Ejercicios tema 7. Proporcionalidad

67. Se ha vendido por 13 600 € un coche valorado inicialmente en 16 000 €. ¿Qué tanto por ciento se ha rebajado?

Sol: 16000 -13600 = 2400 € de rebaja

$$\frac{x}{100}\cdot 16000 = 2400 \rightarrow 160x = 2400 \rightarrow x = \frac{2400}{160} = 15\ \%\ \text{ de descuento}$$

68. Una cooperativa de consumo da el 3% de los beneficios a los socios en función del valor de sus compras. Un socio ha obtenido un beneficio de 63,15 €. ¿Cuánto había comprado dicho socio?

Sol: $\frac{3}{100}\cdot x = 63'15 \rightarrow 0'03x = 63'15 \rightarrow x = \frac{63'15}{0'03} = 2105$ € gastó en compras a la cooperativa.

69. Un tendero compró 2 000 huevos de granja ecológica a un precio de 15 € la centena. Ha vendido 120 con un 10% de beneficio, 250 con un beneficio del 8%, 630 con un beneficio del 4% y el resto, a precio de coste. ¿Cuánto dinero ha ganado?

Sol:

El tendero compra los huevos a 15 € la centena, que son 0,15 € cada huevo.

El precio de coste de 120 huevos es 120 ·0,15 = 18 €. El 10% de esta cantidad es 0,1 · 18 = 1,80 €

Hacemos lo mismo con los 250 huevos: 250 · 0,15 = 37,50 € → 37,50 · 0,08 = 3 €

Y con los 630 huevos: 630 · 0,15 = 94,50 € → 94,50 · 0,04 = 3,78 €

Sabremos lo que ganó sumando las tres cantidades: 1,80 + 3 + 3,78 = 8,58 €

70. Un agente comercial de una empresa de pinturas gana 30 000 € anuales, más un 7,5% de los beneficios de la empresa. El último año, la empresa facturó 5 millones de euros, un 12% de los cuales eran beneficios netos. ¿Cuánto cobrará el comercial?

Sol: 0'075 · 0'12 · 5 000 000 = 45000 € cobrará por los beneficios.

En total ganará 30000+45000 = 75000 € al año.

72. El padre de Joaquín vendió su coche por 4 000 €. ¿Por qué precio lo compró si, por el uso y el paso del tiempo, se ha devaluado hasta un 20% de su valor?

Sol: 0'20·x = 4000 → $x = \frac{4000}{0'20} = 20\,000$ € era el precio inicial.

73. Por un reajuste del sueldo de los trabajadores públicos, un funcionario ha dejado de cobrar un 10% de su salario. Si actualmente percibe 2 200 €, ¿cuánto cobraba antes?

Sol: Se trata de un problema de descuentos proporcionales. Si se perdió un 10 % entonces lo cobra actualmente un 100 -10 = 90 % de su valor inicial.

Entonces 0'90·x = 2200 → $x = \frac{2200}{0'90} = 2444'44$ €

74. Un cuadrado tiene una superficie de 4 m^2. Si su lado aumenta en un 25%, ¿en qué porcentaje aumenta su área?

Sol: Es un problema de aumentos porcentuales en su 1ª parte. Así, como el lado del cuadrado es $\sqrt{4}$ = 2 m, si aumenta un 25%, debemos multiplicar por 1,25, y nos da 2 · 1,25 = 2,50 m. La nueva área será 2,5 · 2,5 = 6,25 m^2. Ha aumentado 6,25 − 4 = 2,25 m^2.

El x % de 4 ha de ser 2'25, por lo tanto $\frac{x}{100}\cdot 4 = 2'25 \to x = \frac{2'25\cdot 100}{4} = 56'25\,\%$ de aumento.

Nota: Otra forma es trabajar con el índice de variación: $I_v = 1 \pm \frac{a}{100}$ (con el signo + para aumentos porcentuales y con el – para descuentos y a el porcentaje. Se verificará que $Iv \cdot C = F$ siendo C la cantidad inicial y F la cantidad final).

En nuestro caso: $Iv \cdot 4 = 6'25 \to Iv = \frac{6'25}{4} = 1'5625$, como es mayor que 1 se confirma que se trata de un aumento porcentual y corresponde al resultado de restarle 1 y multiplicarlo por 100.

