	5 350	5 500	5 425	5 200	4 800	4 925

f) Los máximos ingresos se obtuvieron a los 18 meses; y los mínimos, a los 6 meses.  
 Los gastos máximos y mínimos se produjeron a los 12 y a los 30 meses, respectivamente.

g) El beneficio es la diferencia entre los ingresos y los gastos.

Meses transcurridos	6	12	18	24	30	36
Beneficio (€)	650	1 100	1 775	1 750	1 300	1 825

El máximo beneficio se obtuvo a los 36 meses.