Ecuaciones y sistemas

4

PUNTO DE PARTIDA

En unas elecciones se considera que un candidato gana por mayoría absoluta cuando recibe el voto de, al menos, la mitad más uno de la totalidad de los electores.

En una localidad en la que han votado todos sus habitantes, el alcalde ha sido elegido por mayoría absoluta al recibir 17 votos. ¿Cuántas personas, como máximo, han votado?

Como máximo han votado $17 + 16 = 33$ personas.

1. Identifica los términos de estas ecuaciones.

a) $x - 2 = 2x + 3$

b) $3 + x - \frac{1}{2}x = x$

c) $5x + \frac{1}{2} \cdot 3x = 4x - 1$

d) $3 \cdot (2x - 4) = x - 1$

a) Términos: x, -2, $2x$, 3

b) Términos: 3, x, $-\frac{1}{2}x$, x

c) Términos: $5x$, $\frac{3}{2}x$, $4x$, -1

d) Términos: $6x$, -12, x, -1

2. ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución $x = 2$?

a) $3 - x = 2x - 3$

b) $3x - x + 4 = 8$

c) $2 \cdot (x + 2) - x = x + 4$

d) $4x - 2 = 1 + x$

a) Es solución: $x = 2 \rightarrow 3 - 2 = 2 \cdot 2 - 3 \rightarrow 1 = 1$

b) Es solución: $x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2 - 2 + 4 = 8 \rightarrow 8 = 8$

c) Es solución: $x = 2 \rightarrow 2 \cdot (2 + 2) - 2 = 2 + 4 \rightarrow 6 = 6$

d) No es solución: $x = 2 \rightarrow 4 \cdot 2 - 2 = 1 + 2 \rightarrow 6 \neq 3$

3. Comprueba si las soluciones dadas para las siguientes ecuaciones son correctas.

a) $2 \cdot (x - 3) - (x + 2) = 1$; $x = 7$

b) $2 + 3 \cdot (2x - 1) = x + 4$; $x = 2$

c) $4 - 2x = 5 \cdot (x + 2) - 6$; $x = 0$

a) $x = 7 \rightarrow 2 \cdot (7 - 3) - (7 + 2) \neq 1 \rightarrow -1 \neq 1 \rightarrow$ Solución incorrecta.

b) $x = 2 \rightarrow 2 + 3 \cdot (2 \cdot 2 - 1) \neq 2 + 4 \rightarrow 11 \neq 6 \rightarrow$ Solución incorrecta.

c) $x = 0 \rightarrow 4 - 2 \cdot 0 = 5 \cdot (0 + 2) - 6 \rightarrow 4 = 4 \rightarrow$ Solución correcta.

4. **Resuelve, probando con diferentes valores de x, las siguientes ecuaciones.**

a) $4x + 2 = 5x - 1$ b) $3 \cdot (x + 1) = 4x + 1$

a) $x = 1 \rightarrow 6 \neq 4$; $x = 2 \rightarrow 10 \neq 9$; $x = 3 \rightarrow 14 = 14 \rightarrow$ La solución es $x = 3$.

b) $x = 1 \rightarrow 6 \neq 5$; $x = 2 \rightarrow 9 = 9 \rightarrow$ La solución es $x = 2$.

5. **Transforma la primera ecuación en la segunda con el método de la suma y del producto.**

a) $6x - x + 3 = 2x + 9 \rightarrow 3x = 6$

b) $3 - 2x + 4x - x = 5 - x \rightarrow 2x = 2$

c) $\frac{3}{4}x + 1 = \frac{1}{4}x + 3 \rightarrow x = 4$

a) $5x + 3 - 3 = 2x + 9 - 3 \rightarrow 5x = 2x + 6 \rightarrow 5x - 2x = 2x - 2x + 6 \rightarrow 3x = 6$

b) $3 + x = 5 - x \rightarrow 3 - 3 + x = 5 - x - 3 \rightarrow x + x = 2 - x + x \rightarrow 2x = 2$

c) $\frac{3}{4}x + 1 - 1 = \frac{1}{4}x + 3 - 1 \rightarrow \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}x + 2 \rightarrow \frac{x}{2} = 2 \rightarrow \frac{x}{2} \cdot 2 = 2 \cdot 2 \rightarrow x = 4$

6. **Utiliza los métodos de la suma y del producto para resolver las siguientes ecuaciones.**

a) $5x + 8x - 7x - 6 = 4x + 2$

b) $4x + 12 - 3x - 6 = 4x + 3$

c) $\frac{x}{3} + \frac{2x}{3} + \frac{4x}{3} - 2 = x - 1$

a) $6x - 6 = 4x + 2 \rightarrow 6x - 6 + 6 = 4x + 2 + 6 \rightarrow 6x - 4x = 4x - 4x + 8 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow 2x : 2 = 8 : 2 \rightarrow x = 4$

b) $x + 6 = 4x + 3 \rightarrow x + 6 - 6 = 4x + 3 - 6 \rightarrow x - 4x = 4x - 4x - 3 \rightarrow -3x = -3 \rightarrow -3x : (-3) = -3 : (-3) \rightarrow x = 1$

c) $\frac{7}{3}x - 2 = x - 1 \rightarrow \frac{7}{3}x - 2 + 2 = x - 1 + 2 \rightarrow \frac{7}{3}x - x = x - x + 1 \rightarrow \frac{4}{3}x = 1 \rightarrow 3 \cdot \frac{4}{3}x = 3 \cdot 1 \rightarrow 4x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{4}$

7. **Resuelve estas ecuaciones.**

a) $x + 4 = 15$ d) $5x - 3 = 17$

b) $x - 8 = 9$ e) $8x + 3 = 11$

c) $2x + 3 = 7$ f) $2x - 5 = x + 1$

a) $x = 15 - 4 = 11$ c) $2x = 7 - 3 = 4 \rightarrow x = 2$ e) $8x = 11 - 3 = 8 \rightarrow x = 1$

b) $x = 9 + 8 = 17$ d) $5x = 17 + 3 = 20 \rightarrow x = 4$ f) $2x - x = 1 + 5 \rightarrow x = 6$

8. **Halla la solución de las siguientes ecuaciones.**

a) $-2x + 4 = x + 1$ d) $2x - 1 = x - 1$

b) $x - 8 = 2x - 6$ e) $3x - 4 = 2x + 2$

c) $8x - 2 = 10x$ f) $5x = x + 4$

a) $4 - 1 = x + 2x \rightarrow 3 = 3x \rightarrow x = 1$ c) $-2 = 10x - 8x \rightarrow -2 = 2x \rightarrow x = -1$ e) $3x - 2x = 2 + 4 \rightarrow x = 6$

b) $-8 + 6 = 2x - x \rightarrow x = -2$ d) $2x - x = -1 + 1 \rightarrow x = 0$ f) $5x - x = 4 \rightarrow 4x = 4 \rightarrow x = 1$

9. En el almacén de una tienda de zapatos se suelen tener el doble de cajas de zapatos que las vendidas la semana anterior, más 50 cajas de zapatos. Si esta semana hay 330 cajas, ¿cuántas cajas se vendieron la semana pasada?

$2x + 50 = 330 \rightarrow 2x = 280 \rightarrow x = 140$

Se vendieron 140 cajas de zapatos.

10. En una estantería que aguanta un peso máximo de 180 kg tenemos un paquete de 20 kg. Si colocamos además cuatro paquetes iguales, ¿cuál puede ser el peso máximo de cada paquete para que la estantería no se rompa?

$20 + 4x = 180 \rightarrow 4x = 160 \rightarrow x = 40$

Cada paquete puede pesar 40 kg como máximo.

