

Polígonos. Perímetro y área

PUNTO DE PARTIDA

Los jóvenes de la foto nacieron en países cuyas banderas aparecen a su lado. Muchos de ellos viven ahora con nosotros, pero ¿conoces tú sus banderas? ¿Puedes describirlas indicando qué polígonos o figuras planas aparecen en ellas?



Bandera de Brasil:

Formada por un rectángulo, un rombo y un círculo.



Bandera de Marruecos:

Formada por un rectángulo, una estrella de 5 puntas (polígono de 10 lados), cinco triángulos y un pentágono.



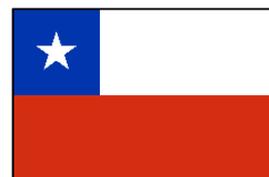
Bandera de Cuba:

Formada por un rectángulo, un triángulo, una estrella de 5 puntas (polígono de 10 lados), 4 trapecios y un pentágono irregular.



Bandera de Rumanía:

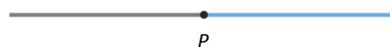
Formada por 4 rectángulos.



Bandera de Chile:

Formada por 3 rectángulos, un cuadrado y una estrella de 5 puntas (polígono de 10 lados).

1. Traza una recta en tu cuaderno, sitúa un punto sobre ella y pinta de colores distintos las dos semirrectas que determina.



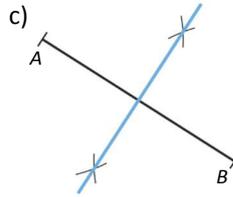
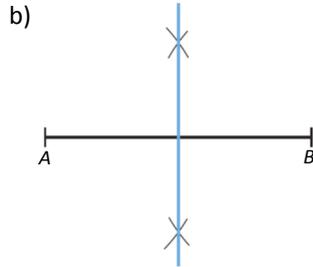
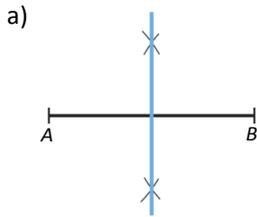
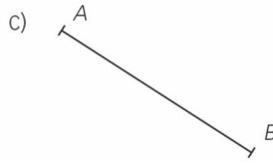
2. Traza una recta en tu cuaderno, marca en ella tres puntos y cuenta cuántas semirrectas y segmentos se forman.



Segmentos: \overline{AB} y \overline{BC}

Semirrectas: la primera con origen en A y la segunda con origen en C.

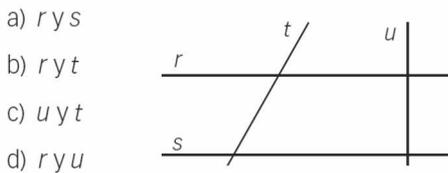
3. Copia estos segmentos en tu cuaderno y dibuja su mediatriz.



4. Estudia la posición relativa de las rectas que se determinan en estos casos.

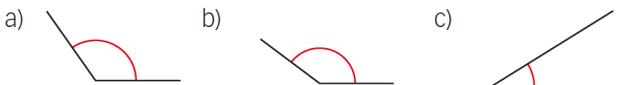
- a) Las vías del tren.
 - b) El largo y el ancho de una ventana.
 - c) Los radios de la rueda de una bicicleta.
 - d) Las huellas de un trineo en la nieve.
- a) Paralelas. b) Perpendiculares. c) Secantes. d) Paralelas.

5. Clasifica las siguientes rectas.



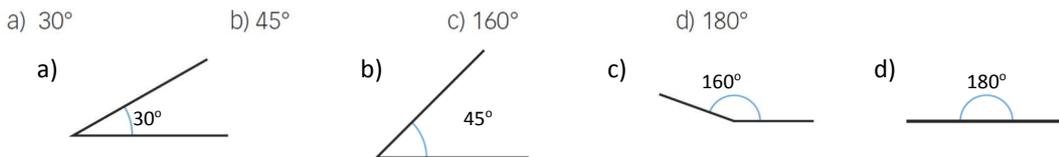
- a) Paralelas. b) Secantes. c) Secantes. d) Perpendiculares.

6. Mide con tu transportador estos ángulos.



- a) 125° b) 145° c) 30°

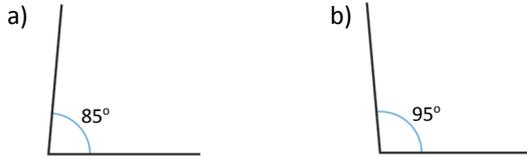
7. Dibuja en tu cuaderno estos ángulos.



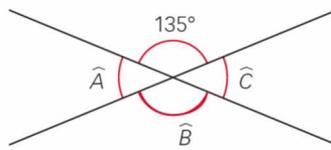
8. Dibuja en tu cuaderno.

- a) Un ángulo agudo mayor de 80° .
- b) Un ángulo obtuso menor de 100° .

Respuesta abierta. Por ejemplo:



9. Calcula el valor de estos ángulos y comprueba que el resultado es correcto midiéndolos con un transportador.

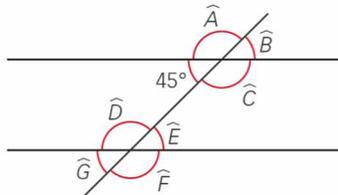


$\hat{B} = 135^\circ$ por ser opuesto por el vértice al ángulo que mide 135° .

Los ángulos \hat{A} y \hat{B} son suplementarios, por tanto: $\hat{A} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

$\hat{C} = \hat{A} = 45^\circ$ por ser opuestos por el vértice.

10. Halla el valor de estos ángulos y comprueba que el resultado es correcto midiéndolos con un transportador.



Por ser ángulos determinados por dos rectas paralelas y una secante, se cumple que:

$$\hat{B} = \hat{E} = \hat{G} = 45^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{C} = \hat{D} = \hat{F} = 180 - 45 = 135^\circ$$

11. ¿Son polígonos las siguientes figuras?

- a) Una herradura.
 - b) La pantalla de una televisión.
 - c) Un triángulo (instrumento musical).
 - d) Las baldosas del suelo de la calle.
- a) No, porque tiene líneas curvas.
 - b) Sí, porque tiene forma de rectángulo.
 - c) No, porque no está cerrado. Solo tiene dos vértices y para ser un polígono debe tener al menos 3.
 - d) No, porque pueden tener formas curvas.

12. Localiza los polígonos del campo de fútbol del ejemplo e indica sus elementos.

El campo de fútbol está formado por 6 rectángulos, que corresponden de menor a mayor, a las porterías, las áreas, los campos de cada equipo y al campo de fútbol en total.

