

Polinomios. Sucesiones numéricas

PUNTO DE PARTIDA

Las grandes superficies se caracterizan por la variedad de productos que presentan a sus clientes: artículos de menaje, de perfumería y limpieza, alimentación, etcétera.

Las naves de estos grandes comercios en las que se exponen los productos suelen tener forma rectangular. La relación entre el largo y el ancho de estas naves es muy variada, pero siempre intentan que el largo se acerque lo máximo posible al triple del ancho.

Si la nave de una gran superficie tiene 40 m de ancho, ¿cuál sería la longitud idónea de su largo? ¿Y si el ancho fuese x metros?

$40 \cdot 3 = 120 \rightarrow$ Para una nave que mide 40 m de ancho, el largo idóneo es de 120 m.

Si la nave midiera x metros de ancho, la longitud idónea del largo sería $3x$.

1. Expresa en lenguaje algebraico.

- Carmen tiene 5 años menos que Toñi.
- En agosto hace el triple de temperatura que en enero.
- He tardado en llegar al trabajo la cuarta parte del tiempo que tardé ayer.
- En una carrera de coches participan el doble que el año pasado y 10 más.

a) $x - 5$, con $x =$ edad de Toñi.

c) $\frac{x}{4}$, con $x =$ tiempo que tardé ayer.

b) $3x$, con $x =$ temperatura en enero.

d) $2x + 10$, con $x =$ coches del año pasado.

2. Calcula el valor numérico de las expresiones que has obtenido en la actividad anterior sabiendo que:

- Toñi tiene 14 años.
- En enero hay 9°C de temperatura.
- Ayer tardé 40 minutos en llegar al trabajo.
- El año pasado participaron en la carrera un total de 40 coches.

a) $14 - 5 = 9$

c) $\frac{40}{4} = 10$

b) $3 \cdot 9 = 27$

d) $2 \cdot 40 + 10 = 90$

3. Comprueba si las siguientes igualdades son identidades, indicando si son numéricas o algebraicas.

a) $5x + 1 + 3x - 2 = 8x - 1$

b) $3 + 6 - 2 + 7 = 12 - 2 + 5 - 1$

c) $\frac{4}{3} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} = \frac{1}{12}$

d) $x + \frac{x}{3} + 3x = 6x$

- a) Operando en los dos miembros obtenemos $8x - 1 = 8x - 1 \rightarrow$ Es identidad algebraica.
 b) Operando en los dos miembros obtenemos $14 = 14 \rightarrow$ Es identidad numérica.
 c) $\frac{4}{3} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} = \frac{16+3-18}{12} = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \rightarrow$ Es identidad numérica.
 d) $\frac{3x+x+9x}{3} = \frac{13x}{3} \rightarrow \frac{13x}{3} \neq 6x \rightarrow$ No es identidad.

4. Indica si estas igualdades son identidades o ecuaciones. Encuentra los valores de x que cumplen las ecuaciones.

- a) $2x + 1 = x + 3$
 b) $2 \cdot (x - 1) + 2 = 3 + x - 2 + x - 1$
 c) $\frac{x}{2} - 1 = x - 3$
 d) $1 + 4x = 3x + 2$
- a) Es una ecuación. Solo se cumple para $x = 2$.
 b) $2x - 2 + 2 = 3 + x - 2 + x - 1 \rightarrow 2x = 2x \rightarrow$ Es una identidad algebraica.
 c) Es una ecuación. Solo se cumple para $x = 4$.
 d) Es una ecuación. Solo se cumple para $x = 1$.

5. Indica cuáles son los coeficientes de los monomios de cada apartado antes y después de operar.

- | | | |
|--|--|-----------------------------|
| a) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x$ | c) $x + 5x - 2x$ | |
| b) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{4}x$ | d) $4x - 3x + \frac{x}{2}$ | |
| a) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x = x$ | Coeficientes: $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$ | Coeficiente: 1 |
| b) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{20}x$ | Coeficientes: $\frac{2}{5}$ y $-\frac{1}{4}$ | Coeficiente: $\frac{3}{20}$ |
| c) $x + 5x - 2x = 4x$ | Coeficientes: 1, 5 y -2 | Coeficiente: 4 |
| d) $4x - 3x + \frac{x}{2} = \frac{3}{2}x$ | Coeficientes: 4, -3, $\frac{1}{2}$ | Coeficiente: $\frac{3}{2}$ |

6. Resuelve las siguientes operaciones de monomios.

- | | | |
|------------------------------|-------------------------|-----------|
| a) $2x^2 \cdot 5x$ | d) $-2x \cdot 4x$ | |
| b) $\frac{1}{3}x \cdot 6x^3$ | e) $\frac{-9x^2}{3x^2}$ | |
| c) $x \cdot \frac{3}{2}x$ | f) $\frac{-x^4}{x^2}$ | |
| a) $10x^3$ | c) $\frac{3}{2}x^2$ | e) -3 |
| b) $2x^4$ | d) $-8x^2$ | f) $-x^2$ |

7. Reduce los términos que puedas de los polinomios y, después, ordénalos de mayor a menor grado. Halla su grado y di si tienen término independiente.