11. Localiza los valores de *a*, *b* y *c* en estas ecuaciones, y di si son completas o incompletas.

a) $4x - 3x^2 + 1 = 1$

b) $3 - x + 2x^2 = 0$

c) $0x^2 - 3x + 6 = 0$

d) $\frac{3x^2}{4} - 4x + 2 = 4$

a) $a = -3$; $b = 4$; $c = 0 \rightarrow$ Es una ecuación de segundo grado incompleta.

b) $a = 2$; $b = -1$; $c = 3 \rightarrow$ Es una ecuación de segundo grado completa.

c) $a = 0$; $b = -3$; $c = 6 \rightarrow$ Es una ecuación de primer grado.

d) $a = \frac{3}{4}$; $b = -4$; $c = -2 \rightarrow$ Es una ecuación de segundo grado completa.

12. Indica si los valores de *x* son soluciones de las ecuaciones.

a) $x^2 - 7x - 18 = 0$ para $x = -2$ y $x = 7$

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$ para $x = 3$ y $x = 1$

c) $3x^2 + x - 10 = 0$ para $x = -2$ y $x = -10$

d) $20x^2 + 25x + 6 = 0$ para $x = -\frac{1}{4}$ y $x = 5$

a) $x = -2 \rightarrow (-2)^2 - 7 \cdot (-2) - 18 = 0 \rightarrow$ Sí es solución.

$x = 7 \rightarrow 7^2 - 7 \cdot 7 - 18 = -18 \rightarrow$ No es solución.

b) $x = 3 \rightarrow 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 0 \rightarrow$ Sí es solución.

$x = 1 \rightarrow 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 0 \rightarrow$ Sí es solución.

c) $x = -2 \rightarrow 3 \cdot (-2)^2 + (-2) - 10 = 0 \rightarrow$ Sí es solución.

$x = -10 \rightarrow 3 \cdot (-10)^2 + (-10) - 10 = 280 \rightarrow$ No es solución.

d) $x = -\frac{1}{4} \rightarrow 20 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + 25 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + 6 = 1 \rightarrow$ No es solución.

$x = 5 \rightarrow 20 \cdot 5^2 + 25 \cdot 5 + 6 = 631 \rightarrow$ No es solución.

13. **Resuelve estas ecuaciones.**

a) $3x^2 - 27 = 0$
b) $x^2 - 16 = 0$
c) $4x^2 + 10 = 0$
d) $28 - 7x^2 = 0$
e) $5x^2 + 30 = 0$
f) $5x^2 - 30 = 0$

a) $3x^2 = 27 \rightarrow x = \sqrt{\frac{27}{3}} \rightarrow x = \pm 3$

b) $x^2 = 16 \rightarrow x = \sqrt{16} \rightarrow x = \pm 4$

c) $4x^2 = -10 \rightarrow$ No tiene solución real.

d) $28 = 7x^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{28}{7}} \rightarrow x = \pm 2$

e) $5x^2 = -30 \rightarrow$ No tiene solución real.

f) $5x^2 = 30 \rightarrow x = \sqrt{\frac{30}{5}} \rightarrow x = \pm\sqrt{6}$

14. **Resuelve sacando factor común.**

a) $x^2 - 6x = 0$
b) $2x^2 + 8x = 0$
c) $x^2 - x = 0$
d) $3x^2 + 12x = 0$
e) $3x^2 - 2x = 0$
f) $2x^2 - 5x = 0$

a) $x \cdot (x - 6) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = 6$

b) $2x \cdot (x + 4) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = -4$

c) $x \cdot (x - 1) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = 1$

d) $3x \cdot (x + 4) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = -4$

e) $x \cdot (3x - 2) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = \frac{2}{3}$

f) $x \cdot (2x - 5) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = \frac{5}{2}$

15. **Resuelve aplicando la fórmula general.**

a) $x^2 - 4x - 12 = 0$
b) $2x^2 + 7x + 3 = 0$
c) $3x^2 - 5x + 2 = 0$
d) $x^2 + 3x + 4 = 0$

a) $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$

b) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} \rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -3 \end{cases}$

c) $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$

d) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 16}}{2} \rightarrow$ No existen soluciones reales.

16. **Resuelve estas ecuaciones de segundo grado.**

a) $x^2 - 2 = x$
b) $x^2 + 2x = 3$
c) $x^2 = -4x - 4$
d) $x + 7 = -x^2$

a) $x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$

c) $x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} \rightarrow x = -2$ (solución doble).

d) $x^2 + x + 7 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 28}}{2} \rightarrow$ No tiene soluciones reales.

17. **Si al cuadrado de un número le restamos ese mismo número, el resultado es 30. ¿De qué número se trata?**

$x^2 - x = 30 \rightarrow x^2 - x - 30 = 0 \rightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+120}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -5 \end{cases}$ → Hay dos soluciones posibles: –5 y 6.

18. **El producto de un número por su consecutivo es igual a 110. ¿De qué número se trata?**

$x \cdot (x + 1) = 110 \rightarrow x^2 + x - 110 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+440}}{2} \rightarrow x = 10$ y $x = -11$

19. **El área de una pieza de dominó es 8 cm². Sabemos que las piezas miden el doble de largo que de ancho. ¿Cuáles son sus dimensiones?**

$2x \cdot x = 8 \rightarrow 2x^2 = 8 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$ → La única solución posible es la positiva.

Ancho: 2 cm Largo: $2 \cdot 2 = 4$ cm

20. **El área de un cuadrado es 91 cm². ¿Cuál es la longitud de su lado? ¿Existe más de una solución?**

$x^2 = 91 \rightarrow x \pm\sqrt{91}$ → Se descarta la solución negativa de la ecuación por no tener sentido físico.

La única solución posible para el lado del cuadrado es $\sqrt{91}$ cm.

21. **Decide cuáles de los siguientes pares de ecuaciones son sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.**

a) $\left.\begin{aligned} -2y &= 5 \\ x + y &= 1 \end{aligned}\right\}$ c) $\left.\begin{aligned} 2x + z &= 1 \\ -x - y &= 3 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} x + y^2 &= 0 \\ x - y &= 0 \end{aligned}\right\}$ d) $\left.\begin{aligned} y &= 0 \\ 3x &= -3 \end{aligned}\right\}$

a) Sí es sistema lineal con dos incógnitas: Hay dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Aunque no aparece la incógnita x en la primera ecuación, se considera multiplicada por 0.

b) No es sistema lineal porque la primera ecuación es de segundo grado.

c) No es sistema con dos incógnitas porque aparecen 3: x, y, z.

d) Sí es sistema lineal con dos incógnitas porque hay dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

22. **Comprueba si el par de valores $x = -1$, $y = 4$ es solución de alguno de estos sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.**

a) $\left.\begin{aligned} -x - y &= -3 \\ 4x + y &= 0 \end{aligned}\right\}$ c) $\left.\begin{aligned} 2y &= 8 \\ -x + 2y &= 7 \end{aligned}\right\}$

b) $\left.\begin{aligned} 2x - y &= -6 \\ 3x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$ d) $\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 10 \\ -3x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$

a) $-(-1) - 4 = -3$	$4 \cdot (-1) + 4 = 0$	Sí es solución del sistema.
b) $2 \cdot (-1) - 4 = -6$	$3 \cdot (-1) + 4 \neq 7$	No es solución del sistema.
c) $2 \cdot 4 = 8$	$-(-1) + 2 \cdot 4 \neq 7$	No es solución del sistema.
d) $2 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 10$	$-3 \cdot (-1) + 4 = 7$	Sí es solución del sistema.

23. Encuentra cinco parejas de valores de *x* e *y* que verifiquen cada ecuación.

a) $x - 2y = 2$

b) $4y - x = x + 6$

c) $5x - 3y = 1$

d) $x = 7 - 3y$

a) $x = -2, y = -2; x = 0, y = -1; x = 2, y = 0; x = 4, y = 1; x = 6, y = 2$

b) $x = -7, y = -2; x = -5, y = -1; x = -3, y = 0; x = -1, y = 1; x = 1, y = 2$

c) $x = -1, y = -2; x = -\frac{2}{5}, y = -1; x = \frac{1}{5}, y = 0; x = \frac{4}{5}, y = 1; x = \frac{7}{5}, y = 2$

d) $x = 13, y = -2; x = 10, y = -1; x = 7, y = 0; x = 4, y = 1; x = 1, y = 2$

24. Resuelve el sistema formado por las ecuaciones a) y d) de la actividad anterior.

La solución viene determinada por el par $x = 4$, $y = 1$.

