

Expresiones algebraicas

1. Expresiones algebraicas

¿Qué son?

Una **expresión algebraica** es un conjunto de números y letras unidos entre sí por las operaciones de sumar, restar, multiplicar, dividir y por paréntesis. Por ejemplo:

$$3+2 \cdot x^2-x \quad \text{o} \quad x \cdot y-32 \cdot (x \cdot y^2-y)$$

Las letras representan valores que no conocemos y podemos considerarlas como la generalización de un número. Las llamaremos **variables**.



Nota

El signo de multiplicar se sobreentiende delante de una letra o un paréntesis. Así, $3 \cdot a$ es equivalente a $3a$, y $3 \cdot (2+x)$ es equivalente a $3(2+x)$.

¿Cómo las obtenemos?

Pretendemos transformar un enunciado, donde hay uno o varios valores que no conocemos, en una **expresión algebraica**.

Cada uno de los valores (**variables**) que no conocemos lo representaremos por una letra diferente.

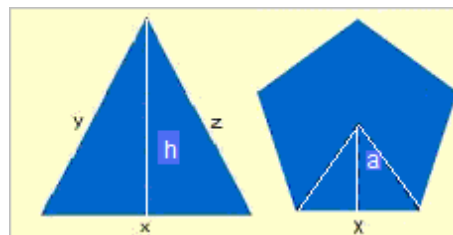
Valor numérico

Si en una expresión algebraica sustituimos las letras (variables) por números, lo que tendremos será una expresión numérica. El resultado de esta expresión es lo que llamamos **valor numérico** de la expresión algebraica para esos valores de las variables.



Es importante que tengas en cuenta la **prioridad de las operaciones**

1. Potencias
2. Productos y cocientes
3. Sumas y restas



El perímetro del triángulo es $x+y+z$

El área del triángulo es $\frac{x \cdot h}{2}$

El perímetro del pentágono $5x$

El área del pentágono $\frac{5xa}{2}$

Enunciado

La quinta parte de la suma de dos números menos ocho.

Expresa algebraicamente el enunciado

$$\frac{5-3x}{2y} \quad \frac{a \cdot b}{2}$$

$$a \cdot (b+c) - x^2 y$$

$$3x^2 + 4x - 1$$

Necesitaremos dos variables que llamaremos x e y

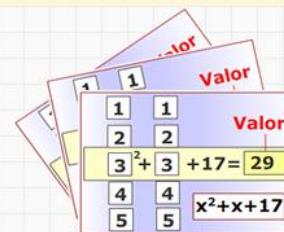
La diferencia de los dos números: $x - y$

La décima parte $\frac{x - y}{10}$

más nueve $\frac{x - y}{10} + 9$

Enunciado

Halla el valor numérico de la expresión algebraica $-y^2 - 2x \cdot y + x + 3y$ sustituyendo la x por 7 y la y por 1



Cambiamos la x por su valor:

$$-y^2 - 2 \cdot 7 \cdot y + 7 + 3y$$

Cambiamos la y por su valor:

$$-1^2 - 2 \cdot 7 \cdot 1 + 7 + 3 \cdot 1$$

Comenzamos a operar:

$$1. \text{ Potencias } -1 - 2 \cdot 7 \cdot 1 + 7 + 3 \cdot 1$$

$$2. \text{ Productos } -1 - 14 + 7 + 3$$

Valor numérico = -5

Expresiones algebraicas

2. Monomios

¿Qué son?

Un monomio es una expresión algebraica formada por el producto de un número y una o más variables. Al número lo llamaremos **coeficiente** y al conjunto de las variables, **literal**.

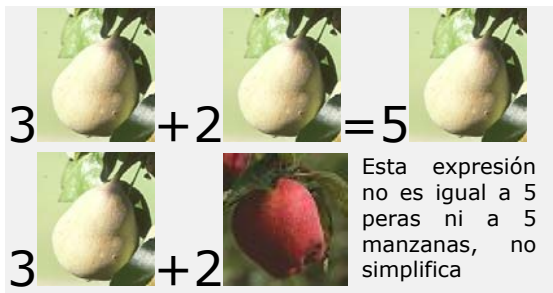
Llamaremos **grado** del monomio a la suma de los exponentes de su parte literal. Y **grado respecto de una variable**, al exponente de esa variable.

Dos monomios son **semejantes** si sus literales son iguales.

Dos monomios son **opuestos** si son semejantes y sus coeficientes son opuestos.

Sumar y restar monomios

Tres peras y dos peras son 5 peras. Pero 3 peras y 2 manzanas no son 5 peras ni 5 manzanas, son 3 peras + 2 manzanas.



Lo mismo ocurre con los monomios. Si dos monomios son semejantes, sumamos o restamos los coeficientes y dejamos el mismo literal. Si no son semejantes, esta operación no puede expresarse de manera más simplificada.

$3x+2x=5x$, pero las expresiones $3x^2+2x$ o $2x+7y$ no se pueden simplificar.