a) $2x - 3x^3 + x + 3 + 2x^3 - x^2 + 4x$

b) $-x^2 - x^3 + 2x + 2x^2 - 2x - 14$

c) $x - 6 + 4x^3 + 2$

a) $-x^3 - x^2 + 7x + 3$ Grado = 3 Término independiente = 3

b) $-x^3 + x^2 - 14$ Grado = 3 Término independiente = -14

c) $4x^3 + x - 4$ Grado = 3 Término independiente = -4

8. Halla el valor numérico de estos polinomios para los valores de x que se indican en cada caso.

a) $x^3 - x^2 + x - 3$ para $x = 2$

b) $4x^3 - 2x + 7$ para $x = -2$

c) $-x^4 + 2x^3 - x - 9$ para $x = 0$

d) $-5x^2 + x^3 + 5x^2 + 1$ para $x = 5$

a) 3

b) -21

c) -9

d) 126

9. Resuelve estas operaciones entre polinomios.

a) $(3x^3 + 2x^2 + 3x - 6) + (2x^3 - x^2 + 4)$

b) $(-2x^4 + 3x^3 - x^2 - 1) - (3x^4 - 6x^2 + 5)$

c) $x^3 \cdot (-2x^4 + x^3 - 2x + 1)$

a) $5x^3 + x^2 + 3x - 2$

b) $-5x^4 + 3x^3 + 5x^2 - 6$

c) $-2x^7 + x^6 - 2x^4 + x^3$

10. Halla el resultado de estas operaciones.

a) $(3x^2 + 3x - 6) + (-x^2 + 4) - (x - 2)$

b) $x \cdot (x^3 - 2x^2 + 3) + (2x^4 - x + 1)$

c) $(3x^3 - x^2 + 1) + 2x^2 \cdot (2x - 3)$

a) $2x^2 + 2x$

b) $3x^4 - 2x^3 + 2x + 1$

c) $7x^3 - 7x^2 + 1$

11. Resuelve estos cuadrados.

a) $(x + 2)^2$

c) $(3x - 2)^2$

b) $(x - 2)^2$

d) $(1 + 2x)^2$

a) $x^2 + 4x + 4$

b) $x^2 - 4x + 4$

c) $9x^2 - 12x + 4$

d) $4x^2 + 4x + 1$

12. Halla el resultado de estas sumas por diferencias.

a) $(x + 5) \cdot (x - 5)$

c) $(x - 3) \cdot (x + 3)$

b) $(3x + 1) \cdot (3x - 1)$

d) $(2 - 5x) \cdot (2 + 5x)$

a) $x^2 - 25$

b) $9x^2 - 1$

c) $x^2 - 9$

d) $4 - 25x^2$

13. Di cuáles son los términos a_1 , a_3 y a_6 de las siguientes sucesiones.

- | | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| a) 6, 7, 8, 9, 10, ... | c) -1, -1, -1, -1, -1, ... |
| b) 0, 2, 4, 6, 8, ... | d) -2, -4, -8, -16, -32, ... |
| a) $a_1 = 6, a_3 = 8, a_6 = 11$ | c) $a_1 = -1, a_3 = -1, a_6 = -1$ |
| b) $a_1 = 0, a_3 = 4, a_6 = 10$ | d) $a_1 = -2, a_3 = -8, a_6 = -64$ |

14. Escribe los seis primeros términos de las sucesiones con término general:

- | | |
|--|-----------------------------|
| a) $a_n = 3n + 2$ | b) $a_n = \frac{n+4}{2n+1}$ |
| a) $a_1 = 5, a_2 = 8, a_3 = 11, a_4 = 14, a_5 = 17, a_6 = 20$ | |
| b) $a_1 = \frac{5}{3}, a_2 = \frac{6}{5}, a_3 = \frac{7}{7} = 1, a_4 = \frac{8}{9}, a_5 = \frac{9}{11}, a_6 = \frac{10}{13}$ | |

15. Calcula el término siguiente a estas sucesiones y su término general.

- | | |
|--|-------------------------------|
| a) 5, 6, 7, 8, 9, ... | c) 30, 20, 10, 0, -10, ... |
| b) 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... | d) 0, 1, 1, 3, 5, 11, 21, ... |
| a) $a_6 = 10; a_n = a_{n-1} + 1$ | |
| b) $a_7 = 64; a_n = 2 \cdot a_{n-1}$ | |
| c) $a_6 = -20; a_n = a_{n-1} - 10$ | |
| d) $a_8 = 43$. El término general viene dado por $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, con $a_0 = 0$ y $a_1 = 1$. | |

16. El coste de la excavación de un pozo es el siguiente: 50 € por el primer metro excavado, y por el resto, 10 € más que por el anterior metro. ¿Cuánto costará excavar un pozo de 12 m de profundidad?

$$a_1 = 50 \quad a_n = 10 + a_{n-1}$$

$$a_2 = 50 + 10 \cdot 1 = 60; a_3 = 50 + 10 \cdot 2 = 70; \dots; a_{12} = 50 + 10 \cdot 11 = 160$$

$$50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 + 110 + 120 + 130 + 140 + 150 + 160 = 1260$$

El coste total será de 1260 €.

17. Determina si estas sucesiones son progresiones aritméticas y, si lo son, calcula su término general.

- | | |
|---|--------------------------|
| a) 4, 5, 6, 7, 8, ... | c) 1, 0, -1, -2, -3, ... |
| b) 2, 4, 6, 8, 10, ... | d) 7, 2, 0, -22, 87, ... |
| a) Es una progresión aritmética con $d = 1$ y $a_n = 4 + (n - 1) \cdot 1 = n + 3$. | |
| b) Es una progresión aritmética con $d = 2$ y $a_n = 2 + (n - 1) \cdot 2 = 2n$. | |
| c) Es una progresión aritmética con $d = -1$ y $a_n = 1 + (n - 1) \cdot (-1) = 2 - n$. | |
| d) No es una progresión aritmética. | |

18. La escalera de mano que utiliza un pintor para trabajar tiene el primer peldaño a 15 cm de altura, y los siguientes a 25 cm del anterior. Si la escalera tiene 20 peldaños, ¿hasta qué altura sube?

Los peldaños de la escalera están en progresión aritmética, con $a_1 = 15$ y $d = 25$.

El término general es $a_n = 15 + (n - 1) \cdot 25 = 25n - 15$.

La escalera sube hasta la altura determinada por a_{20} , es decir:

$$a_{20} = 25 \cdot 20 - 15 = 485 \text{ cm}$$

19. Determina si estas sucesiones son progresiones geométricas, y si lo son, calcula su término general.

- a) 1, 5, 25, 125, 625, ... c) 3, 9, 24, 33, -62, ...
 b) -1, -2, -4, -8, -16, ... d) 4, 4, 4, 4, 4, ...

a) Es una progresión geométrica con $r = 5$ y $a_n = 1 \cdot 5^{n-1} = 5^{n-1}$.

b) Es una progresión geométrica con $r = 2$ y $a_n = -1 \cdot 2^{n-1} = -2^{n-1}$.

c) No es una progresión geométrica.

d) Es una progresión geométrica con $r = 1$ y $a_n = 4 \cdot 1^{n-1} = 4$.