Cada línea blanca es un lado de dichos rectángulos, y la intersección de dos de ellas forman un vértice.

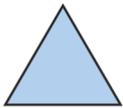
La abertura entre dos lados consecutivos es un ángulo. En este caso todos son de 90° .



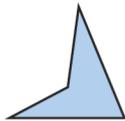
13. Dibuja en tu cuaderno dos triángulos, dos cuadriláteros y dos hexágonos diferentes.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

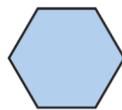
Triángulos:



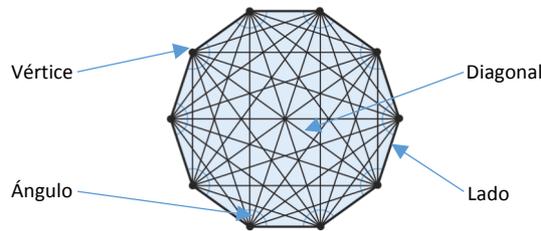
Cuadriláteros



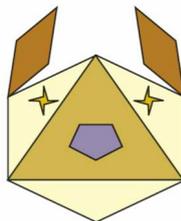
Hexágonos



14. Dibuja en tu cuaderno un decágono (10 lados) y sitúa en él todos sus elementos.



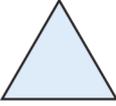
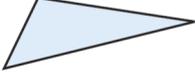
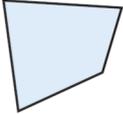
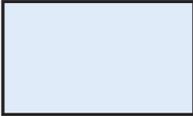
15. ¿Qué polígonos hay en el dibujo?



Las orejas son dos cuadriláteros; la cabeza, un hexágono; los ojos, dos octógonos; el hocico, un triángulo; y la nariz, un pentágono.

16. Dibuja en tu cuaderno los siguientes polígonos:

- a) Un triángulo regular y otro irregular.
- b) Un cuadrilátero regular y otro irregular.
- c) Un rectángulo regular y otro irregular.

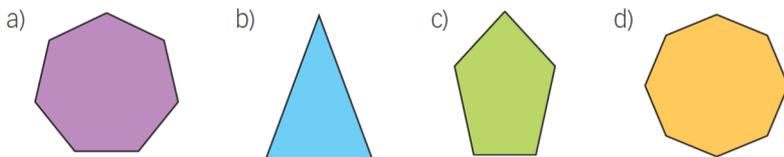
| Regulares: | Irregulares: |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| a)  |  |
| b)  |  |
| c) No existe. |  |

17. ¿Crees que puede haber dos triángulos regulares con distinta forma? ¿Y dos cuadriláteros regulares con distinta forma?

Los triángulos regulares son los triángulos equiláteros. Todos ellos tienen la misma forma, porque tienen ángulos iguales de 60° .

Los cuadriláteros regulares son los cuadrados. Al igual que ocurre con los triángulos equiláteros, todos ellos poseen la misma forma porque sus ángulos son de 90° .

18. Di qué tipo de polígonos son los que aparecen a continuación e indica si son regulares o irregulares.



- a) Heptágono regular.
- b) Triángulo irregular.
- c) Pentágono irregular.
- d) Octógono regular.

19. ¿Cuáles de los siguientes objetos se asocian a círculos y cuáles a circunferencias?

- a) La esfera de un reloj.
 - b) El borde de un vaso.
 - c) Una noria.
 - d) Un *frisbee*.
 - e) Una señal de tráfico de obligación.
- a) Círculo. c) Circunferencia. e) Círculo.
 b) Circunferencia. d) Círculo.

20. ¿Qué elementos de la circunferencia podemos encontrar en los siguientes casos?

- a) Un transportador de ángulos.
 - b) Una *pizza* cortada en trozos.
 - c) Una loncha de mortadela cortada por la mitad.
 - d) Un arco de lanzar flechas.
 - e) Un trozo de queso cortado en cuña.
- a) En el transportador de ángulos se encuentran el centro, el diámetro y un arco de circunferencia.
 - b) En una *pizza* cortada en trozos se encuentra el centro, varios radios, y varios arcos de circunferencia.
 - c) En una loncha de mortadela cortada por la mitad se encuentran los mismos elementos que en el apartado a).
 - d) En un arco de lanzar flechas se encuentran los mismos elementos que en el apartado a).
 - e) En un trozo de queso cortado en cuña se encuentran dos radios y el centro de la circunferencia.

21. Un jardín tiene forma de octógono regular. Su perímetro es 72 m. Si en sus vértices hay árboles, ¿qué distancia separa a dos de ellos?

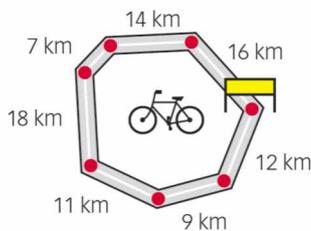
La distancia que hay entre dos árboles es $72 : 8 = 9$ m.

22. Una piscina tiene forma de hexágono regular, y cada lado mide 2,5 m. Guillermo, el socorrista, ha recorrido el borde de la piscina 23 veces hoy. ¿Qué distancia total ha caminado?

El perímetro del hexágono es $6 \cdot 2,5 = 15$ m.

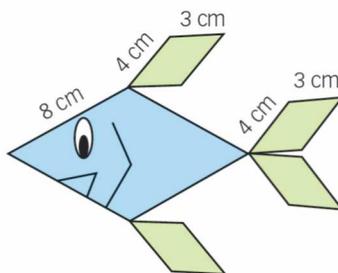
Entonces, Guillermo habrá recorrido $23 \cdot 15 = 345$ m.

23. En una etapa contrarreloj, los ciclistas tienen que hacer el recorrido de la figura. ¿Qué polígono describen y cuál es la distancia que recorren?



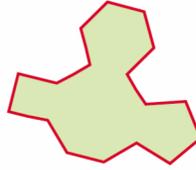
Los ciclistas recorren un heptágono irregular de perímetro $14 + 16 + 12 + 9 + 11 + 18 + 7 = 87$ km.

24. Halla el perímetro de la siguiente figura que representa un pez.



$$P = 8 + 4 + 3 + 4 + 3 + 8 + 4 + 3 + 4 + 3 + 3 + 4 + 3 + 4 + 8 + 3 + 4 + 3 + 4 + 8 = 8 \cdot 4 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 8 = 88 \text{ cm}$$

25. En una fábrica de juguetes se ha diseñado este recorrido para un tren eléctrico. Quieren poner un semáforo cada 25 cm de vía. Calcula cuántos semáforos tienen que poner, si todos los polígonos que forman las vías del tren tienen 30 cm de lado.