25. Halla las soluciones de los siguientes sistemas. Comprueba que uno de ellos no tiene solución.

a) $\left.\begin{array}{r} x - y = 1 \\ 3x + y = 11 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x - y = 2 \\ x - y = 3 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} 2x - y = 1 \\ 3x - y = 0 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} 2x - y = 0 \\ 3x + y = 10 \end{array}\right\}$

a) La solución está determinada por el par $x = 3$, $y = 2$.

x	0	1	2	3
y	–1	0	1	2
x – y	1	1	1	1

x	0	1	2	3
y	11	8	5	2
3*x* + *y*	11	11	11	11

b) No existe solución para este sistema.

c) La solución está determinada por el par $x = -1$, $y = -3$.

x	0	1	2	–1
y	–1	1	3	–3
2*x* – *y*	1	1	1	1

x	0	1	2	–1
y	0	3	6	–3
3*x* – *y*	0	0	0	0

d) La solución está determinada por el par $x = 2$, $y = 4$.

x	0	1	2	3
y	0	2	4	6
2*x* – *y*	0	0	0	0

x	0	1	2	3
y	10	7	4	1
3*x* + *y*	10	10	10	10

26. **Resuelve por los tres métodos este sistema.**

$$\left.\begin{aligned} 2x - 3y &= 1 \\ x + 2y &= 4 \end{aligned}\right\}$$

<u>Método de sustitución</u>:

Despejamos x de la segunda ecuación: $x = 4 - 2y$

Y sustituimos en la primera: $2\,(4 - 2y) - 3y = 1 \rightarrow 8 - 7y = 1 \rightarrow y = 1$

Solución: $x = 2$, $y = 1$

<u>Método de igualación</u>:

Despejamos x en las dos ecuaciones.

$x = \dfrac{1+3y}{2}$ $\qquad$ $x = 4 - 2y$

E igualamos los resultados:

$\dfrac{1+3y}{2} = 4 - 2y \rightarrow 1 + 3y = 8 - 4y \rightarrow y = 1$

Solución: $x = 2$, $y = 1$

<u>Método de reducción</u>:

Multiplicamos la segunda ecuación por -2:

$-2x - 4y = -8$

Y sumamos esta ecuación a la primera:

$-7y = -7 \rightarrow y = 1$

Solución: $x = 2$, $y = 1$

27. **Resuelve el sistema utilizando los tres métodos.**

$$\left.\begin{aligned} x + 4 &= y \\ y - x &= 4 \end{aligned}\right\}$$

Este sistema tiene infinitas soluciones porque las ecuaciones son equivalentes.

<u>Método de sustitución:</u>

Sustituimos y en la segunda ecuación:

$x + 4 - x = 4 \rightarrow 4 = 4 \rightarrow$ Se cumple para todos los valores.

<u>Método de igualación:</u>

Despejamos y en la segunda ecuación e igualamos:

$4 + x = 4 + x \rightarrow$ Se cumple para todos los valores.

<u>Método de reducción:</u>

Sumamos la segunda ecuación a la primera:

$y + 4 = y + 4 \rightarrow$ Se cumple para todos los valores.

28. Dos gorras y tres camisetas cuestan 80 €. Comprando 1 gorra y 2 camisetas son 50 €. ¿Cuánto cuesta cada artículo?

x = precio de una gorra y = precio de una camiseta.

Planteamos las dos ecuaciones y resolvemos el sistema:

$2x + 3y = 80$ $x + 2y = 50$

Solución: $x = 10$, $y = 20$

Cada gorra cuesta 10 €, y cada camiseta, 20 €.

29. La profesora de Laura le lleva 18 años. Dentro de 6 años, su edad será el doble de la de Laura. ¿Qué edad tiene cada una?

Laura en la actualidad: x Laura dentro de 6 años: $x + 6$

Profesora en la actualidad: $y = 18 + x$ Profesora dentro de 6 años: $y + 6$

Se plantea el sistema de ecuaciones:

$y + 6 = 2 \cdot (x + 6) \rightarrow 18 + x + 6 = 2x + 12 \rightarrow x = 12;\ y = 30$

Por tanto, en la actualidad, Laura y su profesora tienen 12 y 30 años, respectivamente.

30. Identifica las partes que forman estas ecuaciones.

a) $5x - 9 = 4 + 3x$

b) $10 + 6x - x = 12 - x$

c) $4x + 8 = 9 + 3x$

d) $-6x - 9 = 15$

a) Primer miembro: $5x - 9$ Segundo miembro: $4 + 3x$ Términos: $5x$, -9, 4, $3x$

b) Primer miembro: $10 + 6x - x$ Segundo miembro: $12 - x$ Términos: 10, $6x$, x, 12, $-x$

c) Primer miembro: $4x + 8$ Segundo miembro: $9 + 3x$ Términos: $4x$, 8, 9, $3x$

d) Primer miembro: $-6x - 9$ Segundo miembro: 15 Términos: $-6x$, -9, 15

31. Escribe las siguientes ecuaciones en la forma $ax + b = 0$.

a) $2x + 7 = 3x + 5$

b) $-4 + 3x = 5x$

c) $5 - 4x = 1$

d) $6 = -2x$

a) $x - 2 = 0$ b) $2x + 4 = 0$ c) $4x - 4 = 0$ d) $2x + 6 = 0$

32. Encuentra la solución de estas ecuaciones probando diferentes valores.

a) $4 + 2x = 8$

b) $3x - 1 = 11$

c) $5x + 3 = 28$

d) $13 - 2x = 5$

a) $4 + 2x = 8 \rightarrow x = 2$ c) $5x + 3 = 28 \rightarrow x = 5$

b) $3x - 1 = 11 \rightarrow x = 4$ d) $13 - 2x = 5 \rightarrow x = 4$

33. **Cada una de las parejas de ecuaciones que se dan a continuación son equivalentes. Encuentra los pasos que llevan de la primera a la segunda.**

a) $-4 + 5x = 11 \rightarrow 5x = 15$

b) $4x - \dfrac{2}{3} = 1 \rightarrow 12x = 5$

c) $\dfrac{x-5}{6} = \dfrac{x}{5} \rightarrow -x = 25$

d) $4 \cdot (2x - 8) = 0 \rightarrow 2x = 8$

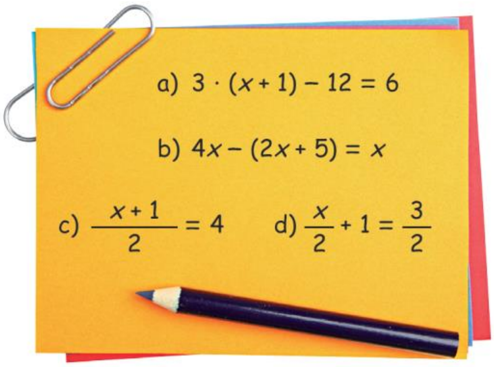
a) $-4 + 4 + 5x = 11 + 4 \longrightarrow 5x = 15$

b) $4x = 1 + \dfrac{2}{3} = \dfrac{5}{3} \longrightarrow 3 \cdot 4x = 5 \longrightarrow 12x = 5$

c) $5x - 25 = 6x \longrightarrow -x = 25$

d) $8x - 32 = 0 \longrightarrow 8x = 32 \longrightarrow 2x = 8$

34. **Encuentra una ecuación equivalente a cada una de las siguientes, indicando el método utilizado para obtenerla.**



Respuesta abierta: se pueden encontrar infinitas ecuaciones equivalentes a una dada.

a) $3 \cdot (x + 1) - 12 = 6 \longrightarrow 3 \cdot (x + 1) - 12 + 12 = 6 + 12 \longrightarrow 3x + 3 = 18$ (Método de la suma).

b) $4x - (2x + 5) = x \longrightarrow 4x - (2x + 5) + (2x + 5) = x + (2x + 5) \longrightarrow 4x = 3x + 5$ (Método de la suma).

c) $\dfrac{x+1}{2} = 4 \rightarrow 2\left(\dfrac{x+1}{2}\right) = 2 \cdot 4 \longrightarrow x + 1 = 8$ (Método de la multiplicación).

d) $\dfrac{x}{2} + 1 = \dfrac{3}{2} \rightarrow 2\left(\dfrac{x}{2} + 1\right) = 2 \cdot \dfrac{3}{2} \rightarrow x + 2 = 3$ (Método de la multiplicación).