20. Una variedad de árbol de crecimiento rápido utilizada para reforestar zonas incendiadas multiplica su altura por 1,2 cada año. Si cuando lo plantamos medía 0,75 cm, ¿qué altura tendrá dentro de 10 años?

La altura que tiene el árbol cada año está en progresión geométrica:

$$a_1 = 0,75; r = 1,2; a_n = 0,75 \cdot 1,2^{n-1}$$

La altura que alcanzará el árbol dentro de 10 años está determinada por a_{10} :

$$a_{10} = 0,75 \cdot (1,2)^9 = 3,87 \text{ m}$$

21. Escribe en lenguaje algebraico estas expresiones.

- a) Doble de un número. d) Tercera parte de un número.
 b) Mitad de un número. e) Cuadrado de un número.
 c) Triple de un número.

a) $2x$

b) $\frac{x}{2}$

c) $3x$

d) $\frac{x}{3}$

e) x^2

22. Halla el valor numérico de las expresiones algebraicas de la actividad anterior para estos valores.

a) $x = 24$

b) $x = 18$

c) $x = 54$

a) $x = 24$

$$2x = 48 \quad \frac{x}{2} = 12 \quad 3x = 72 \quad \frac{x}{3} = 8 \quad x^2 = 576$$

b) $x = 18$

$$2x = 36 \quad \frac{x}{2} = 9 \quad 3x = 54 \quad \frac{x}{3} = 6 \quad x^2 = 324$$

c) $x = 54$

$$2x = 108 \quad \frac{x}{2} = 27 \quad 3x = 162 \quad \frac{x}{3} = 18 \quad x^2 = 2916$$

23. Expresa en lenguaje algebraico.

- a) La casa de Jesús tiene 45 m^2 menos que la de Rosa.
- b) Un cuaderno cuesta el triple que un bolígrafo.
- c) En la receta dice que la cantidad de harina debe ser dos veces y media la de azúcar.
- d) Cantidad de ruedas que hay en un garaje en el que hay coches y motos.
- e) Koji Murofushi lanzó el martillo a $\frac{8}{7}$ del último clasificado.

a) $x - 45$

b) $3x$

c) $2,5x$

d) $2x + 4y$, con $x =$ número de motos e $y =$ número de coches.

e) $\frac{8x}{7}$

24. Calcula el valor numérico de las expresiones de la actividad anterior sabiendo que:

- a) La superficie de la casa de Rosa es de 125 m^2 .
 - b) El bolígrafo cuesta $0,65 \text{ €}$.
 - c) En la receta, la cantidad de azúcar es 125 g .
 - d) En el garaje hay 5 motos y 18 coches.
 - e) El último clasificado lanza el martillo a $70,43 \text{ m}$.
- a) $x - 45 = 125 - 45 = 80 \rightarrow$ La casa de Jesús tiene 80 m^2 .
- b) $3x = 3 \cdot 0,65 = 1,95 \rightarrow$ El cuaderno cuesta $1,95 \text{ €}$.
- c) $2,5x = 2,5 \cdot 125 = 312,5 \rightarrow$ La cantidad de harina es $312,5 \text{ g}$.
- d) $2x + 4y = 2 \cdot 5 + 4 \cdot 18 = 82 \rightarrow$ En total hay 82 ruedas.
- e) $\frac{8x}{7} = \frac{8 \cdot 70,43}{7} = 80,49 \rightarrow$ Koji Murofushi lanzó el martillo a $80,49 \text{ m}$.

25. Halla el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores $x = 2$, $y = -3$.

- | | |
|--|---|
| a) $3x - 2y + 5$ | c) $(x - 2) \cdot (y + 8)$ |
| b) $-x + 4y - 2$ | d) $3 - 2x + 5 \cdot (y - 3)$ |
| a) $3 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) + 5 = 17$ | c) $(2 - 2) \cdot (-3 + 8) = 0$ |
| b) $-2 + 4 \cdot (-3) - 2 = -16$ | d) $3 - 2 \cdot 2 + 5 \cdot (-3 - 3) = -31$ |

26. Si -3 es el valor numérico de la expresión $4x + y - 8$ para $x = -1$, ¿qué valor ha tomado la letra y ?

$$4 \cdot (-1) + y - 8 = -3 \rightarrow y - 12 = -3 \rightarrow y = 9$$

27. Clasifica estas igualdades en identidad o ecuación.

- | | | |
|-------------------------------|--|--------------|
| a) $x + 2 = 7$ | d) $3x - 6 = 0$ | |
| b) $x + x = 2x$ | e) $3x = 9$ | |
| c) $3x - 6 = 3 \cdot (x - 2)$ | f) $2 \cdot (x + 8) = (8 + x) \cdot 2$ | |
| a) Ecuación | c) Identidad | e) Ecuación |
| b) Identidad | d) Ecuación | f) Identidad |

28. ¿Cuáles de las siguientes expresiones se cumplen para $x = 2$?

- | | |
|---|-------------------------------|
| a) $4x + 8 = 16$ | c) $5 \cdot (6 - x) = 10x$ |
| b) $4 - x = 6$ | d) $7 + \frac{x}{2} = 3x + 2$ |
| a) $4 \cdot 2 + 8 = 16 \rightarrow$ Sí se cumple. | |
| b) $4 - 2 = 2 \neq 6 \rightarrow$ No se cumple. | |
| c) $5 \cdot (6 - 2) = 5 \cdot 4 = 20$; $10 \cdot 2 = 20 \rightarrow$ Sí se cumple. | |
| d) $7 + \frac{2}{2} = 8$; $3 \cdot 2 + 2 = 8 \rightarrow$ Sí se cumple. | |

29. Completa en tu cuaderno la expresión $-2 \cdot (x + 4) = 4x - (\square)$ para que sea:

- a) Una identidad.
b) Una ecuación.