En total, el polígono irregular que forma el circuito, tiene 17 lados.

Por tanto, hay $17 \cdot 30 = 510$ cm de vía.

$510 : 25 = 20,4 \rightarrow$ Se necesitarán 20 semáforos.

26. En la final del torneo de Wimbledon empieza a llover, y tienen que proteger la hierba con una lona. Si los lados de la pista miden 23,79 m por 10,97 m, ¿qué área tendrá la lona que cubra la pista?

$$A = 23,79 \cdot 10,97 = 260,98 \text{ m}^2$$

27. En su empresa, María se encarga de comprar el material de ferretería. Necesita una llave para unos tornillos de cabeza cuadrada de 50 mm de lado. ¿Qué área tendrá el hueco de la llave que encaje en los tornillos?

$$A_{\text{Cabeza tornillo}} = A_{\text{Hueco llave}} = 50^2 = 2500 \text{ mm}^2 = 25 \text{ cm}^2$$

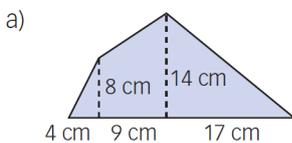
28. Halla el área de un octógono regular de 5 cm de lado y 6,1 cm de apotema.

$$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{8 \cdot 5 \cdot 6,1}{2} = 122 \text{ cm}^2$$

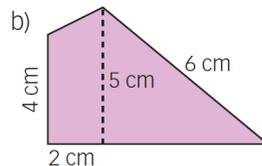
29. Las bases de un trapecio miden 5 y 7 cm, y su altura, 3 cm. Halla su área.

$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(5+7) \cdot 3}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

30. Calcula el área de estas figuras.



$$a) A_{\text{Triángulo pequeño}} = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$$



$$A_{\text{Trapecio}} = \frac{(8+14) \cdot 9}{2} = 99$$

$$A_{\text{Triángulo grande}} = \frac{14 \cdot 17}{2} = 119$$

$$A_{\text{Total}} = 16 + 99 + 119 = 234 \text{ cm}^2$$

- b) Calculamos la base del triángulo con el teorema de Pitágoras:

$$x^2 + 25 = 36 \rightarrow x = \sqrt{11}$$

$$A_{\text{Trapecio}} = \frac{(4+5) \cdot 2}{2} = 9$$

$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{5 \cdot \sqrt{11}}{2} = 8,29$$

$$A_{\text{Total}} = 9 + 8,29 = 17,29 \text{ cm}^2$$

31. El criadero de flores de un vivero tiene forma de octógono regular con lado de 30 m y apotema de 36,6 m. En el centro hay una fuente circular de 2,5 m radio y unas estanterías para apilar los sacos de abono, que miden 40 m de largo por 2 m de ancho. ¿En qué superficie se pueden plantar flores?

$$A_{\text{Octógono}} = \frac{8 \cdot 30 \cdot 36,6}{2} = 4\,392 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Círculo}} = 2,5^2 \pi = 19,63 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Estanterías}} = 40 \cdot 2 = 80 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Flores}} = 4\,392 - 19,63 - 80 = 4\,292,37 \text{ m}^2$$

ACTIVIDADES FINALES

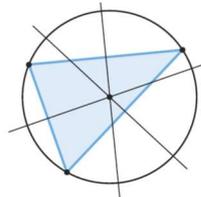
32. Di si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a) Una recta no tiene extremos.
 - b) En una semirrecta podemos trazar su mediatriz.
 - c) Un segmento está formado por dos semirrectas.
 - d) Si en una recta marcamos dos puntos, obtenemos dos semirrectas y un segmento.
- a) Verdadera. b) Falsa. c) Falsa. d) Verdadera.

33. Dibuja un triángulo y traza las mediatrices de sus tres lados. ¿Qué observas?

Las mediatrices se cortan en un punto, el circuncentro.

El circuncentro es el centro de la circunferencia que circunscribe al triángulo.



34. Si en un ángulo llano trazas su bisectriz, ¿qué tipo de ángulos obtienes?

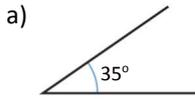
Al trazar la bisectriz se obtienen dos ángulos rectos.

35. Si en un ángulo de 60° trazas su bisectriz, ¿cuánto mide cada uno de los ángulos que obtienes?

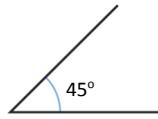
Cada ángulo obtenido mide $60 : 2 = 30^\circ$.

36. Dibuja en tu cuaderno.

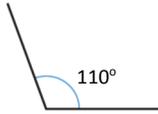
- a) Un ángulo de 35°.
- b) Un ángulo de 160°.
- c) Un ángulo agudo mayor que 30°.
- d) Un ángulo obtuso menor que 120°.



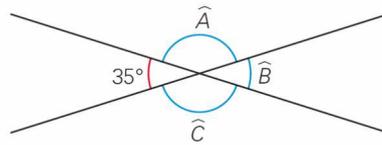
c) Respuesta abierta. Por ejemplo, 45°.



d) Respuesta abierta. Por ejemplo, 110°.



37. Calcula el valor de los ángulos desconocidos.

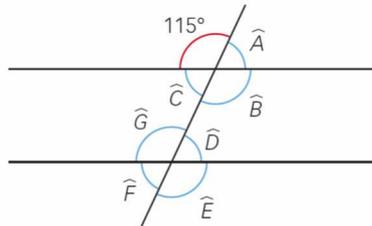


$\hat{B} = 35^\circ$, por ser el ángulo de 35° y \hat{B} opuestos por el vértice.

$\hat{A} = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$, por ser \hat{A} y \hat{B} suplementarios.

$\hat{A} = \hat{C} = 145^\circ$, por ser opuestos por el vértice.

38. Calcula el valor de estos ángulos.

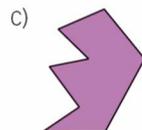
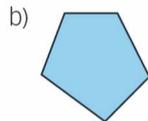


Son ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una recta secante a ellas. Se cumplen las siguientes relaciones:

$$\hat{B} = \hat{G} = \hat{E} = 115^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{C} = \hat{D} = \hat{F} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

39. Indica el número de vértices y lados de estos polígonos.



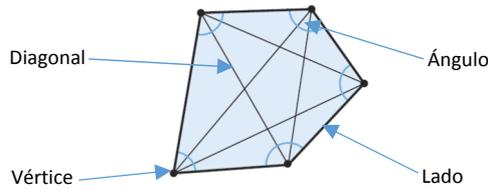
El número de vértices es igual al número de lados:

a) Hexágono: 6.

