Ejercicios para practicar el segundo parcial de pendientes 1º BAC – Matemáticas I

1. Dadas las siguientes funciones:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x^2-1} & si\ \ x<0\\ \frac{2x+1}{9-x^2} & si\ \ x>0\end{cases} \qquad g(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x}} \qquad h(x)=\ \mathrm{x}^2-\mathrm{x} \qquad j(x)=\sqrt{x}$$

$$k(x)=\log(1-x) \qquad l(x)=\frac{1}{x-1}$$

Calcula **razonadamente**:

a) El dominio de las funciones $f,\ \ g\ ,k\ ,\ j\circ h,\ \ l\circ k\ ,\ l\circ j$

b) La función inversa de k y la de l

c) El valor de $(f\circ k)(-9)$

Sol.: a) Dom f=R-{-1,0,3}; Dom g=(-∞,-1]U(0,∞); Dom k=(-∞,1); Dom $(j\circ h)$=(-∞,0]U[1,∞); Dom $(l\circ k)$ =(-∞,-9)U(9,1); Dom($l\circ j$)=[0,1)U(1, ∞)

b)$k^{-1}(x)=1-10^x$ $\qquad l^{-1}(x)=\frac{1}{x}+1$ $\qquad$ *c) 3/8*

2. Dadas las siguientes funciones:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x^2+5x+6} & si\ \ x<-1\\ \frac{2x+1}{9+x^2} & si\ \ x>-1\end{cases}$$

$$g(x)=\sqrt{2-2x} \qquad h(x)=\ \frac{x}{x^2-1} \qquad j(x)=x^2-2x$$

$$k(x)=\log(x-3) \qquad l(x)=\frac{x-3}{2x-2}$$

Calcula **razonadamente**:

a) El dominio de las funciones $f,\ \ h\circ g\ \ y\ k\circ j\ ,\ l\circ g$

b) La función inversa de k y la de l

c) El valor de $(f\circ g)(-1)$

Sol.: a) Dom f=R-{-3,-2,-1}; Dom($h\circ g$) =(-∞,$\frac{1}{2}$)U($\frac{1}{2}$,1]; Dom $(k\circ j)$ =(-∞,-1)U(3,∞); Dom($l\circ g$) =(-∞,$\frac{1}{2}$)U($\frac{1}{2}$,1]

b) $k^{-1}(x)=10^x+3$ $\qquad l^{-1}(x)=\frac{2x-3}{2x-1}$ $\qquad$ *c)5/13*

3. Calcula el valor de los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-2x}{x-1}+\frac{1-3x}{3}\right)$ b) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3+e^x}{x-x^4}$ c) $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2-x}-1}{3x-1}$

d) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2-1}{2+x^2}\right)^{\frac{1+x^2}{5-x}}$ e) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-1}{2+3x}\right)^{x^2-2x}$ f) $\lim_{x\to\infty}(\,3x-\sqrt{9x^2-x}\,)$

g) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^2+x}{x+\sqrt{3x+4}}$ h) $\lim_{x\to 1}\frac{4x^3-4}{x^3-x^2-x+1}$ i) $\lim_{x\to-\infty}(\frac{4x^2-1}{3+3x}+\frac{4x^2+1}{3x})$

Sol.: a) -2/3 b)- ∞ c)2/3 d)0 e)0 f)1/6 g) $-\frac{2}{5}$ *h) no existe i) - ∞*

4. Determina las asíntotas de las siguientes funciones y representa la posición de la curva respecto a ellas :

a) $f(x)=\frac{x^3+3x^2}{x^2+2x-3}$ b) $f(x)=\frac{x^2-2}{x^3-x^2+x-1}$ c) $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2-4}$

Sol.: a) x=1, y=x+1 b) y=0, x=1 c) y=1, x=2, x= -2

5. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{x+1} & si \quad x<0\\ x^2+3 & si \quad 0\le x<2\\ \frac{x+2}{x+4} & si \quad x\ge 2\end{cases}$ b) $g(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & si \quad x=1\\ \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} & si \quad x\ne 1\end{cases}$

c) $h(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

Sol.: a) f es continua en $\mathbb{R}-\{-1,2\}$*. En x= -1 presenta una discontinuidad de salto infinito y en x=2 una discontinuidad no evitable de salto finito b) f es continua en* $\mathbb{R}-\{-1,1\}$*. En x= -1 presenta una discontinuidad no evitable de salto infinito y en x=1 una discontinuidad evitable c) f es continua en* $[0,1)U(1,\infty)$*. En x= 1 presenta una discontinuidad evitable*

6. Comprueba si la función $f(x) = \frac{x^2-25}{(x-5)^2}$ es continua en $x = 5$ y en $x = 3$. Indica (si es el caso) el tipo de discontinuidad que presentan.

7. Dada la siguiente función definida a trozos: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3-x} & si \quad x \leq -1 \\ \frac{1-x^2}{x} & si \quad -1 < x < 2 \\ \frac{4x-2}{6-5x} & si \quad x > 2 \end{cases}$

Calcula:

a) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to 0} f(x)$ c) $\lim_{x\to -2} f(x)$

d) $\lim_{x\to \infty} f(x)$ e) $\lim_{x\to -1} f(x)$ f) $\lim_{x\to 2} f(x)$

g) Estudia la continuidad de $f(x)$ en $x = -1$. En caso de que sea discontinua indica **razonadamente** de qué tipo es.

h) Estudia la continuidad de $f(x)$ en $x = 2$. En caso de que sea discontinua indica **razonadamente** de qué tipo es.