Respuesta abierta, por ejemplo:

- a) Identidad: $-2 \cdot (x + 4) = 4x - (8 + 6x) \rightarrow -2x - 8 = -2x - 8$
b) Ecuación: $-2 \cdot (x + 4) = 4x - (-4)$. En este caso, la solución es $x = -2$

30. El valor 5 es solución de algunas de las siguientes ecuaciones, encuéntralas.

- | | |
|---------------------|----------------------|
| a) $14 - x = 6$ | d) $50 - 2x = 40$ |
| b) $2b + 3 = 8 + b$ | e) $6y - 4 = 1 + 5y$ |
| c) $3c + 7 = 1$ | f) $8 = z - 3$ |

- a) $14 - 5 = 9 \rightarrow$ No es solución.
- b) $2 \cdot 5 + 3 = 8 + 5 \rightarrow$ Sí es solución.
- c) $3 \cdot 5 + 7 = 22 \rightarrow$ No es solución.
- d) $50 - 2 \cdot 5 = 40 \rightarrow$ Sí es solución.
- e) $6 \cdot 5 - 4 = 1 + 5 \cdot 5 = 26 \rightarrow$ Sí es solución.
- f) $5 - 3 = 2 \rightarrow$ No es solución.

31. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios?

- a) $6,7x^{15}$
- b) $9x^{-1,5}$
- c) $x^{3,5}$
- d) 6
- e) $5x^2 + 3$
- f) $\sqrt{7}x^4$

- a) Sí.
- b) No, porque tiene exponente negativo.
- c) No, porque no tiene exponente entero.
- d) No, porque no tiene parte literal.
- e) No, porque es suma de dos monomios.
- f) Sí.

32. Completa la tabla en tu cuaderno.

Monomio	Coeficiente	Grado	Variable
$9x^7$	9	2	x
$7x^4$	7	4	x
$-4y^3$	-4	3	y
t^9	1	9	t

33. Escribe la expresión algebraica que cumpla las características que se indican en cada caso.

- a) Es un monomio y el coeficiente es $\frac{1}{2}$.
- b) Es suma de dos monomios cuyos coeficientes son -3 y 7 .
- c) Es la diferencia de dos monomios cuyos coeficientes son $\frac{2}{3}$ y -1 .

Respuesta abierta, por ejemplo:

- a) $\frac{1}{2}x^4$
- b) $-3x^2 + 7x^6$
- c) $\frac{2}{3}x^2 - x^3$

34. Escribe el monomio que corresponde a cada uno de los enunciados.

- a) Perímetro de un triángulo equilátero de lado x .
 - b) Dinero que se obtiene con x billetes de 5 €.
 - c) Ruedas totales que tienen x camiones de ocho ruedas.
 - d) Patas totales en una granja con x vacas.
 - e) Total que se debe pagar por la compra de x kg de manzanas a 1,40 € cada kilo.
- a) $3x$ b) $5x$ c) $8x$ d) $4x$ e) $1,40x$

35. De los siguientes monomios, identifica los que sean semejantes y calcula su suma.

$$3x^2 \qquad \frac{1}{5}x^2 \qquad 6x^3 \qquad 5x^4 \qquad \frac{2}{3}x^3$$

$$3x^2 + \frac{1}{5}x^2 = \frac{16}{5}x^2 \qquad 6x^3 + \frac{2}{3}x^3 = \frac{20}{3}x^3$$

36. Halla el resultado de las operaciones en cada caso e indica el coeficiente del monomio resultante.

- a) $x + 3x - x + 2x$
 - b) $5x - x + 2x - 3x + x$
- a) $5x \rightarrow$ El coeficiente es 5. b) $4x \rightarrow$ El coeficiente es 4.

37. Indica el coeficiente de los monomios que resultan de estas operaciones.

- a) $2x + 9x - (5x - 3x)$
 - b) $6x - 2 \cdot (8x - 3x + 7x)$
 - c) $3 \cdot (x + 2) - 4x + 2 \cdot (1 - x)$
- a) $9x \rightarrow$ El coeficiente es 9.
 b) $-18x \rightarrow$ El coeficiente es -18 .
 c) $-3x + 8 \rightarrow$ No es un monomio.

38. Halla el resultado de las operaciones en cada caso.

- a) $4x + 3y - 7y + 12x + 8x - 6y$
 - b) $7y + 4x - 8y + 5x - 2x + y$
 - c) $\frac{4x}{3} + 2y - \frac{5y}{2} + \frac{x}{6}$
- a) $24x - 10y$ b) $7x$ c) $\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}y$

39. Indica qué expresiones son polinomios.

- a) $2x^2 - 3x + 7$
 - b) $6x^{-4} - 2x^{-3} + 7x^{-2} - 4x^{-1} + 9$
 - c) $\frac{1}{3}x^4 - 9x^2 + \frac{2x - 1}{3}$
 - d) $\frac{1}{3}x^4 - 9x^2 + \frac{2x - 1}{3x^3}$
- a) Sí b) No c) Sí d) No

40. Simplifica los términos semejantes de los siguientes polinomios y ordénalos de mayor a menor grado.

a) $x - 6x^2 + 7x^5 + 3x^2 - 5 + 4x^6$

b) $x^4 + 3x^5 - 3x^4$

c) $x^7 - 4x^5 + x - 9x^7 + 11x^5 + 3x^3$

a) $7x^5 + 4x^6 - 3x^2 + x - 5$

b) $3x^5 - 2x^4$

c) $-8x^7 + 7x^5 + 3x^3 + x$

41. Calcula el valor numérico de cada polinomio para los valores que se indican.

a) $2x^5 - 3x^4 - x^2 + x - 2$ para $x = 0$

b) $x^6 + 2x^5 + x^4 - 7x - 2$ para $x = 1$

c) $-x^7 + x^5 - x^3 + x - 1$ para $x = 2$

a) $2 \cdot 0^5 - 3 \cdot 0^4 - 0^2 + 0 - 2 = -2$

b) $1^6 + 2 \cdot 1^5 + 1^4 - 7 \cdot 1 - 2 = -5$

c) $-2^7 + 2^5 - 2^3 + 2 - 1 = -103$

42. Contesta a estas preguntas:

a) ¿Cuál es el valor numérico del polinomio $x^3 + 2x^2 - 4x + 6$ para $x = 0$?

b) ¿Cuál es el valor de $x^4 - 3x - 4$ para $x = 0$?

c) ¿Puedes decir cuál es el valor numérico de cualquier polinomio para $x = 0$?

a) 6

b) -4

c) El valor numérico de cualquier polinomio para $x = 0$ es su término independiente.