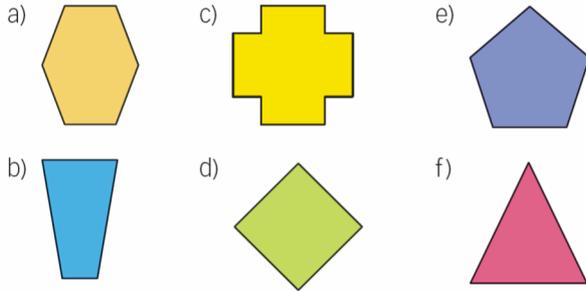
b) Pentágono: 5.

c) Octógono: 8.

40. Dibuja un polígono de 5 lados y señala estos elementos: lados, ángulos, diagonales y vértices.

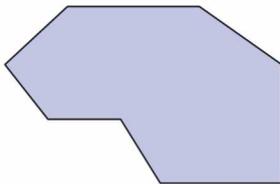


41. Indica el nombre de estos polígonos según su número de lados.



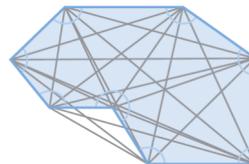
- a) Hexágono.
- b) Cuadrilátero.
- c) Dodecágono.
- d) Cuadrilátero.
- e) Pentágono.
- f) Triángulo.

42. Dibuja la siguiente figura en tu cuaderno.



- a) ¿Cuántos lados tiene?
- b) Por su número de lados, ¿qué nombre recibe?
- c) Dibuja sus diagonales. ¿Cuántas tiene?
- d) Señala sus ángulos. ¿Cuántos tiene?

- a) Tiene 8 lados.
- b) Octógono.
- c) Tiene 20 diagonales.
- d) Tiene 8 ángulos.



43. ¿Cuántas diagonales tiene un rectángulo? ¿Y un hexágono?

Un rectángulo tiene 2 diagonales, y un hexágono, 9.

44. ¿Cuántos vértices más tiene un octógono que un heptágono? ¿Y diagonales?

Un octógono tiene 1 vértice más que un heptágono.

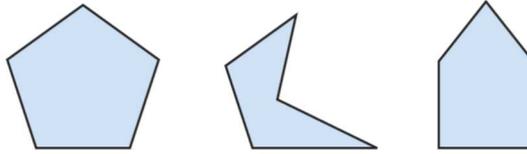
$$20 - 14 = 6$$

El octógono tiene 6 diagonales más que el heptágono.

45. ¿El número de vértices de un polígono es mayor, menor o igual al número de lados?

El número de vértices de un polígono es igual al número de lados.

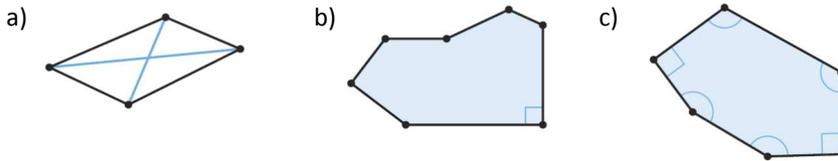
46. Dibuja varios pentágonos distintos. ¿Todos los pentágonos tienen el mismo número de diagonales?



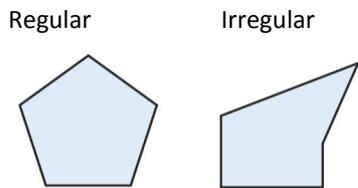
Todos los pentágonos tienen el mismo número de diagonales, porque está determinado por el número de vértices, que siempre es 5.

47. Dibuja un polígono con las siguientes características.

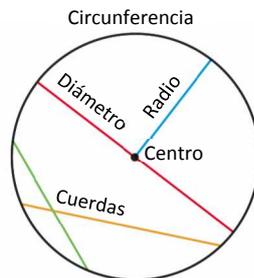
- a) Tiene dos diagonales una doble de la otra.
- b) Tiene siete vértices, tres de ellos situados en segmentos perpendiculares.
- c) Tiene seis ángulos interiores, dos de ellos rectos.



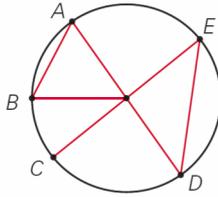
48. Dibuja un polígono de cinco lados regular y otro irregular.



49. Indica el nombre de los elementos destacados.



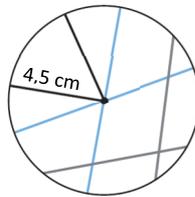
50. Considera la figura e identifica los radios, diámetros y cuerdas que se observan en ella.



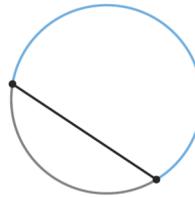
Se denota por O al centro de la circunferencia. Entonces:

Los segmentos \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} , \overline{OD} , \overline{OE} son radios, \overline{AD} y \overline{EC} son diámetros y \overline{AB} y \overline{DE} son cuerdas.

51. Dibuja una circunferencia de radio 4,5 cm y marca en ella dos diámetros, dos radios y dos cuerdas.



52. Dibuja una circunferencia con un compás. Después, traza una cuerda y señala, con diferentes colores, los dos arcos que determina.



53. Si el radio de una circunferencia mide 3 cm, responde razonadamente.

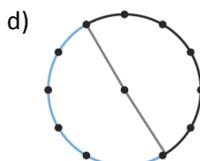
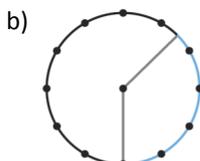
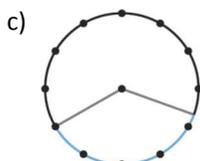
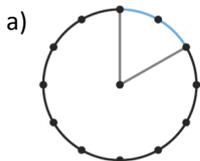
- a) ¿Cuánto mide el diámetro?
- b) ¿Entre qué valores se sitúan las medidas de las cuerdas?
 - a) El diámetro mide el doble que el radio, es decir, 6 cm.
 - b) Los valores que pueden tomar las cuerdas pertenecen al intervalo (0, 6).

54. ¿Cuáles de los siguientes objetos se asocian a circunferencias y cuáles a círculos?