35. **Escribe la ecuación equivalente sin denominadores.**

a) $\dfrac{x+5}{3} - 6 = 0$ b) $\dfrac{3x}{4} + \dfrac{1+x}{6} = x$

a) $\dfrac{x+5}{3} - 6 = 0 \rightarrow x + 5 - 18 = 0$

b) $\dfrac{3x}{4} + \dfrac{1+x}{6} = x \longrightarrow 18x + 4 + 4x = 24x$

36. **¿Son equivalentes estas tres ecuaciones?**

$\frac{x}{2} - 3 = x \qquad \frac{x-6}{2} = \frac{6x}{4} \qquad x - 6 = 2x$

$\frac{x}{2} - 3 = x \rightarrow x - 6 = 2x \rightarrow x = -6$

$\frac{x-6}{2} = \frac{6x}{4} \rightarrow 4x - 24 = 12x \rightarrow x = -3$

$x - 6 = 2x \rightarrow x = -6$

La primera ecuación es equivalente a la tercera ya que tienen la misma solución.

37. **Razona cuál de las siguientes ecuaciones es equivalente a $2x - 10 = 4$.**

a) $2 \cdot (x - 10) = -x + 1$

b) $2x - 10 = x$

c) $3x - 10 = 11$

La solución de la ecuación $2x - 10 = 4$ es $x = 7$.

a) $2 \cdot (x - 10) = -x + 1 \rightarrow 2x - 20 = -x + 1 \rightarrow 3x - 21 = 0 \rightarrow x = 7 \rightarrow$ Sí es equivalente.

b) $2x - 10 = x \rightarrow x = 10 \rightarrow$ No es equivalente.

c) $3x - 10 = 11 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7 \rightarrow$ Sí es equivalente.

38. **Realiza el producto y utiliza los métodos de la suma y del producto para resolver las siguientes ecuaciones.**

a) $5 \cdot (x - 3) = 20$

b) $3 \cdot (4 - x) = -3$

c) $7 \cdot (x - 1) = 56$

d) $4 \cdot (6 - x) = -8$

e) $6 \cdot (9 - x) = 30$

f) $10 \cdot (8 + x) = 50$

g) $2 \cdot (x + 7) = 24$

a) $5x - 15 = 20 \rightarrow x = 7$

b) $12 - 3x = -3 \rightarrow x = 5$

c) $7x - 7 = 56 \rightarrow x = 9$

d) $24 - 4x = -8 \rightarrow x = 8$

e) $54 - 6x = 30 \rightarrow x = 4$

f) $80 + 10x = 50 \rightarrow x = -3$

g) $2x + 14 = 24 \rightarrow x = 5$

39. **Resuelve estas ecuaciones.**

a) $4 - (5 - x) = 2x$

b) $7 - (4x + 2) = 5x$

c) $9 - (3x - 1) = 7x$

d) $10 - (6 - 2x) = x$

e) $13 - (7 - x) = 3x$

f) $8 - (5 - x) = 2x$

a) $4 - 5 + x = 2x \rightarrow x = -1$

b) $7 - 4x - 2 = 5x \rightarrow 5 = 9x \rightarrow x = \frac{5}{9}$

c) $9 - 3x + 1 = 7x \rightarrow 10 = 10x \rightarrow x = 1$

d) $10 - 6 + 2x = x \rightarrow x = -4$

e) $13 - 7 + x = 3x \rightarrow 6 = 2x \rightarrow x = 3$

f) $8 - 5 + x = 2x \rightarrow x = 3$

40. **Encuentra la solución de las ecuaciones.**

a) $7x - 2 \cdot (x + 1) = 0$

b) $3x + 4 \cdot (5 - 2x) = -2$

c) $5x - 3 \cdot (9 - x) = 4$

d) $6x + 5 \cdot (1 - 3x) = 12$

e) $x - 3 \cdot (x - 2) = 10$

f) $2x + 7 \cdot (x + 4) = 19$

a) $7x - 2x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{5}$

b) $3x + 20 - 8x = -2 \rightarrow -5x = -22 \rightarrow x = \frac{22}{5}$

c) $5x - 27 + 3x = 4 \rightarrow 8x = 31 \rightarrow x = \frac{31}{8}$

d) $6x + 5 - 15x = 12 \rightarrow -9x = 7 \rightarrow x = -\frac{7}{9}$

e) $x - 3x + 6 = 10 \rightarrow -2x = 4 \rightarrow x = -2$

f) $2x + 7x + 28 = 19 \rightarrow 9x = -9 \rightarrow x = -1$

41. **Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a) $\frac{x}{2} - 3 = 5 - x$