43. Averigua el valor de k para que, en el polinomio $x^4 - 3x^3 + kx - 1$, el valor numérico para $x = 2$ sea 3.

$$2^4 - 3 \cdot 2^3 + 2k - 1 = 3 \rightarrow k = 6$$

44. Realiza estas operaciones con polinomios:

a) $(x^2 + 3x + 2) + (x^3 - 2x^2 - 3x - 2)$

b) $(x^4 - 3x^2 + 2x - 3) - (-x^5 + x^4 + 3x^2 - 2)$

c) $(-2x^3 + 3x^2 + x - 1) + (x^3 - 4x^2 + x^3 - 2x + 1)$

d) $(-4x^7 + x^5 + x^3 - 2x) - (4x^6 - x^4 - x^2 + 2)$

a) $x^3 - x^2$

b) $x^5 - 6x^2 + 2x - 1$

c) $-x^2 - x$

d) $-4x^7 - 4x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 - 2x - 2$

45. Si sumamos dos polinomios de tercer grado, ¿de qué grado es el polinomio resultante?

El polinomio resultante puede ser, como mucho, de tercer grado.

46. Realiza los siguientes productos.

a) $(x^2 + 3x + 2) \cdot 2x$

b) $(3x^3 - 2x^2 + 3x) \cdot (-4x^4)$

c) $3x^2 \cdot (-x^4 - 4x^3 + 7x)$

d) $-4x^3 \cdot (4x^5 + x^3 - x + 1)$

a) $2x^3 + 6x^2 + 4x$

b) $-12x^7 + 8x^6 - 12x^5$

c) $-3x^6 - 12x^5 + 21x^3$

d) $-16x^8 - 4x^6 + 4x^4 - 4x^3$

47. Dadas estas expresiones, calcula.

$$P(x) = -7x^4 + 6x^2 + 6x + 5$$

$$Q(x) = 3x^5 - 2x^2 + 2$$

$$R(x) = 3x^2$$

a) $P(x) + Q(x) + R(x)$

b) $P(x) - Q(x)$

c) $P(x) \cdot R(x)$

d) $[P(x) - Q(x)] \cdot R(x)$

e) $[P(x) - R(x)] \cdot R(x)$

a) $3x^5 - 7x^4 + 7x^2 + 6x + 7$

b) $-3x^5 - 7x^4 + 8x^2 + 6x + 3$

c) $-21x^6 + 18x^4 + 18x^3 + 15x^2$

d) $-9x^7 - 21x^6 + 24x^4 + 18x^3 + 9x^2$

e) $-21x^6 + 9x^4 + 18x^3 + 15x^2$

48. Desarrolla utilizando las igualdades notables.

a) $(x + 3)^2$

b) $(x - 1)^2$

c) $(1 - x)^2$

d) $(1 - x)(1 + x)$

e) $(3x - 1)^2$

f) $(2x + 9)(2x - 9)$

g) $(5x + 8)(5x - 8)$

h) $(2x + 3x^2)^2$

- | | |
|-------------------|--------------------------|
| a) $x^2 + 6x + 9$ | e) $9x^2 - 6x + 1$ |
| b) $x^2 - 2x + 1$ | f) $4x^2 - 81$ |
| c) $1 - 2x + x^2$ | g) $25x^2 - 64$ |
| d) $1 - x^2$ | h) $4x^2 + 12x^3 + 9x^4$ |

49. Desarrolla y simplifica las siguientes expresiones.

- a) $5x^2 + (2x^2 + 1)^2 - 2x^4 - (x - 1)^2$
 b) $(x - 1)^2 - (x^2 + x + 1)$
 c) $(5x + 5)^2 - (5x - 5)^2$
- a) $2x^4 + 8x^2 + 2x$ b) $-3x$ c) $100x$

50. Expresa como producto de factores.

- a) $x^2 + 12x + 36$ c) $6x^8 - 6x$
 b) $4x^2 - 20x + 25$ d) $x^4 - 6x^2 + 9$
- a) $(x + 6)^2$ c) $6x \cdot (x^7 - 1)$
 b) $(2x - 5)^2$ d) $(x^2 - 3)^2$

51. Escribe tres términos más de las siguientes sucesiones.

- a) 5, 6, 7, 8, 9, ...
 b) 30, 20, 10, 0, -10, ...
 c) 7, 14, 21, 28, 35, ...
 d) 1, 5, 25, 125, ...

¿Qué criterio de formación sigue cada una de ellas?

- a) 10, 11, 12 → Cada término es el anterior más 1.
 b) -20, -30, -40 → Cada término es el anterior menos 10.
 c) 42, 49, 56 → Cada término es el anterior más 7.
 d) 625, 3 125, 15 625 → Cada término es el anterior multiplicado por 5.

52. Dada la sucesión 1, 8, 27, 64, ...

- a) ¿Cuál es su sexto término?
 b) ¿Y su criterio de formación?
- a) $a_6 = 6^3 = 216$ b) El término general es $a_n = n^3$.

53. La sucesión 1, 4, 9, 16, 25, ... tiene por término general $a_n = n^2$. Obtén el término general de las sucesiones.

- a) 0, 3, 8, 15, 24, ... c) 4, 9, 16, 25, ...
 b) 3, 6, 11, 18, 27, ... d) 16, 25, 36, 49, ...
- a) $a_n = n^2 - 1$ c) $a_n = (n + 1)^2$
 b) $a_n = n^2 + 2$ d) $a_n = (n + 3)^2$

54. La sucesión 2, 4, 6, 8, 10, ... tiene por término general $a_n = 2n$. Encuentra el término general de estas sucesiones.