Multiplicar monomios

El producto de dos monomios es un monomio que tiene por coeficiente el producto de los coeficientes y por parte literal el producto de las partes literales (recuerda la propiedad: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$).

Así,
 $(3x^2y) \cdot (2x) = (3 \cdot 2)x^2yx = 6x^{2+1}y = 6x^3y$

Identifica los elementos de los monomios

$-22x^2y$ $-18x^2y$

Monomio	Coeficiente	Literal	Grado
$-22x^2y$	-22	x^2y	3
$-18x^2y$	-18	x^2y	3

Son semejantes, pues tienen igual el literal

No son opuestos, pues los coeficientes no lo son

$2x^7y^3 + 6x^7y^3$
 Monomios semejantes, por tanto se suman los coeficientes
 $8x^7y^3$

$2x^7y^3 - 6x^7y^3$
 Para restarlos se procede de forma similar,
 $-4x^7y^3$

$2x^7y^3 + 6x^5y^3$
 Monomios no semejantes, por tanto la expresión no se puede simplificar, el resultado es
 $2x^7y^3 + 6x^5y^3$

Análogamente
 $2x^7y^3 - 6x^5y^3$
 es
 $2x^7y^3 - 6x^5y^3$

$(\frac{3}{2}x^3y^2) \cdot (\frac{2}{5}x^3y)$

Multiplicamos los coeficientes: $(\frac{3}{2}) \cdot (\frac{2}{5}) = \frac{3}{5}$

Multiplicamos los literales: $(x^3y^2) \cdot (x^3y) = x^6y^3$

Resultado
 $\frac{3}{5}x^6y^3$

3. Polinomios

¿Qué son?

La suma de varios monomios no semejantes es un polinomio, el conjunto de los polinomios está formado por monomios o sumas de monomios no semejantes.

Si uno de los monomios no tiene parte literal, se le llama **término independiente**.

El mayor grado de todos sus monomios, es el **grado del polinomio**.

Nombramos los polinomios con una letra mayúscula y entre paréntesis las variables que lo integran, pero en esta página nos restringiremos a una sola variable.

Es importante que sepas identificar los **coeficientes** de un polinomio según su grado, si $P(x)=x^3+2x-4$, su **grado es 3** y su coeficiente de grado tres es 1, su coeficiente de grado uno es 2 y el término independiente o coeficiente de grado cero es -4.

Sumar y restar polinomios

Para sumar o restar dos polinomios, operamos sus monomios semejantes. Si no los tienen, dejamos la operación indicada.

Así, si $P(x)=3x^2+4x$ y $Q(x)=4x-1$,

$$P(x)+Q(x)=[3x^2+4x]+[4x-1]=3x^2+8x-1$$

$$P(x)-Q(x)=[3x^2+4x]-[4x-1]=3x^2+1$$

Polinomios opuestos

Dos polinomios son opuestos si al sumarlos todos sus términos se anulan.

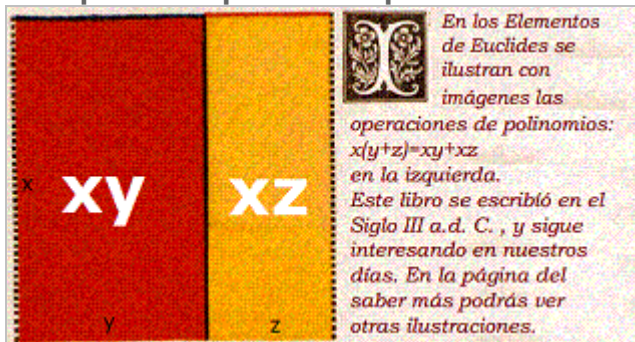
Así, si $P(x)=3x^2+4$ y $Q(x)=-3x^2-4$,

$$\text{entonces: } P(x)+Q(x)=[3x^2+4]+[-3x^2-4]=$$

$$=3x^2+4-3x^2-4=0, Q(x) \text{ es el opuesto de } P(x).$$

Para conseguir el polinomio opuesto de $P(x)$, sólo tenemos que cambiar los signos de sus coeficientes. Lo representaremos por $-P(x)$.

Multiplicar un polinomio por un monomio



El siguiente ejemplo te ayudará a dominar esta operación.

$$P(x)=3x^2+4x \quad Q(x)=3x:$$

$$P(x) \cdot Q(x) = [5x^2+4x] \cdot [3x] = \\ = [5x2] \cdot [3x] + [4x] \cdot [3x] = 15x^3+12x^2$$

$P(x)=-7x^4 - 4x^3 + 6x^2$				
Sus coeficientes, ordenados de grado mayor a menor				
gr4	gr3	gr2	gr1	gr0
-7	-4	6	0	0
Término independiente				
Su grado		¿Cuántos monomios lo forman?		
4		3		
Valor numérico en -1				
-1				