8. Utiliza las reglas de derivación para calcular las derivadas de las siguientes funciones

1) $f(x) = \frac{x^3}{3} + 7x^2 - 4x$ 2) $f(x) = \frac{1}{3x} + \sqrt{x}$ 3) $f(x) = \frac{1}{7x+1} + \frac{\sqrt{2x}}{3}$

4) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$ 5) $f(x) = \frac{tg\,x}{2}$ 6) $f(x) = (5x-2)^3$

7) $f(x) = \sqrt[3]{(6-x)^2}$ 8) $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x^2-4}}$ 9) $f(x) = x^3 \cdot cos^2 3x$

10) $f(x) = \sqrt{7lnx}$ 11) $f(x) = e^{-x} \cdot cos5x$ 12) $f(x) = \frac{x-x^2}{4-3x}$

13) $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2}$ 14) $f(x) = \frac{1}{x} - \log_2(2-3x)$ 15) $f(x) = \left(\frac{2-x}{x^2}\right)^5$

9. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

y = $3^{x^3+2} \cdot (3x^4 - 5x^2)$ **Sol**: y´ = $3^{x^3+2} \cdot (3x^2) \cdot (ln3) \cdot (3x^4 - 5x^2) + 3^{x^3+2} \cdot (12x^3 - 10x)$

y = $\log_3(x^2 - 3) \cdot (\sqrt[3]{2x})$ **Sol**: y´ = $\frac{2x}{(x^2-3)\cdot ln3} \cdot (\sqrt[3]{2x}) + \log_3(x^2 - 3) \cdot \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x)^2}}$

y = $\log_3(x^3 - 2x) \cdot 3^{2x-1}$ **Sol**: y´ = $\left(\frac{3x^2-2}{(x^3-2x)\cdot ln3}\right) \cdot 3^{2x-1} + \log_3(x^3 - 2x) \cdot (3^{2x-1} \cdot 2 \cdot ln3)$

10. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

y = $\frac{5^{3x}}{(3x^2+4)}$ **Sol**: y´ = $\frac{(5^{3x} \cdot 3 \cdot ln5)\cdot(3x^2+4)-(6x)\cdot 5^{3x}}{(3x^2+4)^2}$

y = $\frac{\ln(x^3-7x)}{(x^5-2)}$ **Sol**: y´ = $\frac{\frac{3x^2-7}{(x^3-7x)} \cdot (x^5-2) - (5x^4)\cdot\ln(x^3-7x)}{(x^5-2)^2}$

y = $\frac{3^{2x-1}}{\log_3(x^3-2x)\cdot}$ **Sol**: y´ = $\frac{(3^{2x-1} \cdot 2 \cdot ln3)\cdot\left(\log_3(x^3-2x) - \left(\frac{3x^2-2}{(x^3-2x)\cdot ln3}\right)\cdot 3^{2x-1}\right)}{(\log_3(x^3-2x)\cdot)^2}$

11. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

1. $y = (4x^3 - 5)^4 + 3x$ **Sol: y´=** $4(4x^3 - 5)^3 \cdot (12x^2) + 3$

2. $y = \sqrt[3]{x}(3x^2 + 6x)$ **Sol: y´=** $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \cdot (3x^2 + 6x) + \sqrt[3]{x} \cdot (6x + 6)$

3. $y = \sqrt{\frac{3x^2+2}{x}}$ **Sol: y´=** $\frac{1}{2\sqrt{\frac{3x^2+2}{x}}} \cdot \frac{6x\cdot x - 1\cdot(3x^2+2)}{x^2}$

4. $y = \ln(x^3 - 2x)^3$ **Sol: y´=** $\frac{1}{(x^3-2x)^3 \cdot Lne} \cdot 3(x^3 - 2x)^2 \cdot (3x^2 - 2)$

5. $y = \ln^2(x^3 - 2x)^4$ **Sol: y´=** $2(ln\,(x^3 - 2x)^4) \cdot \frac{4(x^3-2x)^3\cdot(3x^2-2)}{(x^3-2x)^4 \cdot Lne}$

6. $y = \left(6x^3 + \sqrt{x^3}\right)\ln x$ **Sol: y´=** $\left(18x^2 + \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3}}\right)\cdot(\ln x) + \left(6x^3 + \sqrt{x^3}\right) \cdot \frac{1}{x}$

7. $y = (x^3 - 5x + 2)^4 \cdot \ln x$ **Sol: y´=** $4(x^3 - 5x + 2)^3 \cdot (3x^2 - 5) \cdot (lnx) + (x^3 - 5x + 2)^4 \cdot \frac{1}{x}$

8. $y = (4x^3 - \sqrt{x})^3 \ln x^4$ **Sol:** $y' = 3(4x^3 - \sqrt{x})^2 \cdot \left(12x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \cdot (lnx^4) + (4x^3 - \sqrt{x})^3 \cdot \frac{4x^3}{x^4}$

9. $y = \ln^3(x - 3)$ **Sol: y´=** $3(ln(x - 3))^2 \cdot \frac{1}{x-3}$

10. $y = \frac{3x^2 - 2x}{x+1}$ **Sol: y´=** $\frac{(6x-2)(x+1)-1(3x^2-2x)}{(x+1)^2}$