- a) -1, 1, 3, 5, 7, ... c) -2, -4, -6, -8, ...
 b) 6, 8, 10, 12, ... d) 6, 12, 18, 24, 30, ...
- a) $a_n = 2n - 3$
 b) $a_n = 2(n + 2)$
 c) $a_n = -2n$
 d) $a_n = 3 \cdot 2n \rightarrow a_n = 6n$

55. Halla los cinco primeros términos de la sucesión cuyo término general es:

- a) $a_n = 2n$ d) $a_n = 5 - 3n$
 b) $a_n = (-3)^{n+2}$ e) $a_n = n^2 + 3n - 2$
 c) $a_n = \frac{n+3}{n^2}$ f) $a_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$
- a) 2, 4, 6, 8, 10
 b) -27, 81, -243, 729, -2187
 c) $4, \frac{5}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{16}, \frac{8}{25}$
 d) 2, -1, -4, -7, -10
 e) 2, 8, 16, 26, 38
 f) $2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \frac{2}{81}$

56. Obtén el término general de la siguiente sucesión.

$$\frac{4}{1}, \frac{9}{3}, \frac{16}{5}, \frac{25}{7}, \dots$$

El término general viene determinado por $a_n = \frac{(n+1)^2}{2n-1}$.

57. La sucesión 1, 2, 3, 4, 5, ... tiene por término general $a_n = n$. Halla el término general de las sucesiones.

- a) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ c) $4, \frac{5}{2}, \frac{6}{3}, \frac{7}{4}, \dots$
 b) 3, 4, 5, 6, ... d) 0, 1, 2, 3, 4, ...
- a) $a_n = \frac{1}{n}$ b) $a_n = n+2$ c) $a_n = \frac{n+3}{n}$ d) $a_n = n-1$

58. La sucesión 2, 4, 8, 16, ... tiene por término general $a_n = 2^n$. Halla el término general de las sucesiones.

- a) 1, 3, 7, 15, ...
 b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$
- a) $a_n = 2^n - 1$ b) $a_n = \frac{1}{2^n}$

59. Obtén los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones recurrentes.

a) $a_1 = 1, a_2 = 3, a_n = a_{n-2} - a_{n-1}$

b) $b_1 = 2, b_2 = 4, b_n = \frac{b_{n-1}}{b_{n-2}}$

c) $c_1 = -1, c_2 = 0, c_3 = 1, c_n = c_{n-1} + c_{n-2} + c_{n-3}$

d) $d_1 = 2, d_n = d_{n-1} + n$

a) $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = -2, a_4 = 5, a_5 = -7$

b) $b_1 = 2, b_2 = 4, b_3 = 2, b_4 = \frac{1}{2}, b_5 = \frac{1}{4}$

c) $c_1 = -1, c_2 = 0, c_3 = 1, c_4 = 0, c_5 = 1$

d) $d_1 = 2, d_2 = 4, d_3 = 7, d_4 = 11, d_5 = 16$

60. Encuentra la regla de formación de las siguientes sucesiones recurrentes.

a) 3, 4, 7, 11, 18, 29, ...

b) 1, 2, 3, 6, 11, 20, ...

a) $a_1 = 3, a_2 = 4, a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ si $n \geq 3$

b) $b_1 = 1, b_2 = 2, b_3 = 3, b_n = b_{n-1} + b_{n-2} + b_{n-3}$ si $n \geq 4$

61. Halla la diferencia y el término general de las siguientes progresiones aritméticas.

a) 10, 7, 4, 1, ...

b) $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, \dots$

c) 7, 2, -3, -8, ...

d) 16, 8, 0, -8, ...

a) $d = -3 \quad a_n = 13 - 3n$ c) $d = -5 \quad a_n = 12 - 5n$

b) $d = \sqrt{2} \quad a_n = n\sqrt{2}$ d) $d = -8 \quad a_n = 24 - 8n$

62. En una progresión aritmética $a_5 = 11$ y $a_{12} = 25$. Halla el término general.

$$a_{12} = a_1 + (12 - 1) \cdot d \rightarrow 25 = a_1 + 11d$$

$$a_5 = a_1 + (5 - 1) \cdot d \rightarrow 11 = a_1 + 4d$$

Resolviendo el sistema se obtiene que $d = 2$ y $a_1 = 3$. El término general es: $a_n = 2n + 1$

63. En una progresión aritmética $a_3 = \frac{1}{2}$ y $a_4 = \frac{5}{6}$.

a) Obtén a_1 y d .

b) Determina el término general.

$$a) \quad a_4 - a_3 = d \rightarrow d = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}; \quad a_3 = a_1 + (3 - 1) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \rightarrow a_1 = -\frac{1}{6}$$

$$b) \quad a_n = \frac{n}{3} - \frac{1}{6}$$

64. Halla el término general de las siguientes progresiones aritméticas.

a) 5, 2, -1, -4, -7, ...

b) $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$

a) $d = -3, a_1 = 5 \rightarrow a_n = 8 - 3n$

b) $d = \frac{1}{2}, a_1 = \frac{1}{2} \rightarrow a_n = \frac{n}{2}$

65. En una progresión aritmética $a_{10} = 32$ y la diferencia es 5. Averigua el valor del término a_{25} .

$a_{10} = a_1 + (10 - 1) \cdot 5 = 32 \rightarrow a_1 = -13$

$a_{25} = -13 + (25 - 1) \cdot 5 = 107$

66. En una progresión aritmética $a_8 = 12$ y $a_{12} = 32$. Calcula la diferencia y el término general.

$a_8 = a_1 + (8 - 1) \cdot d \rightarrow 12 = a_1 + 7d$

$a_{12} = a_1 + (12 - 1) \cdot d \rightarrow 32 = a_1 + 11d$

Resolviendo el sistema se obtiene que $a_1 = -23$ y $d = 5$

El término general es $a_n = 5n - 28$

67. Halla la razón y el término general de las siguientes progresiones geométricas.

a) 3, 6, 12, 24, ...

c) 1, -2, 4, -8, ...