- a) Una moneda.
 - b) Una pulsera.
 - c) Un anillo.
 - d) Cada una de las superficies luminosas de un semáforo.
 - e) La base de un vaso.
- a) Círculo. b) Circunferencia. c) Circunferencia. d) Círculos. e) Círculo.

55. Imagina un reloj cuyas agujas son de la misma longitud, dibuja el arco de circunferencia que se define entre las puntas de sus agujas en los siguientes momentos.

- a) Las dos en punto.
- b) La una y media.
- c) Las cuatro menos veinte.
- d) Las cinco menos cinco.



56. Halla el perímetro de los siguientes triángulos.

- a) Un triángulo cuyos lados miden 3, 5 y 7 cm.
- b) Un triángulo equilátero de lado 12 cm.

a) $P = 3 + 5 + 7 = 15 \text{ cm}$

b) $P = 3 \cdot 12 = 36 \text{ cm}$

57. Calcula el perímetro de las siguientes figuras.

- a) Un rectángulo de base 10 cm y de altura 6 cm.
- b) Un cuadrado de lado 9 cm.
- c) Un rombo cuyo lado mide 3,75 cm.

a) $P = 10 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 32 \text{ cm}$

b) $P = 4 \cdot 9 = 36 \text{ cm}$

c) $P = 4 \cdot 3,75 = 15 \text{ cm}$

58. Halla el perímetro de las siguientes figuras regulares.

- a) Un pentágono regular de 8,25 cm de lado.
- b) Un heptágono regular de 9 cm de lado.
- c) Un hexágono regular de 7,5 cm de lado.

a) $P = 5 \cdot 8,25 = 41,25 \text{ cm}$

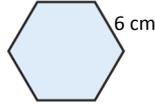
b) $P = 7 \cdot 9 = 63 \text{ cm}$

c) $P = 6 \cdot 7,5 = 45 \text{ cm}$

59. Dibuja los siguientes polígonos sabiendo que su perímetro es 36 cm.

- a) Un hexágono regular.
- b) Un rectángulo cuya base es el doble de la altura.
- c) Un cuadrado.

a) $36 : 6 = 6$ cm mide el lado del hexágono.

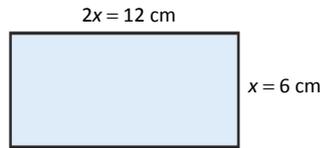


b) Sean x la altura del rectángulo, y $2x$, su base.

Se plantea la ecuación y se obtienen las medidas:

$$2 \cdot (2x) + 2x = 36 \rightarrow 6x = 36 \rightarrow x = 6$$

Es decir, la base mide 12 cm, y la altura, 6 cm.



c) $36 : 4 = 9$ cm mide el lado del cuadrado.



60. Halla el lado de cada uno de estos polígonos regulares.

- a) Octógono regular de 32 cm de perímetro.
- b) Pentágono regular de 75 cm de perímetro.
- c) Heptágono regular de 56 cm de perímetro.

a) $32 : 8 = 4$ cm

b) $75 : 5 = 15$ cm

c) $56 : 7 = 8$ cm

61. Calcula la longitud de la circunferencia:

- a) Cuyo diámetro es 12 cm.
- b) Cuyo radio es 4,6 cm.

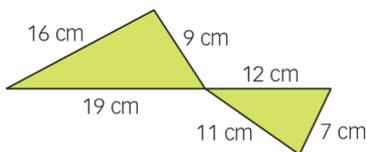
a) $L = 2 \cdot \pi \cdot \frac{12}{2} = 37,7$ cm

b) $L = 2 \cdot \pi \cdot 4,6 = 28,9$ cm

62. Calcula el radio de la circunferencia de la que se sabe que su longitud es 51,52 cm.

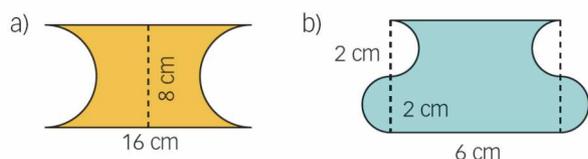
Se plantea la siguiente ecuación, y se despeja el radio: $51,52 = 2\pi r \rightarrow r = 8,2$ cm

63. Halla el perímetro de la figura.



$$P = 16 + 9 + 12 + 7 + 11 + 19 = 74 \text{ cm}$$

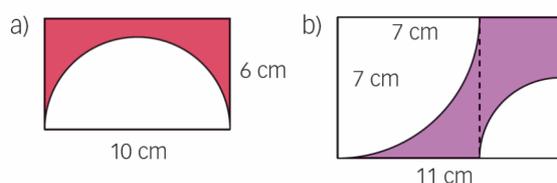
64. Halla el perímetro de las figuras.



a) $P = 2 \cdot 16 + 2 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 4}{2}\right) = 32 + 8\pi = 57,13 \text{ cm}$

b) $P = 2 \cdot 6 + 4 \cdot \left(\frac{2\pi}{2}\right) = 12 + 4\pi = 24,57 \text{ cm}$

65. Determina el perímetro de las figuras coloreadas:



a) $A_{\text{Roja}} = A_{\text{Rectángulo}} - A_{\text{Semicírculo}} = 6 \cdot 10 - \frac{\pi \cdot 5^2}{2} = 60 - \frac{25\pi}{2} = 20,73 \text{ cm}^2$

b) $A_1 = \text{área del cuarto de círculo de radio } 7 \text{ cm}$

$A_2 = \text{área del cuarto de círculo de radio } 11 - 7 = 4 \text{ cm}$

$A_{\text{Morada}} = A_{\text{Rectángulo}} - A_1 - A_2 = 11 \cdot 7 - \frac{\pi \cdot 7^2}{4} - \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 25,95 \text{ cm}^2$

66. Calcula el área de los siguientes cuadrados.

- a) Cuadrado cuyo lado mide 11 cm.
- b) Cuadrado cuyo perímetro es 48 cm.

a) $A = 11^2 = 121 \text{ cm}^2$

b) $P = 4 \cdot l \rightarrow 48 = 4 \cdot l \rightarrow l = 12 \text{ cm}$

$A = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$

67. Calcula el área de estos rectángulos.

- a) Rectángulo de base 15 cm y altura la tercera parte de la base.
- b) Rectángulo de base 12 cm y altura la mitad de la base.
- c) Rectángulo de perímetro 56 cm y altura 8 cm.
- d) Rectángulo de perímetro 44 cm y base 16 cm.