b) $\frac{x-3}{2} = 5 - \frac{x}{3}$

c) $\frac{x}{2} - \frac{5}{3} = x + 3$

d) $\frac{x}{2} + 3 = 5x - 3$

e) $\frac{x}{2} - x = \frac{x}{3} + 5$

f) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5 - x$

a) $2x - 6 = 10 - 2x \rightarrow x = 4$

b) $3x - 9 = 30 - 2x \rightarrow x = \frac{39}{5}$

c) $3x - 10 = 6x + 18 \rightarrow x = -\frac{28}{3}$

d) $x + 6 = 10x - 6 \rightarrow x = \frac{4}{3}$

e) $3x - 6x = 2x + 30 \rightarrow x = -6$

f) $3x + 2x = 30 - 6x \rightarrow x = \frac{30}{11}$

42. **¿Cuál es la solución de estas ecuaciones?**

a) $\frac{x+1}{3} - x = 2$

b) $\frac{x+3}{2} - 3x = x$

c) $\frac{x+1}{2} + x = \frac{x}{3}$

d) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = x + 2$

e) $\frac{x}{3} + x = \frac{x}{2} + 2$

f) $\frac{x}{2} + \frac{x+1}{3} = 2$

a) $x + 1 - 3x = 6 \rightarrow x = -\frac{5}{2}$

b) $x + 3 - 6x = 2x \rightarrow x = \frac{3}{7}$

c) $3x + 3 + 6x = 2x \rightarrow x = -\frac{3}{7}$

d) $3x - 2x = 6x + 12 \rightarrow x = -\frac{12}{5}$

e) $2x + 6x = 3x + 12 \rightarrow x = \frac{12}{5}$

f) $3x + 2x + 2 = 12 \rightarrow x = 2$

43. **Encuentra la solución para cada ecuación.**

a) $\frac{x-1}{2}+\frac{x+1}{4}=5$

b) $\frac{2x+3}{4}+\frac{x}{2}=\frac{x-1}{3}$

c) $\frac{x-2}{5}+\frac{x+5}{2}=5x$

d) $\frac{x-3}{2}+\frac{x-1}{8}=x$

e) $\frac{2x-3}{9}+\frac{2x-1}{3}=\frac{x}{6}$

f) $\frac{x-5}{6}+\frac{x+3}{8}=2-x$

a) $2x-2+x+1=20 \rightarrow x=7$

b) $6x+9+6x=4x-4 \rightarrow x=-\frac{13}{8}$

c) $2x-4+5x+25=50x \rightarrow x=\frac{21}{43}$

d) $4x-12+x-1=8x \rightarrow x=-\frac{13}{3}$

e) $4x-6+12x-6=3x \rightarrow x=\frac{12}{13}$

f) $4x-20+3x+9=48-24x \rightarrow x=\frac{59}{31}$

44. **Determina el número de soluciones de las siguientes ecuaciones.**

a) $x^2-1=0$

b) $x^2+2x=0$

c) $x^2-4x+4=0$

d) $x^2+8x+16=0$

e) $x^2-x-2=0$

f) $x^2=7x-12$

g) $2x^2-4+3x=x^2+2+2x$

a) Dos soluciones: $x=1$, $x=-1$

b) Dos soluciones: $x=0$, $x=-2$

c) Una solución: $x=2$

d) Una solución: $x=-4$

e) Dos soluciones: $x=2$, $x=-1$

f) Dos soluciones: $x=3$, $x=4$

g) Dos soluciones: $x=-3$, $x=2$

45. **Resuelve estas ecuaciones.**

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$

b) $x^2 - 6x - 27 = 0$

c) $4x^2 - 24x + 36 = 0$

d) $x^2 + 6x = -9$

e) $x^2 + 9 = 10x$

f) $2x^2 + 10x - 48 = 0$

g) $x^2 - x = 20$

h) $3x^2 - 15x + 18 = 0$

a) $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 12}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$

b) $x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 27}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -3 \end{cases}$

c) $x = \dfrac{24 \pm \sqrt{576 - 4 \cdot 36 \cdot 4}}{2 \cdot 4} \rightarrow x = 3$ (Solución doble)

d) $x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 9}}{2} \rightarrow x = -3$ (Solución doble)

e) $x^2 - 10x + 9 = 0 \rightarrow x = \dfrac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 9}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 1 \end{cases}$

f) $x = \dfrac{-10 \pm \sqrt{100 + 4 \cdot 2 \cdot 48}}{2 \cdot 2} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -8 \end{cases}$

g) $x^2 - x - 20 = 0 \rightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 20}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -4 \end{cases}$

h) $x = \dfrac{15 \pm \sqrt{225 - 4 \cdot 3 \cdot 18}}{2 \cdot 3} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

46. **Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a) $7x^2 = 63$

b) $x^2 - 24 = 120$

c) $x^2 - 25 = 0$

d) $x^2 - 10\,000 = 0$

e) $x^2 - 3 = 22$

a) $x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

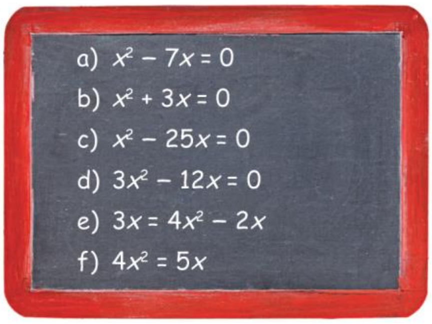
b) $x^2 = 144 \rightarrow x = \pm 12$

c) $x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

d) $x^2 = 10\,000 \rightarrow x = \pm 100$

e) $x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

47. **Resuelve estas ecuaciones.**



a) $x = 0, x = 7$

b) $x = 0, x = -3$

c) $x = 0, x = 25$

d) $x = 0, x = 4$

e) $4x^2 - 5x = 0 \rightarrow x = 0, x = \frac{5}{4}$

f) $4x^2 - 5x = 0 \rightarrow x = 0, x = \frac{5}{4}$

48. **Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a) $(x + 1) \cdot (x - 3) + 3 = 0$
b) $(x + 9) \cdot (x - 9) = 3 \cdot (x - 27)$
c) $x \cdot (3x - 2) = 65$
d) $4x - (x^2 - 4) = 2x - 4$
e) $(2x + 3) \cdot (2x - 3) = 135$

a) $x^2 - 2x = 0 \rightarrow x = 0, x = 2$

b) $x^2 - 81 = 3x - 81 \rightarrow x^2 - 3x \rightarrow x = 0, x = 3$

c) $3x^2 - 2x - 65 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 3 \cdot 65}}{2 \cdot 3} \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -\frac{13}{3} \end{cases}$

d) $4x - x^2 + 4 = 2x - 4 \rightarrow -x^2 + 2x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 8}}{-2} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$

e) $4x^2 - 9 = 135 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6$

49. **Calcula el valor de y cuando $x = 3$ de forma que la pareja sea solución de las siguientes ecuaciones.**

a) $2x + y = 7$
b) $3x - y = 4$
c) $x + 4y = 19$
d) $2 \cdot (x + 2y) = 24$

a) $2 \cdot 3 + y = 7 \rightarrow y = 1$

b) $3 \cdot 3 - y = 4 \rightarrow y = 5$

c) $3 + 4y = 19 \rightarrow y = 4$

d) $2 \cdot (3 + 2y) = 24 \rightarrow 6 + 4y = 24 \rightarrow y = \frac{9}{2}$

50. **Calcula el valor de x cuando $y = 5$ de forma que la pareja sea solución de las siguientes ecuaciones.**

a) $x + 3y = 17$
b) $9 - x = y$
c) $4x - 6 = 1 + y$
d) $y - (x + 5) = 8$

a) $x + 3 \cdot 5 = 17 \rightarrow x = 2$

b) $9 - x = 5 \rightarrow x = 4$

c) $4x - 6 = 1 + 5 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3$

d) $5 - (x + 5) = 8 \rightarrow 5 - x - 5 = 8 \rightarrow x = -8$

51. Encuentra para cada ecuación tres parejas de valores de *x* e *y* que la verifiquen.

a) $4x + y = 9$

b) $x - y = 5$

c) $2x + 3y = 18$

d) $x + 4y = 25$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $x = 0$, $y = 9$; $x = 1$, $y = 5$; $x = 2$, $y = 1$

b) $x = 0$, $y = -5$; $x = 5$, $y = 0$; $x = 2$, $y = -3$

c) $x = 0$, $y = 6$; $x = 3$, $y = 4$; $x = 6$, $y = 2$

d) $x = 1$, $y = 6$; $x = 9$, $y = 4$; $x = -3$, $y = 7$

52. Escribe las siguientes ecuaciones en la forma $ax + by = c$ y encuentra dos soluciones para cada una.

a) $3x - y + 2 = x - 4y + 1$

b) $-5 \cdot (x - y) + 3y = 2x$

c) $2y - (6x + 7) = -2$

a) $2x + 3y = -1 \rightarrow$ Dos soluciones, pueden ser, por ejemplo, $(1, -1)$ y $(-2, 1)$.

b) $-7x + 8y = 0 \rightarrow$ Dos soluciones, pueden ser, por ejemplo, $(0, 0)$ y $(8, 7)$.

c) $-6x + 2y = 5 \rightarrow$ Dos soluciones pueden ser, por ejemplo, $\left(0, \frac{5}{2}\right)$ y $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$.

53. Averigua de cuál de estas ecuaciones es solución el par $(1, -2)$.

a) $4x + 2y = 1$

b) $-4x + 2y = -8$

c) $4x - 2y = 0$

d) $4x + 2y = 0$

a) $4 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) \neq 1 \rightarrow$ No es solución.

b) $-4 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) = -8 \rightarrow$ Sí es solución.

c) $4 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) \neq 0 \rightarrow$ No es solución.

d) $4 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) = 0 \rightarrow$ Sí es solución.

54. De todas las parejas que son solución de la ecuación $4x + y = 9$, ¿cuál es también solución de la ecuación $x + y = 3$?

Resolvemos el sistema de ecuaciones. La solución común es el par $x = 2$, $y = 1$.

55. ¿Hay alguna pareja de valores de *x* e *y* que cumplan la ecuación $3x - y = 1$, y la ecuación $2x + 3y = 19$? ¿Qué nombre recibe esa pareja de valores?

La pareja de valores que satisface ambas ecuaciones es el par $x = 2$, $y = 5$.

A esta pareja de valores se le llama solución del sistema lineal formado por dichas ecuaciones.