b) 3, 9, 27, 81, ...

d) $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$

a) $r = 2, a_1 = 3, a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

b) $r = 3, a_1 = 3, a_n = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$

c) No es progresión geométrica. Su término general es $a_n = (-2)^{n-1}$

d) $r = \frac{1}{2}, a_1 = \frac{1}{4}, a_n = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

68. En una progresión geométrica $a_1 = 4$ y $a_2 = 3$. Obtén el término general y a_{20} .

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{4}; a_n = 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}; a_{20} = 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{19} = \frac{3^{19}}{4^{18}}$

69. En una progresión geométrica $a_1 = 6$ y $a_3 = 30$. Halla a_4 y el término general.

$a_3 = a_1 \cdot r^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{30}{6}} = \pm\sqrt{5}$

Si $r = \sqrt{5} \rightarrow a_4 = 6 \cdot \sqrt{5}^3 = 30\sqrt{5}$ y $a_n = 6 \cdot \sqrt{5}^{n-1}$

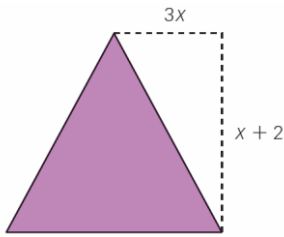
Si $r = -\sqrt{5} \rightarrow a_4 = 6 \cdot -\sqrt{5}^3 = -30\sqrt{5}$ y $a_n = 6 \cdot -\sqrt{5}^{n-1}$

70. Cierta término de una progresión geométrica vale 3720087. Si el primer término es 7 y la razón 3, ¿a qué término nos referimos?

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 7 \cdot 3^{n-1} \quad 3720087 = 7 \cdot 3^{12}$

$n - 1 = 12 \rightarrow n = 13 \rightarrow$ Nos referimos al término a_{13} .

71. Expresa mediante un polinomio el área del triángulo de la figura.

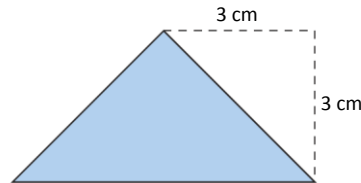


Dibuja el triángulo para $x = 1$ cm y calcula el valor de su área.

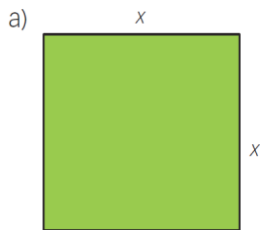
La base es $2 \cdot 3x = 6x$.

$$A = \frac{6x \cdot x + 2}{2} = 3x \cdot (x + 2) = 3x^2 + 6x$$

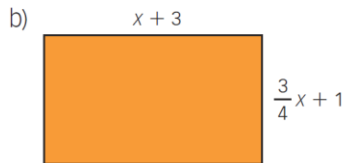
Para $x = 1 \rightarrow A = 3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 = 9 \text{ cm}^2$



72. Expresa con un polinomio el área y el perímetro de cada una de las siguientes figuras.



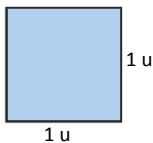
a) $A = x^2$ $P = 4x$



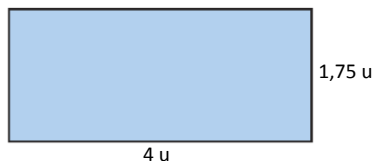
b) $A = x + 3 \cdot \left(\frac{3}{4}x + 1\right) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{13}{4}x + 3$ $P = 2(x + 3) + 2\left(\frac{3}{4}x + 1\right) = \frac{7}{2}x + 8$

73. Dibuja en tu cuaderno las figuras de la actividad anterior para $x = 1$ y calcula el área en cada caso.

a) $A = 1 \cdot 1 = 1 \text{ u}^2$



b) $A = \frac{3}{4} \cdot 1^2 + \frac{13}{4} \cdot 1 + 3 = 7$



74. El cometa Halley visita la Tierra cada 76 años. En 1986 fue su cuarta visita desde su descubrimiento por el astrónomo Edmund Halley. ¿En qué año lo descubrió?

Las visitas del cometa Halley están en progresión aritmética.

Para saber el año del descubrimiento, considerando que es la primera visita, calculamos el primer término.

$d = 76, a_4 = 1986$

$a_4 = a_1 + (4 - 1) \cdot d \rightarrow 1986 = a_1 + 3 \cdot 76 \rightarrow 1758$

El cometa Halley fue descubierto en el año 1758.

- 75. Durante los cuatro primeros meses de su vida un bebé ha ganado cada mes un 20% de su peso. Si al nacer pesaba 2 900 gramos, ¿cuál era su peso al final del cuarto mes?**

Los valores que toma el peso del bebé cada mes están en progresión geométrica.

Para averiguar el peso que tenía el bebé al final del cuarto mes, hay que calcular a_5 .

$$a_1 = 2\,900, r = 1,2; a_5 = 2\,900 \cdot 1,2^4 = 6\,013,44 \text{ g}$$

- 76. Marta quiere hacer todos los ejercicios de matemáticas en 10 días. El primer día hace 3 ejercicios y decide hacer cada día 2 más que el anterior. Averigua el número total de ejercicios que debe hacer.**

El número de ejercicios que realiza Marta cada día está en progresión aritmética.

La diferencia es $d = 2$, y $a_1 = 3$. Por tanto:

$$a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 7, a_4 = 9, a_5 = 11, a_6 = 13, a_7 = 15, a_8 = 17, a_9 = 19, a_{10} = 21$$

$$3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 = 120 \text{ ejercicios.}$$

- 77. Héctor asciende una montaña y observa que la presión atmosférica disminuye con la altura un 10% con cada kilómetro de ascensión. ¿Qué porcentaje de la presión atmosférica al nivel del mar existirá a 6 km de altura?**

Los valores que toma la presión atmosférica están en progresión geométrica.

Consideramos que el primer término de la sucesión es $a_1 =$ presión atmosférica al nivel del mar $= P$.

El término a_2 corresponde a la presión atmosférica al subir 1 km, etcétera.