1'5625-1= 0'5625 → 56'25 %

77. A principios de semana, unas acciones valían 200 €. A medida que han ido pasando los días, su valor ha ido evolucionando según los porcentajes indicados en la tabla (el signo menos significa una disminución). Calcula con qué valor cerraron el viernes.

Lunes	Martes	Miercoles	Jueves	Viernes
+3%	+1,5%	-2%	-1%	+1%

Sol: (Aumentos y disminuciones encadenados)

Incremento de un 3%: se multiplicará por 1,03.

Incremento de un 1,5%: se multiplicará por 1,015.

Disminución de un 2%: se multiplicará por 0,98.

Disminución de un 1%: se multiplicará por 0,99.

Aumento de un 1%: se multiplicará por 1,01.

El producto de todos estos factores es el índice de variación y la solución se obtiene multiplicándolo por 200 que es la cantidad inicial.

1,03 · 1,015 · 0,98 · 0,99 · 1,01· 200 = 204,89 €

71. Una ciudad de 100 000 habitantes se abastece del agua de un pantano. Hace unos días, el pantano se encontraba a un 20% de su capacidad, lo que significaba 6 hm^3. Las últimas lluvias han hecho subir su nivel hasta un 70%. Suponiendo que el consumo diario por persona es de 30 litros, calcula para cuántos días habrá abastecimiento tanto antes como después de las lluvias.

Sol:

El consumo diario de las 100 000 personas es de 30 · 100 000 = 3 000 000 L. Por comodidad, es preferible pasarlo a hm^3 dividiéndolo entre 10^9 (litros equivale a dm^3 y de hm^3 a dm^3 van tres lugares y en cada uno se multiplica por 1000). Entonces 3000000 de litros equivalen a 0'003 hm^3 que es el consumo diario.

Antes de las lluvias había 6 hm^3, y hubieran durado 6/0,003 = 2 000 días.

Si el nivel está a un 70% ,después de las últimas lluvias, entonces:

Porcentaje (%)		Duración del agua (días)
20	————	2000
70	————	x

Las magnitudes son directamente proporcionales por lo tanto habrá agua para 7000 días.

75. El PIB de un país en vías de desarrollo ha crecido un 2% durante tres años consecutivos. Si inicialmente era de 100 000 millones de euros, ¿a cuánto asciende después de esos tres años?

Sol: (Es un problema de aumentos porcentuaes encadenados).

Un incremento de un 2% equivale a multiplicar por 1,02. Dado que este incremento se produce durante tres años consecutivos, se debe multiplicar por: 1,02 · 1,02 ·1,02 = $1{,}02^3$= 1,061208

1,061208 · 100 000 = 1 061 208 €

49. Las escalas de temperatura centígrada (°C) y Réaumur (°R) coinciden en el cero, que es el punto de congelación del agua, y los 100 °C coinciden con los 80 °R. Tenemos un termómetro antiguo calibrado según la escala Réaumur y marca 16 °R. ¿A qué temperatura centígrada equivale?

Sol: Las dos medidas de la temperatura son dirtectamente proporcionales. Por lo tanto:

Confeccionamos la tabla de la proporción y resolvemos:

°R	°C
80	100
16	x

$$\frac{80}{16} = \frac{100}{x} \rightarrow 80x = 16 \cdot 100 = 1\,600 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{1600}{80} = 20\ °C$$

50. Sabemos que $x + y + z$ = 1 200 y que x/3 = y/5 = z/4 ¿Cuanto valen x, y y z?

Se aplicará la propiedad básica de los repartos proporcionales:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{3+5+4} = \frac{1200}{12}$$

Resolvemos las proporciones por separado:

$$\frac{x}{3} = \frac{1200}{12} \rightarrow 12x = 3 \cdot 1\,200 \rightarrow x = 300$$

$$\frac{y}{5} = \frac{1200}{12} \rightarrow 12y = 5 \cdot 1\,200 \rightarrow y = 500$$

$$\frac{z}{4} = \frac{1200}{12} \rightarrow 12z = 4 \cdot 1\,200 \rightarrow z = 400$$

(Problemas de repartos directamente proporcionales)

45. Sabiendo que 8 g de oxígeno se combinan con 1 g de hidrógeno para dar 9 g de agua pura, calcula los gramos de oxígeno y de hidrógeno que hay en 1 L de agua pura.

