Ecuaciones.

<u>Definición</u>: Una **ecuación en una variable** es una igualdad entre expresiones algebraicas que se cumple sólo para algún o algunos valores de la incógnita.

Ejemplos:

Son ecuaciones: 2x + 3 = 4 ; $\frac{x-2}{4}-\frac{2}{3}=5$; $x^2-4x=0$; $(x-2)\cdot(2x+5)=0$

No son ecuaciones: $(x+2)^2=x^2+4x+4$; $v=\frac{e}{t}$

<u>Definición</u>: Se llama **solución** de una ecuación al valor numérico de la incógnita que cumple la igualdad.

<u>Definición</u>: Dos ecuaciones se llaman **equivalentes** si tienen las mismas soluciones

Resolver la ecuación es obtener su solución (o soluciones) .

<u>Definición</u>: Una ecuación se llama polinómica si, después de reducirla, se puede escribir como P(x) = 0 siendo P(x) un polinomio. Además P(x) debe ser un polinomio de 1º grado o de 2º grado.

<u>Propiedades de las igualdades</u> que nos permiten resolver una ecuación:

Si a los dos miembros de una igualdad se le *suma una misma expresión* algebraica la igualdad no varía.

Tampoco varía si a ambos miembros se le *resta la misma expresión* algebraica.

Ni si se *multiplican* ambos miembros por la misma expresión algebraica.

Ni si se *dividen* ambos miembros por el mismo valor, *siempre que sea distinto de cero*.

Para **resolver una ecuación** aplicaremos las operaciones con polinomios teniendo en cuenta su prioridad hasta que queden sólo polinomios reducidos con coefientes enteros en ambos miembros y luego aplicaremos las propiedades anteriores de manera que en cada paso obtengamos ecuaciones equivalentes a la inicial hasta que se consiga despejar la incógnita, es decir, dejarla sola en uno de los dos miembros de la igualdad.

Es decir:

<u>1º</u> Ver si la ecuación es de la forma producto de factores igual a 0 o potencias igual a 0. Si lo es entonces se resuelve igualando a 0 cada uno de los factores y despejando la x en cada caso. Si no lo es entonces pasamos al paso siguiente.

<u>2º</u> Desarrollar las potencias , aplicando las identidades notables (si las hubiese).

<u>3º</u> Efectuar los productos de monomio por polinomio o producto de polinomios.

<u>4º</u> Si hay denominadores, reducir todos los sumandos, en ambos miembros, a común denominador para poder quitarlos, ya que dos fracciones iguales con el mismo denominador tienen que tener también, necesariamente, el mismo numerador.

5º Utilizar la trasposición de términos para que los monomios en x queden en un miembro y los términos independientes en el otro.

6º Reducir los monomios semejantes.

7º Identificar el tipo de ecuación a resolver:

-Si es de 1º grado estará en la forma ax = b . Si a < 0 , se cambian todos los signos de la ecuación y luego se despeja x.

- Si es de 2º grado se pueden dar los siguientes casos:

  * Que sea una ecuación incompleta del tipo $ax^2=0$ que tiene solución x = 0 sólo.

  * Que sea una ecuación incompleta del tipo $ax^2+c=0$ que se resuelve despejando x (Nota: Recordar que delante de la raíz cuadrada aparece siempre el doble signo + y – . Además no existen raíces cuadradas de números negativos, por lo que este tipo de ecuaciones tienen dos soluciones o ninguna)

  * Que sea una ecuación incompleta del tipo $ax^2+bx=0$ que se resuelve sacando factor común x. (siempre tiene dos soluciones, una de ellas es x = 0)

  * Que sea una ecuación completa $ax^2+bx+c=0$, que se resuelve aplicando la fórmula:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad .$$

(Nota: Si el coeficiente principal (a) es negativo, antes de aplicar la fórmula se cambian todos los signos de la ecuación, para que no aparezcan denominadores con números negativos).

Importante! El número de soluciones depende del signo de b^2-4ac que se llama **discriminante** de la ecuación (ya que para que exista una raíz cuadrada su radicando tiene que ser mayor o igual que 0). Por lo tanto hallando el discriminante, ya sabemos si la ecuación tiene 2 soluciones (discriminante positivo), una solución (discriminante 0) o no tiene solución (discriminante negativo)