Calculamos a_7 :

$$a_1 = P, r = 1 - 0,1 = 0,9 \rightarrow a_n = P \cdot (0,9)^{n-1}$$

El porcentaje de la presión atmosférica a 6 km de altura viene determinado por a_7 :

$$a_7 = P \cdot (0,9)^{7-1} \rightarrow \frac{a_7}{P} = (0,9)^6 = 0,5314 = 53,14 \%$$

- 78. El tiempo necesario para que cierta sustancia radiactiva se desintegre, reduciéndose a la mitad la cantidad inicial, es de 2,5 minutos. De 1 600 g de dicha sustancia, ¿cuánto quedará transcurridos 25 minutos?**

Los valores que toma la cantidad de sustancia que queda tras la desintegración están en progresión geométrica.

Tras 25 minutos se habrá reducido a la mitad $\frac{25}{2,5} = 10$ veces. Es decir, buscamos a_{11} :

$$a_1 = 1\,600, r = \frac{1}{2}, a_n = 1\,600 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow a_{11} = 1\,600 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 1,5625 \text{ g}$$

79. El equipo de natación sincronizada está realizando un entrenamiento específico para aumentar la capacidad pulmonar. Al comenzar este entrenamiento, Nieves aguantaba 80 segundos sin respirar. Después de la primera semana podía estar 120 segundos debajo del agua y, tras la segunda, este tiempo aumentó hasta 140 segundos. Si Nieves sigue esa progresión de mejora, ¿cuánto aguantará sin respirar al final de las cinco semanas de entrenamiento?



Los valores que toma el tiempo de mejora están en progresión geométrica.

Sea a_n el tiempo que ha mejorado Nieves tras la semana n .

$$r = \frac{1}{2}; a_1 = 40, a_2 = 20, a_3 = 10, a_4 = 5, a_5 = 2,5$$

Al finalizar las 5 semanas de entrenamiento, Nieves aguantará sin respirar debajo del agua:

$$80 + 40 + 20 + 10 + 5 + 2,5 = 157,5 \text{ s.}$$

SABER HACER

Contratar una factura de teléfono

Quiero contratar esta tarifa telefónica:

TARIFA MENSUAL

8,95 €/mes

(IVA incluido)

Internet: 1 GB

Llamadas: 6 céntimos/minuto

18,15 céntimos establecimiento de llamada

SMS: 12 céntimos

- a) ¿Cuánto cuesta una llamada de 1 minuto? ¿Y una llamada de 2 minutos? ¿Y una de 3 minutos?
- b) ¿El coste de una llamada por minutos es una progresión aritmética o geométrica? Calcula su término general.
- c) ¿Cuál sería el coste de una llamada de 37 minutos?
- d) Esta es mi factura del último mes con la tarifa que tengo ahora contratada. ¿Me saldrá más barata con la nueva tarifa?

TITULAR
ÁNGELA

FACTURA DE
MARZO, 2015

IMPORTE TOTAL
27,77 €

TESCUCHO
mobile

ÁNGELA GARCÍA GARCILASO
CALLE DE LA DERIVADA 7 BAJO 2
37037 - ARCOS DE LA CIRCUNFERENCIA
TANGENIA

MES A MES

Mes	Importe (€)
10-2014	26,45
11-2014	44,42
12-2014	20,17
01-2015	20,81
02-2015	21,47
03-2015	27,77

TUS DATOS

Núm. de Factura	14D0480506
Titular	ÁNGELA GARCÍA GARCILASO
NIF/NIE/CIF	012345678D
Fecha de Emisión	01-Abr-2015
Fecha de Vencimiento	04-Abr-2015
Entidad Bancaria	BANCO DE ESPAÑA
IBAN	ES77 1234 5678 90 123456***

TU LÍNEA

Tus números	Tarifa	Importe
655 555 555	EL CHOLLAZO	22,95 €
Total Base Imponible		22,95 €
Impuestos (IVA 21,00% s/ 22,95 €)		4,82 €
Total a pagar		27,77 €

LLAMADAS

Tipo	Duración	Importe
24 Nacionales	01:39:28	11,55
Total		11,55

MENSAJES

Tipo	Importe	
30 De Texto (SMS)	2,40	
Total		2,40

INTERNET

Tipo	MB	Importe
Internet	408	0,00
El chollazo		9,00
Total		9,00

LO QUE DEBES SABER

Los números móviles actuales, que empiezan por 6, se están acabando. Por eso a partir del 30 de septiembre de 2011, también podrán empezar por 7.

Oficina de Atención al Usuario de Telecomunicaciones del Mº de Industria, Turismo y Comercio 901 33 66 99
www.usuariotelecos.es

Instituto Nacional de Consumo 901 400 100
www.instituto-ic.es

El coste de establecimiento y llamada dependerá del operador que utilices.

ATENCIÓN AL CLIENTE
ENTRA EN
www.tescucho.com/cliente
WWW.TESCUCHO.COM

69

a) Hablar 1 minuto cuesta: $18,15 + 6 = 24,15$ céntimos.

Hablar 2 minutos cuesta: $18,15 + 2 \cdot 6 = 30,15$ céntimos.

Hablar 3 minutos cuesta: $18,15 + 3 \cdot 6 = 36,15$ céntimos.

b) El coste de una llamada por minutos es una progresión aritmética.

$$a_n = 18,15 + 6n$$

c) $a_{37} = 18,15 + 6 \cdot 37 = 240,15 \rightarrow$ El coste de una llamada de 37 minutos será de 2,40 €.

d) Se han realizado 24 llamadas nacionales, con una duración total de 1 hora, 39 minutos y 28 segundos.

Se han enviado 30 mensajes de texto.

Se han consumido 408 MB.

$$24 \cdot 18,15 + 6 \cdot \left(60 + 39 + \frac{28}{60}\right) + 30 \cdot 12 + 895 = 2\,287,4$$

Con la nueva tarifa, estos servicios habrían costado 22,87 €.

Con la tarifa vigente se pagaron 27,77 €, es decir, la factura habría sido más barata con la nueva tarifa.