$P(x)=-5x^4 - 4x^3 - 3$				
Sus coeficientes, ordenados de grado mayor a menor				
gr4	gr3	gr2	gr1	gr0
-5	-4	0	0	-3
Término independiente				
Su grado		¿Cuántos monomios lo forman?		
4		3		
Valor numérico en -2				
-83				

$P(x) = -6x^5 - 8x^2 - 6x + 2$				
$Q(x) = -x^5 - x^4 + 3x^2 - 6x + 8$				
Suma				
Operamos los monomios semejantes por separado				
	$-6x^5$		$-8x^2$	$-6x + 2$
+I	$-x^5$	$-x^4$	$3x^2$	$-6x + 8$
<hr/>				
	$-7x^5$	$-1x^4$	$-5x^2$	$-12x + 10$
Solución				
$P(x) + Q(x) = -7x^5 - x^4 - 5x^2 - 12x + 10$				
Resta				
Operamos los monomios semejantes por separado				
	$-6x^5$		$-8x^2$	$-6x + 2$
-I	$-x^5$	$-x^4$	$3x^2$	$-6x + 8$
<hr/>				
	$-5x^5$	$-x^4$	$-11x^2$	$-6x + 10$
Solución				
$P(x) - Q(x) = -5x^5 - x^4 - 11x^2 - 6x + 10$				
Halla el opuesto de P(x)				
Cambiamos todos los signos de los coeficientes de P(x)				
$-P(x) = 6x^5 + 8x^2 + 6x - 2$				

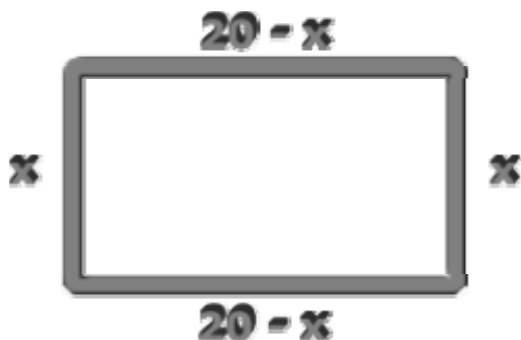
Multiplicación de un monomio por un binomio	
$2x^3y^4$	$\cdot (-3x^2y^2 + 4x^2y^3) =$
$-6x^5y^6$	$+ 8x^5y^7$

Expresiones algebraicas



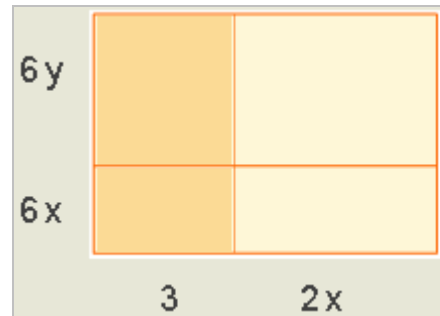
Para practicar

- Halla la expresión algebraica que da las unidades de un número de tres cifras.
- Mi paso es de 69 cm. ¿Cuántos pasos daré para dar tres vueltas a un circuito de a metros?
- Si hace tres horas estaba en el kilómetro 26 de una carretera y voy a una velocidad media de x km/h ¿En qué punto kilométrico me encuentro de la misma carretera?
- En tres cuartos de hora hay 45 minutos ¿Sabes cuantos minutos hay en $2 \cdot r/s$ horas?
- La expresión algebraica que define el precio de un artículo de y € si nos rebajan un $x\%$ es $(100 - x) / 100 \cdot y$. Halla el precio de un artículo de 52€ si se rebaja un 25%.
- Halla el valor numérico de $P(x) = 6x^2 + 7x + 3$ en $x=10$ y en $x=0,1$.
- Halla el valor numérico de $(10x+y)/99$ en $x=6$ y $y=8$.
- Doblando un alambre de 40 cm formamos un rectángulo. Halla la expresión algebraica que define el área del rectángulo y calcula su valor para $x=4$. (Ver figura)



- ¿Cuál es el grado del polinomio $-3x^4 + 9x^2$? ¿Cuál es su coeficiente de grado dos? ¿y el de grado uno? Calcula su valor numérico en $x=2$.

- Multiplica $3 \cdot (6x+6y)$ y $2x \cdot (6x+6y)$. Completa las áreas de los rectángulos.



- Opera $[4x^3y^3] + [5x^4y^2]$ y $[-7x^3] + [5x^3]$
- Opera $[-8x^2] - [-3x^2]$
- Multiplica los monomios $[2x^5y^3]$ y $[-3xy^2]$
- Halla el opuesto de $[-2x^2y^4]$
- Suma los polinomios

$$-\frac{3}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 5x - \frac{4}{5} \quad y$$

$$x^3 + x + \frac{3}{5}$$

- Resta los polinomios

$$-\frac{3}{4}x^3 + \frac{3}{5}x - 2 \quad y$$

$$\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{5}x^2 + 4$$

- Multiplica el monomio

$$-4x^7y^2$$

por el binomio

$$-4x^8y^7 - x^4y^4$$