a) $h = \frac{15}{3} = 5 \text{ cm} \rightarrow A = 15 \cdot 5 = 75 \text{ cm}^2$

b) $h = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm} \rightarrow A = 12 \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2$

c) $2b + 8 \cdot 2 = 56 \rightarrow b = 20 \text{ cm} \rightarrow A = 20 \cdot 8 = 160 \text{ cm}^2$

d) $P = 44 \rightarrow 2 \cdot 16 + 2 \cdot h = 44 \rightarrow h = 6 \text{ cm} \rightarrow A = 16 \cdot 6 = 96 \text{ cm}^2$

68. Halla el área de estos paralelogramos.

- a) Rectángulo de 8 cm de base y altura 5,2 cm.
- b) Rombo cuyas diagonales miden 20 y 14 cm.
- c) Romboide de 7 cm de base y altura 4,3 cm.

a) $A = 8 \cdot 5,2 = 41,6 \text{ cm}^2$

b) $A = \frac{20 \cdot 14}{2} = 140 \text{ cm}^2$

c) $A = 7 \cdot 4,3 = 30,1 \text{ cm}^2$

69. Calcula el área de los siguientes rombos.

- a) Rombo con diagonal menor 4 cm y diagonal mayor triple que la menor.
- b) Rombo cuya diagonal menor es la cuarta parte de la mayor, y esta última mide 18 cm.
- c) Rombo cuya diagonal mayor es el triple de la menor y la suma de las dos resulta 20 cm.

a) $D = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{12 \cdot 4}{2} = 24 \text{ cm}^2$

b) $d = \frac{18}{4} = 4,5 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{18 \cdot 4,5}{2} = 40,5 \text{ cm}^2$

c) $d + 3d = 20 \rightarrow d = 5 \text{ cm}, D = 15 \rightarrow A = \frac{15 \cdot 5}{2} = 37,5 \text{ cm}^2$

70. Si una de las diagonales de un rombo mide 20 cm y su área es de 300 cm², ¿cuánto mide la otra diagonal?

$A = 300 = \frac{D \cdot 20}{2} \rightarrow D = 30 \rightarrow$ La diagonal desconocida mide 30 cm.

71. Calcula el área de un rectángulo cuyo perímetro es 36 cm y cuya base es 10 cm.

$P = 36 = 2 \cdot h + 2 \cdot 10 \rightarrow h = 8 \text{ cm}$

$A = 10 \cdot 8 = 80 \text{ cm}^2$

72. Calcula la medida del perímetro de un rectángulo cuya área es 28,8 cm² sabiendo que la altura mide 4 cm.

$A = 28,8 = 4 \cdot h \rightarrow h = 7,2 \text{ cm}$

$P = 2 \cdot 7,2 + 2 \cdot 4 = 22,4 \text{ cm}$

73. En los lados de un campo cuadrangular se han plantado 32 árboles, separados entre sí 5 m. ¿Cuál es su área? ¿Cuánto mide el lado?

$32 - 4 = 28 \rightarrow 28 : 4 = 7$

Sin contar los 4 árboles de las esquinas, en cada lado habrá 7 árboles; si los contamos, en cada lado habrá 9.

Los árboles están separados 5 m entre sí, y como hay 8 huecos entre ellos, la longitud del lado es de $5 \cdot 8 = 40 \text{ m}$.

Entonces, el área de la zona delimitada por los árboles es: $A = 40^2 = 1\,600 \text{ m}^2$.

74. Halla el área de un triángulo cuya base mide 9 cm y cuya altura mide dos terceras partes de la base.

$$h = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{9 \cdot 6}{2} = 27 \text{ cm}^2$$

75. Completa la tabla en tu cuaderno.

| Área del triángulo | Base | Altura |
|--------------------------|--------------|---------------|
| 60 cm² | 15 cm | 8 cm |
| 42 cm ² | 14 cm | 6 cm |
| 12,25 cm ² | 7 cm | 3,5 cm |

76. Calcula el perímetro de un triángulo equilátero sabiendo que su área es 43,3 cm², y su altura, 8,66 cm.

$$A = 43,3 = \frac{8,66 \cdot b}{2} \rightarrow b = 10 \text{ cm}$$

$$P = 3 \cdot 10 = 30 \text{ cm}$$

77. Calcula el área de un trapecio cuyas bases miden 7 y 11 cm, y cuya altura es 5 cm.

$$A = \frac{(11+7) \cdot 5}{2} = 45 \text{ cm}^2$$

78. Calcula el área de un trapecio isósceles de altura 4 cm, base menor 10 cm y base mayor 3 cm más grande que la menor.

$$B = 10 + 3 = 13 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{(10+13) \cdot 4}{2} = 46 \text{ cm}^2$$

79. Averigua la base mayor de un trapecio con área 76 cm², base menor de 10 cm y 5 cm de altura.

$$\frac{(B+10) \cdot 5}{2} = 76 \rightarrow B + 10 = 30,4 \rightarrow B = 20,4 \text{ cm}$$

80. Calcula el área de estos polígonos regulares que se describen a continuación.

- a) Octógono regular de 7,5 cm de lado y 9,05 cm de apotema.
- b) Pentágono regular de 2,5 cm de lado y 1,72 cm de apotema.
- c) Heptágono regular de 10,4 cm de lado y 10,79 cm de apotema.
- d) Pentágono regular de 125 cm de perímetro y 17,2 cm de apotema.

$$a) A = \frac{8 \cdot 7,5 \cdot 9,05}{2} = 271,5 \text{ cm}^2$$

$$c) A = \frac{7 \cdot 10,4 \cdot 10,79}{2} = 392,756 \text{ cm}^2$$

$$b) A = \frac{5 \cdot 2,5 \cdot 1,72}{2} = 21,5 \text{ cm}^2$$

$$d) A = \frac{125 \cdot 17,2}{2} = 1075 \text{ cm}^2$$

81. Averigua la apotema de un hexágono regular cuyo lado mide 6 cm y su área es 93,5 cm².

$$A = 93,5 \rightarrow \frac{6 \cdot 6 \cdot a}{2} = 93,5 \rightarrow a = 5,2 \text{ cm}$$

82. Halla la apotema de un heptágono de lado 6 cm y área 130,8 cm².

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot a}{2} = 130,8 \rightarrow a = 6,23 \text{ cm}$$