56. Indica cuáles de los siguientes sistemas tienen como solución el par (−3, 4).

a) $\left.\begin{array}{r} 4x + y = -8 \\ -x - 2y = 5 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x - 2y = -11 \\ -x + y = 7 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 2x - y = -10 \\ x + 3y = 9 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 5 \\ 2x + 3y = -6 \end{array}\right\}$

a) No es solución porque no cumple la segunda ecuación.

b) Sí es solución porque cumple las dos ecuaciones.

c) Sí es solución porque cumple las dos ecuaciones.

d) No es solución porque no cumple la segunda ecuación.

57. Resuelve estos sistemas por el método de sustitución.

a) $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ 3x - y = -8 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} -2x + 5y = 9 \\ x - y = -3 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} 5x - 4y = 2 \\ 3x + 2y = -12 \end{array}\right\}$

a) $y = 3 - 2x \rightarrow 3x - (3 - 2x) = -8 \rightarrow x = -1,\ y = 5$

b) $x = y - 3 \rightarrow -2 \cdot (y - 3) + 5y = 9 \rightarrow y = 1,\ x = -2$

c) $x = \dfrac{-12 - 2y}{3} \rightarrow 5 \cdot \dfrac{-12 - 2y}{3} - 4y = 2 \rightarrow y = -3,\ x = -2$

58. Resuelve estos sistemas por el método de igualación.

a) $\left.\begin{array}{l} 2x - y = -10 \\ x + 3y = 9 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 3x - 4y = 10 \\ -x + y = -3 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} 5x - 2y = -1 \\ -5x + 6y = 13 \end{array}\right\}$

a) Despejamos y en las dos ecuaciones: $y = 2x + 10$; $y = \dfrac{9 - x}{3}$

E igualamos los resultados: $2x + 10 = \dfrac{9 - x}{3} \rightarrow x = -3,\ y = 4$

b) Despejamos y en las dos ecuaciones: $y = \dfrac{3x - 10}{4}$; $y = x - 3$

E igualamos: $\dfrac{3x - 10}{4} = x - 3 \rightarrow x = 2,\ y = -1$

c) Despejamos y en las dos ecuaciones: $y = \dfrac{5x + 1}{2}$; $y = \dfrac{5x + 13}{6}$

E igualamos: $\dfrac{5x + 1}{2} = \dfrac{5x + 13}{6} \rightarrow x = 1,\ y = 3$

59. **Resuelve estos sistemas por el método de reducción.**

a) $\left.\begin{array}{r} x - 2y = -11 \\ -x + y = 7 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x - 4y = 6 \\ x + y = 1 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} 2x - 7y = -19 \\ -5x + 6y = 13 \end{array}\right\}$

a) Sumamos las dos ecuaciones: $-y = -4 \rightarrow y = 4, x = -3$

b) Restamos la primera ecuación a la segunda: $5y = -5 \rightarrow y = -1, x = 2$

c) Multiplicamos la primera ecuación por 5: $10x - 35y = -95$

Multiplicamos la segunda por 2: $-10x + 12y = 26$

Sumamos las dos ecuaciones: $-23y = -69 \rightarrow y = 3, x = 1$

60. **Resuelve por el método que creas más adecuado.**

a) $\left.\begin{array}{r} \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{y+4}{3} = -1 \\ \dfrac{x+4}{5} = \dfrac{-y}{8} \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2 \cdot (x+3) - (x-y) = 9 \\ -3 \cdot (x+y) + 4y = 11 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} 4 \cdot (x+2y) - x = -y \\ -3x = 2y - 4 - x \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} \dfrac{2x-4}{5} - \dfrac{y+3}{2} = 3 \\ \dfrac{x+y}{2} = 1 \end{array}\right\}$

a) Eliminamos los denominadores de las dos ecuaciones, despejamos x en la primera y sustituimos en la segunda:

$3x + 2y = -11 \rightarrow x = \left(\dfrac{-11-2y}{3}\right)$

$8x + 5y = -32 \rightarrow 8 \cdot \left(\dfrac{-11-2y}{3}\right) + 5y = -32 \rightarrow y = 8, x = -9$

b) Despejamos y en las dos ecuaciones e igualamos:

$x + y = 3 \rightarrow y = 3 - x$

$-3x + y = 11 \rightarrow y = 11 + 3x$

$3 - x = 11 + 3x \rightarrow x = -2, y = 5$

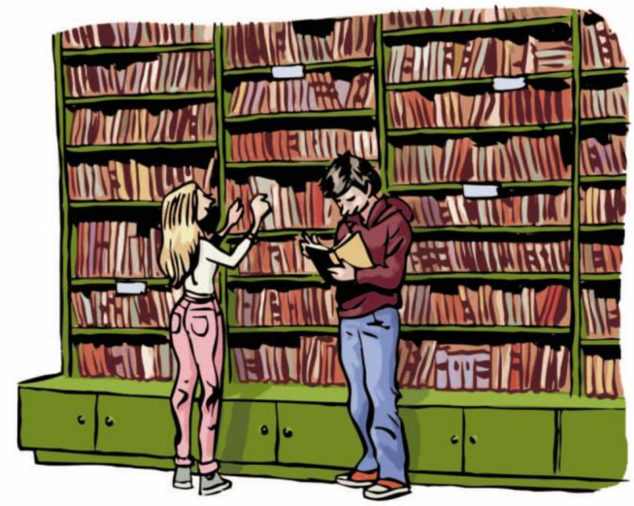
c) Reescribimos las dos ecuaciones y las sumamos: $x + 3y = 0 \quad -x - y = -2$

$2y = -2 \rightarrow y = -1, x = 3$

d) Reescribimos las dos ecuaciones: $4x - 5y = 53 \qquad x + y = 2 \rightarrow x = 2 - y$

$4 \cdot (2 - y) - 5y = 53 \rightarrow x = 7, y = -5$

61. **Laura y Javier tienen entre los dos 54 libros. Calcula los libros que tiene cada uno sabiendo que Javier tiene el doble que Laura.**



Laura: x Javier: $2x$

$2x + x = 54 \rightarrow x = 18$ Laura tiene 18 libros, y Javier, 36.

62. **Andrea tiene una colección de 168 películas que sobrepasa en 42 al doble de las que tiene Jaime. ¿Cuántas películas tiene Jaime?**

$168 = 2x + 42 \rightarrow x = 63$

Jaime tiene 63 películas.

63. **Un padre reparte 6 500 € entre sus dos hijos de forma que el menor recibe los $\frac{4}{9}$ de lo que le corresponde al mayor. ¿Cuánto dinero recibe cada uno?**

$x + \frac{4x}{9} = \frac{13x}{9} = 6\,500 \rightarrow x = 4\,500$

$\frac{4}{9}$ de $4\,500 = 2\,000$

El hijo mayor recibe 4 500 €, y el menor, 2 000 €.

64. **Escribe la ecuación que se corresponde con los enunciados y obtén la solución.**

a) El triple de un número más cinco resulta veintiséis.
b) El doble de un número menos tres resulta nueve.
c) La suma de un número más su doble más su triple resulta cincuenta.
d) Un número menos su mitad menos su tercera parte resulta seis.

a) $3x + 5 = 26 \rightarrow x = 7$

b) $2x - 3 = 9 \rightarrow x = 6$

c) $x + 2x + 3x = 50 \rightarrow x = \frac{25}{3}$

d) $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 6 \rightarrow x = 36$

65. **Un número y su anterior suman 75. ¿De qué números se trata?**

$x + (x - 1) = 75 \rightarrow x = 38$

Los números son el 37 y el 38.

66. Halla dos números consecutivos sabiendo que la suma de la cuarta parte del menor más dos es igual a la tercera parte del mayor.

$\frac{x}{4} + 2 = \frac{x+1}{3} \rightarrow 3x + 24 = 4x + 4 \rightarrow x = 20$

Los números son el 20 y el 21.