Sol:

Recuerda que un litro de agua pura son 1 000 g. Se pondrán x g de oxígeno e y g de hidrógeno, que en total tienen que sumar estos 1 000 g, y deben ser proporcionales a 8 y 1. Se trata de un reparto proporcional:

$$\frac{8}{x}=\frac{1}{y}=\frac{8+1}{x+y}=\frac{9}{1000}$$

Resolvemos las proporciones por separado:

$$\frac{8}{x}=\frac{9}{1000}\rightarrow 9x=8\cdot 1000\rightarrow$$

$$\rightarrow x=\frac{8000}{9}=888{,}89\text{ g}$$

$$\frac{1}{y}=\frac{9}{1000}\rightarrow 9y=1\cdot 1000\rightarrow$$

$$\rightarrow y=\frac{1000}{9}=111{,}11\text{ g}$$

51. Para empapelar una habitación, se han necesitado 18 rollos e papel de 0,5 m de ancho. ¿Cuántos se habrían necesitado si el papel fuese de 0,6 m de ancho?

Sol: Si el papel es más ancho, hacen falta menos piezas. Es una proporcionalidad inversa. Confeccionamos la tabla de la proporción y la resolvemos:

Ancho	Piezas
0,5	18
0,6	x

$$0{,}5\cdot 18=0{,}6x\rightarrow x=\frac{9}{0{,}6}=15\text{ piezas}$$

52. Un grifo vierte 9 hl de agua en 1h 15 min. ¿Cuántos litros vierte en 35 s?

Sol:
Antes de empezar, efectuamos estos cambios de unidades:

9 hl = 900 L; 1 h 15 min = 75 min = 75 ·60 = 4 500 s

Cuanto más tiempo pase, más agua habrá manado, por lo que se trata de una situación de proporcionalidad directa. Confeccionamos la tabla de la proporción y resolvemos:

Segundos	Litros
4 500	900
35	x

$$\frac{4\,500}{35}=\frac{900}{x}\rightarrow 4\,500x=35\cdot 900\rightarrow x=7\text{ L}$$

53. Un obrero reforma una cocina en 15 días trabajando 6 h cada día. ¿Cuántos días tardaría si trabajara 3 h más al día?

Sol: Cuantas menos horas tenga el día, más días debería trabajar. Se trata de una situación de proporcionalidad inversa. Confeccionamos la tabla de la proporción y resolvemos:

Horas diarias	Días
6	15
9	x

$$6 \cdot 15 = 9x \rightarrow x = \frac{90}{9} = 10 \text{ días}$$

(Proporcionalidad compuesta)

64. Si tres obreros, trabajando 8 h diarias, tardan 3 días en hacer un trabajo, ¿cuánto tardarán 6 obreros trabajando 6 h diarias?

Sol:

Obreros	Horas	Días
3	8	3
6	6	x

Se compara cada una de las magnitudes con la que tiene la incógnita, para ver si la relación de proporcionalidad es directa o inversa.

Si trabajan las mismas horas al día, a doble de obreros necesitarán la mitad de días. Entonces el nº de obreros y los días trabajados están en proporcionalidad inversa.

Si se mantiene el nº de obreros, al aumentar las horas de trabajo al día necesitaremos menos días para realizar el trabajo. Entonces el nº de horas/día y los días trabajados están en proporcionalidad inversa. Entonces:

$$\frac{x}{3} = \frac{3}{6} \cdot \frac{8}{6} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 3 \cdot 8}{6 \cdot 6} \rightarrow x = 2 \text{ días}$$

65. Seis piezas de tela de 40 m de largo y 0,9 m de ancho cuestan 1 728 €. ¿Cuánto costarán diez piezas de 60 m de largo y 1,2 m de ancho si los precios por m^2 de cada tipo de tela se encuentran en relación de 4 a 3?

Sol: 40·0’9=36 m^2 será el área de cada una de las 6 telas ,

60·1’2=72 m^2 será el área de cada una de las otras 10.