83. Calcula la medida de la apotema de un pentágono regular de perímetro 64,65 cm y área 287,7 cm².

$$\frac{64,65 \cdot a}{2} = 287,7 \rightarrow a = 8,9 \text{ cm}$$

84. Calcula el área de un círculo que tiene un radio que mide 5,25 cm.

$$A = 5,25^2 \pi = 86,59 \text{ cm}^2$$

85. Completa la tabla en tu cuaderno.

| Radio del círculo | Área del círculo |
|-------------------|------------------------------|
| 5 cm | 78,54 cm² |
| 7,5 cm | 176,71 cm² |
| 1,75 cm | 9,62 cm² |

86. Completa la tabla en tu cuaderno.

| Radio del círculo | Área del círculo |
|-------------------|--------------------------------|
| 2,5 cm | $\frac{25\pi}{4} \text{ cm}^2$ |
| 4 cm | 50,265 cm ² |
| 3 cm | 9π cm ² |

87. Calcula el área de un círculo que está limitado por una circunferencia de 30,16 cm de longitud.

$$2\pi r = 30,16 \rightarrow r = 4,8 \text{ cm}$$

$$A = 4,8^2 \pi = 72,38 \text{ cm}^2$$

88. Halla el área del círculo en cada caso.

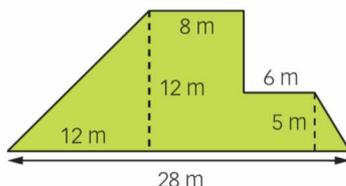
- La circunferencia que lo delimita tiene un diámetro de 12,8 cm.
- La longitud de la circunferencia que lo delimita es 28,9 cm.
- El radio de la circunferencia que lo delimita mide $\frac{22,934}{\pi}$ cm.

a) $A = \pi \cdot \left(\frac{12,8}{2}\right)^2 = 128,68 \text{ cm}^2$

b) $2\pi r = 28,9 \rightarrow r = 4,6 \text{ cm} \quad A = 4,6^2\pi = 66,476 \text{ cm}^2$

c) $A = \pi \cdot \left(\frac{22,934}{\pi}\right)^2 = 167,42 \text{ cm}^2$

89. Obtén el área de la siguiente figura.



Se descompone la figura en polígonos más simples, y se calculan sus áreas:

$$A_{T_1} = \frac{12 \cdot 12}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

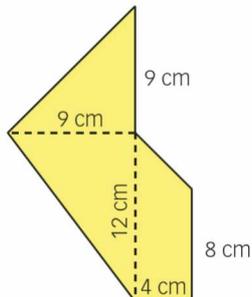
$$A_{R_1} = 8 \cdot 12 = 96 \text{ cm}^2$$

$$A_{R_2} = 6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}^2$$

$$A_{T_2} = \frac{(28 - 6 - 8 - 12) \cdot 5}{2} = 5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Total}} = 72 + 96 + 30 + 5 = 203 \text{ cm}^2$$

90. Halla el área de la figura.



Se descompone la figura en polígonos más simples, y se calculan sus áreas:

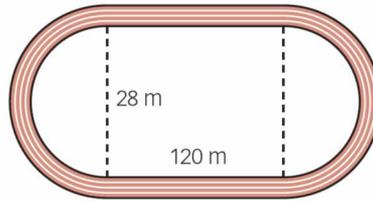
$$A_{T_1} = \frac{9 \cdot 9}{2} = 40,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{T_2} = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Trapezoido}} = \frac{(12 + 8) \cdot 4}{2} = 40 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Total}} = 40,5 + 54 + 40 = 134,5 \text{ cm}^2$$

91. Un atleta entrena diariamente en el circuito de la figura. ¿Qué distancia recorre cada día si da 10 vueltas en su entrenamiento?



$$L = 10 \cdot \left(2 \cdot 120 + 2 \cdot \frac{2\pi \cdot \left(\frac{28}{2}\right)}{2} \right) = 10 \cdot (240 + 28\pi) = 3279,65 \text{ m}$$

En su entrenamiento, el atleta recorre cada día 3 279,65 m.

92. ¿Cuánto costará empapelar una pared cuadrada de 3,5 m de lado con un papel que cuesta 4 €/m²?

$$4 \cdot 3,5^2 = 49 \rightarrow \text{Costará } 49 \text{ €}.$$

93. Una habitación cuadrada tiene una superficie de 25 m². Se va a colocar una cenefa alrededor cuyo precio es de 2 €/m. ¿Cuánto costará?

Primero se calcula la longitud del lado del cuadrado, l , utilizando el dato del área:

$$l^2 = 25 \rightarrow l = 5 \text{ m} \quad P = 4 \cdot l = 4 \cdot 5 = 20 \text{ m} \rightarrow \text{Costará } 20 \cdot 2 = 40 \text{ €}$$

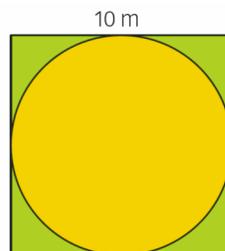
94. En una pista circular se echan 15 kg de arena por metro cuadrado. ¿Qué radio tiene la pista si se han echado 4 710 kg de arena en total?

El área de la pista es de $4\,710 : 15 = 314 \text{ m}^2$.

$$A = 314 = \pi \cdot r^2 \rightarrow r = 10 \text{ m}$$

95. Se desea hacer un círculo con losas en un jardín cuadrado, como indica la figura.

- a) ¿Cuánto mide el área enlosada?
b) ¿Qué área ha quedado con césped?



a) $A_{\text{Círculo}} = \pi \cdot 5^2 = 78,54 \text{ m}^2$

b) $A_{\text{Césped}} = 10^2 - 78,54 = 21,46 \text{ m}^2$

96. Anota las dimensiones de la portada de tu libro preferido y calcula su área. Luego, haz lo mismo con una página (solo en caso de que esta sea menor que la portada) y calcula el área que ocupan todas las páginas del libro. ¿Cuánto ocupa únicamente la parte impresa de cada página?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Las medidas de la portada son $15 \times 24 \text{ cm}^2$.

Las medidas de una página son las mismas que las de la portada.

El libro tiene 784 páginas.

Entonces, el área que ocupan todas las páginas del libro es $15 \cdot 24 \cdot 784 = 282\,240 \text{ cm}^2 = 28,2240 \text{ m}^2$.

Observando una página, la parte impresa, tiene unas dimensiones de $12,5 \times 19,5 \text{ cm}^2$.

Es decir, ocupa un área de $12,5 \cdot 19,5 = 243,75 \text{ cm}^2$.