67. Si se suma 25 al cuadrado de cierto número, resulta el cuadrado de 13. ¿Cuál es el número?

$25 + x^2 = 13^2 \rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = \pm 12$

El número puede ser 12 o –12.

68. Divide el número 20 en dos partes de tal manera que la suma de sus cuadrados sea 202.

$x^2 + (20 - x)^2 = 202 \rightarrow x^2 - 20x + 99 \rightarrow x = 9$ y $x = 11$

Por tanto, los números que dividen a 20 con las condiciones dadas son el 9 y el 11.

69. El área de un cuadrado más su perímetro es 45. Halla cuál es el lado del cuadrado.

El área del cuadrado es x^2, y su perímetro, $4x$. Entonces:

$x^2 + 4x = 45 \rightarrow x^2 + 4x = 0 \rightarrow x = 5$ y $x = -9$

Por tanto, el lado del cuadrado mide 5 unidades de longitud.

La solución negativa se descarta por no tener sentido físico.

70. Expresa los siguientes enunciados mediante ecuaciones lineales con dos incógnitas y escribe dos soluciones de cada una.

a) La diferencia de las edades de Juan y Jesús es 12 años.

b) Las ruedas de los coches y motos del garaje son 56.

c) Tengo 1,35 € en monedas de 0,20 € y 0,05 €.

d) 3 kg de manzanas y 2 de naranjas cuestan 11 €.

a) $x - y = 12$, donde x e y son las edades de Juan y Jesús, respectivamente. Dos soluciones pueden ser, por ejemplo, (20, 8) y (30, 18).

b) $4x + 2y = 56$, donde x e y son el número de coches y motos que hay en el garaje, respectivamente. Dos soluciones pueden ser, por ejemplo, (4, 20) y (10, 8).

c) $0{,}20x + 0{,}05y = 1{,}35$, donde x e y son el número de monedas de 0,20 € y 0,05 €, respectivamente. Dos soluciones pueden ser, por ejemplo, (5, 7) y (3, 15).

d) $3x + 2y = 11$, donde x e y son el precio en euros de 1 kg de manzanas y 1 kg de naranjas, respectivamente. Dos soluciones pueden ser, por ejemplo, (1, 4) y (3, 1).

71. Tres pantalones y una camiseta cuestan 123 €, y un pantalón y tres camisetas, 105 €. Calcula cuánto cuesta cada prenda.

Sean x e y el precio en euros de un pantalón y de una camiseta, respectivamente. Entonces:

$\left.\begin{array}{r} 3x + y = 123 \\ x + 3y = 105 \end{array}\right\} \rightarrow 3 \cdot (105 - 3y) + y = 123 \rightarrow 8y = 192 \rightarrow y = 24 \rightarrow x = 33$

Por tanto, un pantalón cuesta 33 €, y una camiseta, 24 €.

72. **Jesús trabaja por turnos de mañana o de noche en un almacén. Si trabaja dos semanas de mañana y dos de noche, cobra al mes 860 €. Si trabaja tres semanas de mañana y una de noche, gana 820 €. ¿Cuánto cobra por cada semana de mañana y cuánto por cada una de noche?**

$$\left.\begin{array}{l}2x+2y=860\\3x+y=820\end{array}\right\} \rightarrow 2x+2\cdot(820-3x)=860 \rightarrow 4x=780 \rightarrow x=195 \rightarrow y=235$$

Por cada semana que trabaja por la mañana cobra 195 €, y por cada semana de tarde, 235 €.

73. **Expresa los siguientes enunciados mediante ecuaciones lineales con dos incógnitas indicando para cada una dos soluciones.**

a) La suma de dos números es 35.

b) El cuádruple de un número menos el doble de otro número es 26.

c) El triple de un número de dos cifras más el doble de las decenas es 102.

d) Al dividir un número entre 15 se obtiene 12 de resto.

a) $x+y=35$, donde x e y son los dos números buscados. Dos soluciones pueden ser, por ejemplo, (30, 5) y (20, 15).

b) $4x-2y=26$, donde x e y son los dos números buscados. Dos soluciones pueden ser, por ejemplo, (7, 1) y (8, 3).

c) Un número de dos cifras se representa por la expresión algebraica $10x+y$, donde x e y representan la cifra de las decenas y de las unidades respectivamente. Así, la expresión del enunciado viene determinada por $3\cdot(10x+y)+2x=102$.

En este caso, solo existe una solución válida, pues hay que tener en cuenta que x e y representan cifras entre el 0 y el 9. Por tanto, la única solución es el par (3, 2).

d) $x=15y+12$, donde x es el dividendo de la división, e y, su cociente. Dos soluciones pueden ser, por ejemplo, (42, 2) y (162, 10).

74. **Cinco botellas de agua y dos de vino cuestan 6,95 €. Tres botellas de agua y cuatro de vino cuestan 11,45 €. Calcula el precio de cada tipo de botella.**

Sean x e y el precio de una botella de agua y una de vino, respectivamente. Entonces:

$$\left.\begin{array}{l}5x+2y=6{,}95\\3x+4y=11{,}45\end{array}\right\} \rightarrow 3\left(\frac{6{,}95-2y}{5}\right)+4y=11{,}45 \rightarrow y=2{,}60,\ x=0{,}35$$

Una botella de agua cuesta 0,35 €, y una de vino, 2,60 €.

75. **Se sabe que en una granja en la que se crían vacas y gallinas hay el triple de aquellas que de estas. ¿Cuántos animales hay de cada tipo si en total se cuentan 6 300 patas?**

Sean x e y el número de vacas y de gallinas, respectivamente. Entonces:

$$\left.\begin{array}{l}x=3y\\4x+2y=6300\end{array}\right\} \rightarrow 4\cdot(3y)+2y=6\,300 \rightarrow y=450,\ x=1\,350$$

Por tanto, hay 1 350 vacas y 450 gallinas.

76. **Entre las gallinas y los cerdos de una granja suman 80 cabezas y 220 patas. Calcula cuántas gallinas y cerdos hay en la granja.**

Sean x e y el número de gallinas y de cerdos que hay en la granja, respectivamente. Entonces:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=80 \\ 2x+4y=220 \end{array}\right\} \rightarrow 2\cdot(80-y)+4y=220 \rightarrow y=30,\ x=50$$

Por tanto, hay 50 gallinas y 30 cerdos.

77. **En un garaje hay siete coches más que motos. ¿Cuántos hay de cada tipo si entre coches y motos suman 31?**

Sean x e y el número de coches y de motos que hay, respectivamente. Entonces:

$$\left.\begin{array}{l} x=7+y \\ x+y=31 \end{array}\right\} \rightarrow (7+y)+y=31 \rightarrow 7+2y=31 \rightarrow y=12,\ x=19$$

Por tanto, hay 19 coches y 12 motos.

78. **En la campaña navideña, Alberto ha vendido cinco veces más triciclos que bicicletas. Si entre todos tenían 68 ruedas, ¿cuántos vendió de cada tipo?**

Sean x e y el número de triciclos y de bicicletas que ha vendido Alberto, respectivamente. Entonces:

$$\left.\begin{array}{l} x=5y \\ 3x+2y=68 \end{array}\right\} \rightarrow 3\cdot(5y)+2y=68 \rightarrow y=4 \rightarrow x=20$$

Por tanto, Alberto ha vendido 20 triciclos y 4 bicicletas.

79. **El kilo de patatas cuesta la cuarta parte que el kilo de manzanas. Si por 3 kg de manzanas y 8 de patatas Isabel ha pagado 10 €, ¿cuánto cuesta el kilo de patatas?**

Sean x e y el precio de 1 kg de patatas y de 1 kg de manzanas, respectivamente. Entonces:

$$\left.\begin{array}{l} x=\dfrac{y}{4} \\ 8x+3y=10 \end{array}\right\} \rightarrow 8\cdot\left(\dfrac{y}{4}\right)+3y=10 \rightarrow 5y=10 \rightarrow y=2 \rightarrow x=0{,}5$$

Por tanto, 1 kg de patatas cuesta 0,50 €.