€/m^2	Piezas	Área (m^2)	Precio (€)
4	6	36	1728
3	10	72	x

Todas son directamente proporcionales con la que tiene la incógnita. Así:

$$\frac{x}{1728}=\frac{3}{4}\cdot\frac{10}{6}\cdot\frac{72}{36}\rightarrow x=\frac{1728\cdot 3\cdot 10\cdot 72}{4\cdot 6\cdot 36}\rightarrow x=4320\text{ € costarán las 10 piezas.}$$

46. Las letras de una imprenta de principios del siglo XX estaban hechas de una aleación metálica con la siguiente proporción en peso: 86 partes de plomo, 12 partes de antimonio y 2 partes de estaño. ¿Qué cantidad de cada uno de estos metales se debe utilizar si se necesitan 5 kg de dicha aleación?

Sol:

Es un problema de repartos directamente proporcionales.

Sean x kg de plomo, y kg de antimonio y z kg de estaño los que se necesitan para formar los 5 kg de aleación. Como 86 + 12 + 2 = 100 , se deben cumplir las siguientes proporciones:

$$\frac{x}{86}=\frac{y}{12}=\frac{z}{2}=\frac{5}{100}$$

Resolvemos las proporciones por separado:

$$\frac{86}{x}=\frac{100}{5}\rightarrow 100x=86\cdot 5\rightarrow x=4{,}3\text{ kg}$$

$$\frac{13}{y}=\frac{100}{5}\rightarrow 100y=13\cdot 5\rightarrow y=0{,}65\text{ kg}$$

$$\frac{2}{z}=\frac{100}{5}\rightarrow 100z=2\cdot 5\rightarrow z=0{,}1\text{ kg}$$

Entonces se necesitarán 4 kg y 300 g de plomo, 650 g de antimonio y 100 g de estaño.

83. ¿Cuánto tiempo estuvo colocado un capital de 8600 € si produjo 1660 € a un 4% de interés?

Sol:

$$1660=\frac{8300\cdot 4\cdot t}{100}\rightarrow 33200t=166000\rightarrow$$

$$\rightarrow t=\frac{1660}{332}=5\text{ años}$$

23. Eva quiere abrir una cuenta corriente con 288 €. Calcula:

a) ¿Qué interés obtendrá en el Banco Bonito al cabo de 8 meses si el tipo de interés es del 9,5%?

$$\textbf{a}\ \ I=\frac{288\cdot 9{,}5\cdot 8}{1200}=18{,}24\text{ €}$$

b) La Caja Fantástica le ofrecía un interés del 7,3%. ¿Al cabo de cuánto tiempo habría cobrado los mismos intereses que en el caso anterior?

$$\textbf{b}\ \ 18{,}24=\frac{288\cdot 7{,}3\cdot t}{3600}\rightarrow 2102{,}4t=65664\rightarrow$$

$$\rightarrow t=\frac{65664}{2102{,}4}=31\text{ días}$$

15. Un comerciante revende una nevera de 400 € por 550 €. ¿Qué tanto por ciento de beneficio obtiene?

Sol: El beneficio será de 550 – 400 = 150 €
Entonces el x% de 400 = 150, es decir, 400x/100=150 → 4x = 150→x=150/4 = 37,5 %

Con proporcionalidad directa sería:

. El beneficio es 550 – 400 = 150 €. A los 400 €, al ser el precio inicial, les corresponde el 100%. Podemos plantear:

€	%
400	100
150	x

$$\frac{400}{150} = \frac{100}{x} \rightarrow 400x = 150 \cdot 100 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{15\,000}{400} = 37{,}5\%$$

16. Un ordenador vale 800 €. El vendedor aplica el 15% de descuento y después carga el 18 % de IVA. ¿Cuánto se debe pagar?

x = 800·0,85·1,18 =

17. Un artículo vale 1 000 €. Si sube un 10% y después se rebaja otro 10%, ¿cuánto cuesta finalmente?

x = 1000·1,10·0,90=

18. Unas acciones valen 10 000 €. Suben un 10% el primer día, un 5% el segundo día y bajan un 8% el tercer día. ¿A qué precio han llegado?

x = 10000·1,10·1,05·0,92