- 97. María circula en bicicleta de su casa al trabajo. ¿Qué distancia recorre en su viaje de ida si el radio de las ruedas mide 35 cm y las ruedas giran un total de 1200 vueltas cada una?**

El perímetro, P , de la rueda es la distancia, d , que recorre María al dar una vuelta. Entonces:

$$d_{1200} = 1\,200 \cdot d = 1\,200 \cdot P = 1\,200 \cdot 2\pi \cdot 35 = 263\,893,78 \text{ cm} \approx 2,64 \text{ km}$$

María recorre 2,64 km en su viaje de ida al trabajo.

- 98. ¿Cuántos árboles podremos plantar en un terreno con forma de paralelogramo de 30 m de largo y 32 m de ancho si cada árbol necesita una superficie de 4 m²?**

El área del paralelogramo es $30 \cdot 32 = 960 \text{ m}^2$.

Como cada árbol ocupa una superficie de 4 m^2 , se podrán plantar un total de $960 : 4 = 240$ árboles.

- 99. Se va a sembrar de césped un campo de golf que tiene forma de trapecio, siendo las medidas de sus bases: una 4 hm, 9 dam y 5 m, y otra 1 hm y 5 m. Si su altura es de 80 m, ¿cuánto costará sembrar el campo si el precio de un metro cuadrado es de 2 €?**

$$\text{Base mayor} = B = 4 \text{ hm} + 9 \text{ dam} + 5 \text{ m} = 495 \text{ m}$$

$$\text{Base menor} = b = 1 \text{ hm y } 5 \text{ m} = 105 \text{ m}$$

$$A_{\text{Trapecio}} = \frac{(495 + 105) \cdot 80}{2} = 24\,000 \text{ m}^2$$

El coste de sembrar el campo de golf es de $2 \cdot 24\,000 = 48\,000 \text{ €}$.

- 100. Halla la longitud de la circunferencia que delimita una rotonda de 162,86 m². Después, calcula el área del círculo que limita un vehículo en su giro alrededor de la rotonda de forma completa, sabiendo que se sitúa en una circunferencia con 3 m más de radio que el de la propia rotonda.**

Se obtiene el radio, r , de la rotonda, y la longitud de la circunferencia, L , que la delimita:

$$A = 162,86 = \pi \cdot r^2 \rightarrow r = 7,2 \text{ m} \qquad L = 2\pi \cdot 7,2 = 45,24 \text{ m}$$

Con estos datos, se halla la superficie del círculo que define un vehículo en marcha alrededor de la rotonda:

$$A = \pi \cdot (3 + 7,2)^2 = 326,85 \text{ m}^2$$

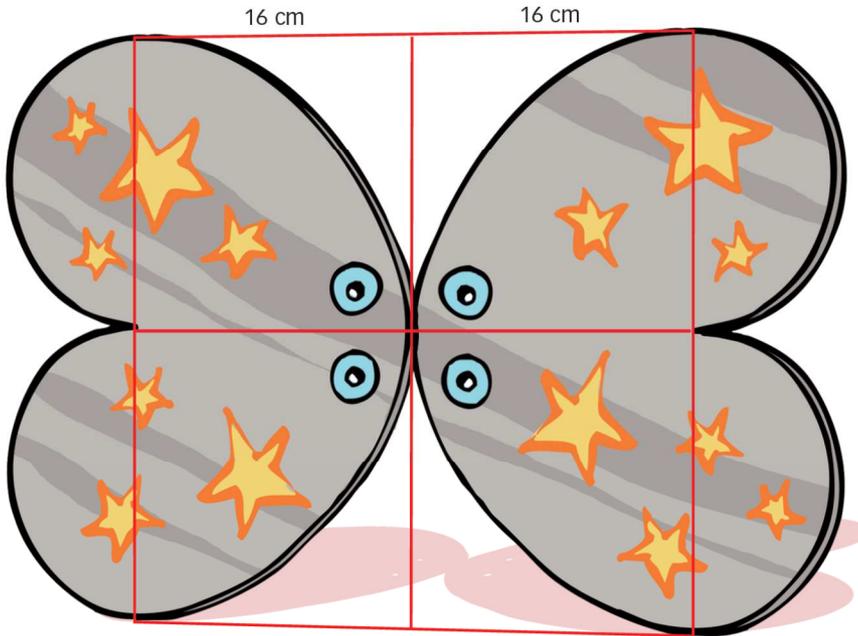
- 101. Si atas una cuerda a tu lápiz de forma que entre el nudo y el extremo de la cuerda haya 13 cm, ¿cuál es el área de la figura que puedes dibujar con la punta del lápiz fijando el extremo de la cuerda en un punto?**

Se forma un círculo de área $13^2\pi = 530,93 \text{ cm}^2$.

SABER HACER

Calcular costes de fabricación

Un herrero tiene que fabricar 162 piezas como esta.



Para ello dispone de una máquina que las puede fabricar una a una, proporcionándole placas de metal con las medidas exactas.

- a) ¿Qué medidas debe tener cada placa?
- b) Estas placas las tendrá que cortar de una gran plancha de metal de forma cuadrada que tiene 16 m² de área. ¿Cuántas placas puede sacar de cada plancha?
- c) El metro cuadrado del material de estas planchas cuesta 15,55 €. ¿Cuál es el coste del material necesario para fabricar todas las piezas?
- d) Cada pieza lleva 14 adornos, seis estrellas grandes y ocho pequeñas. Estos adornos están elaborados con un material dorado y su precio es de 0,35 € las grandes y 0,27 € las pequeñas. ¿Cuál es el coste de los adornos que necesita para todas las piezas?
- e) Considerando solo el material utilizado, ¿a cuánto asciende la fabricación de una pieza?

a) $8 + 16 + 16 + 8 = 48$ cm de largo.
 $16 + 16 = 32$ cm de ancho.

b) El área de cada placa es de $48 \cdot 32 = 1536$ cm² = 0,1536 m².
 De cada plancha de metal podrá obtener $16 : 0,1536 = 104$ placas.

c) Como debe fabricar 162 piezas, y de cada plancha de metal solo se obtienen 104 piezas, necesita 2 planchas.
 El coste es $2 \cdot 16 \cdot 15,55 = 497,6$ €.

d) Para cada pieza: $6 \cdot 0,35 + 8 \cdot 0,27 = 4,26$ €.
 Para todas las piezas: $162 \cdot 4,26 = 690,12$ €.

e) El coste de fabricación de una pieza es de: $4,26 + \frac{497,6}{162} = 7,33$ €.