80. **En el monedero de Carla hay 13 monedas y 14 € en total. Si las monedas son de 2 € y 0,50 €, ¿cuántas hay de cada tipo?**

Sean x e y el número de monedas de 2 € y 0,50 €, respectivamente.

Entonces:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=13 \\ 2x+0{,}50y=14 \end{array}\right\} \rightarrow 2\cdot(13-y)+0{,}50y=14 \rightarrow y=8,\ x=5$$

Por tanto, hay 5 monedas de 2 € y 8 monedas de 0,50 €.

81. **Las edades de Pedro y Luis suman 34 años. Dentro de 16 años Pedro tendrá el doble de edad que Luis. ¿Cuántos años tienen ahora?**

	Edad de Pedro	Edad de Luis	Planteamiento de la ecuación
Actualidad	x	y	$x + y = 34$
Dentro de 16 años	$x + 16$	$y + 16$	$x + 16 = 2(y + 16)$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 34 \\ x + 16 = 2(y + 16) \end{array}\right\} \rightarrow (34 - y) + 16 = 2 \cdot (2 + 16) \rightarrow 3y = 18 \rightarrow y = 6,\ x = 28$$

Por tanto, en la actualidad, Pedro tiene 28 años, y Luis, 6 años.

82. **La edad de Sara es el doble que la de Elena. ¿Cuántos años deben pasar para que la edad de Elena sea cuatro quintos de la de Sara?**

Edad de Sara: $2y$ Edad de Sara en x años: $2y + x$

Edad de Elena: y Edad de Elena en x años: $y + x$

$$y + x = \frac{4}{5} \cdot (2y + x) \rightarrow x = 3y$$

Deben pasar el triple de años de la edad que tenga Elena.

83. **Expresa 47 como suma de dos números distintos tales que el primero es una unidad menor que el triple del segundo.**

Sean x e y los números buscados, respectivamente. Entonces:

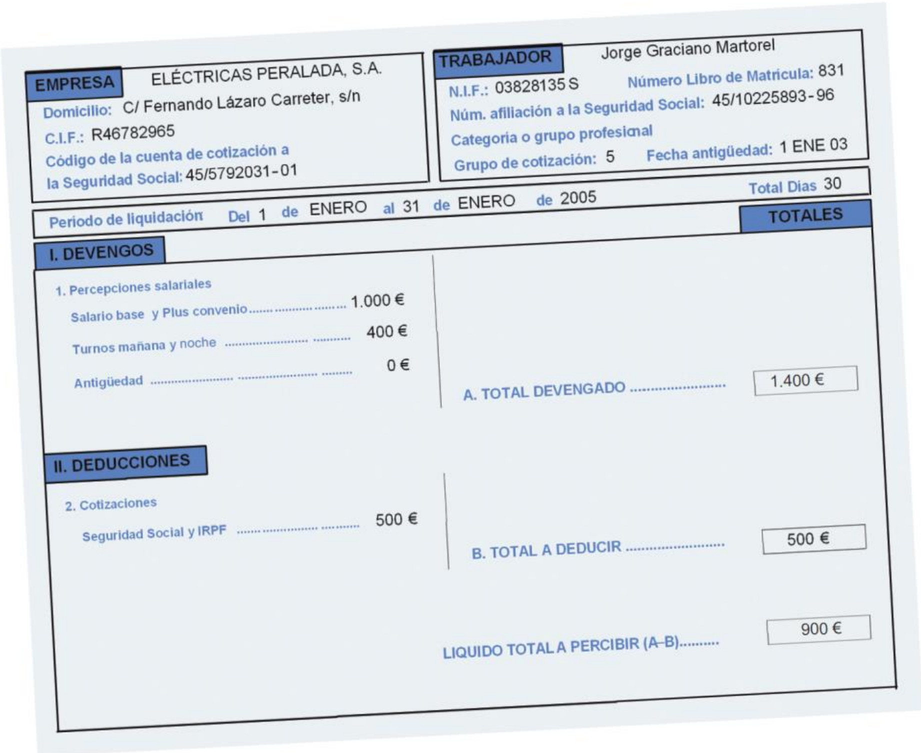
$$\left.\begin{array}{l} 47 = x + y \\ x = 3y - 1 \end{array}\right\} \rightarrow 47 = (3y - 1) + y \rightarrow 48 = 4y \rightarrow y = 12 \rightarrow x = 35$$

Por tanto, los dos sumandos son el 35 y el 12.

SABER HACER

Entender una nómina

La primera nómina que ha cobrado Jorge en su nuevo trabajo le ha resultado confusa. En el departamento de Recursos Humanos le aclaran los siguientes datos.



EMPRESA ELÉCTRICAS PERALADA, S.A.
Domicilio: C/ Fernando Lázaro Carreter, s/n
C.I.F.: R46782965
Código de la cuenta de cotización a la Seguridad Social: 45/5792031-01

TRABAJADOR Jorge Graciano Martorel
N.I.F.: 03828135 S Número Libro de Matrícula: 831
Núm. afiliación a la Seguridad Social: 45/10225893-96
Categoría o grupo profesional
Grupo de cotización: 5 Fecha antigüedad: 1 ENE 03

Periodo de liquidación Del 1 de ENERO al 31 de ENERO de 2005 Total Días 30

TOTALES

I. DEVENGOS
1. Percepciones salariales
Salario base y Plus convenio .... 1.000 €
Turnos mañana y noche .... 400 €
Antigüedad .... 0 €
A. TOTAL DEVENGADO .... 1.400 €

II. DEDUCCIONES
2. Cotizaciones
Seguridad Social y IRPF .... 500 €
B. TOTAL A DEDUCIR .... 500 €

LIQUIDO TOTAL A PERCIBIR (A-B).......... 900 €

- **El salario base supone el doble del plus del convenio más 100 €.**
- **Este mes ha trabajado tres semanas en turno de mañana y una de noche. El salario de cada semana de noche es el doble que el de la mañana menos 50 €.**
- **Las cotizaciones son la suma de las aportaciones a la Seguridad Social y al IRPF. Para obtenerlas ha de tener en cuenta que la aportación a la Seguridad Social es el triple del IRPF más 20 €.**

Considerando los datos anteriores, contesta a las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál es el salario base de Jorge? ¿Y el plus del convenio?

b) ¿Cuánto cobra por cada semana que trabaja de mañana y de noche?

c) ¿Qué cantidades aporta a la Seguridad Social y al IRPF?

a) Sea x el plus del convenio, e y, el salario base. Mirando en la nómina de Jorge, y teniendo en cuenta la relación entre el salario base y el plus del convenio, se plantea y resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} y = 2x + 100 \\ x + y = 1000 \end{array}\right\} \rightarrow x + (2x + 100) = 1\,000 \rightarrow 3x = 900 \rightarrow x = 300,\ y = 700$$

Es decir, el plus del convenio supone 300 € y el salario base es de 700 €.

b) Sean x e y los importes en euros que cobra Jorge por cada semana trabajada de mañana o de noche, respectivamente. Mirando en la nómina, y teniendo en cuenta que este mes ha trabajado 3 semanas de mañana y 1 de noche:

$$\left.\begin{array}{l} 3x+y=400 \\ y=2x-50 \end{array}\right\} \rightarrow 3x+(2x-50)=400 \rightarrow 5x=450 \rightarrow x=90,\ y=130$$

Si trabaja por la mañana, cobra 90 €; y por la noche, 130 €.

c) Sean x e y las aportaciones en euros a la Seguridad Social y al IRPF, respectivamente. Mirando en la nómina, y teniendo en cuenta la relación entre ellas, se plantea y resuelve el sistema siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} x=3y+20 \\ x+y=500 \end{array}\right\} \rightarrow (3y+20)+y=500 \rightarrow 4y=480 \rightarrow y=120,\ x=380$$

Por tanto, Jorge aporta 120 € al IRPF y 380 € a la Seguridad Social.