

**Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I**  
**Ejercicios para el 2º parcial**  
 Límites. Asíntotas. Continuidad. Derivadas. Probabilidad

1. Calcula el valor de los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - x})$       b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x^2 - 1}{1 + x} - \frac{4x^2 + 1}{x} \right)$       c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2}{\sqrt{4x^2 - x} + x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x - 3}{1 + 3x} \right)^{\frac{x^2}{1 - x}}$       e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - x}{2 + 3x^2}$       f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - x - 2}{3x^2 - 2x - 1}$

Sol.: a)  $\frac{1}{2}$       b) -4    c) 1    d) 0    e)  $-\infty$     f) 2

2. Calcula el valor de los siguientes límites:

1.1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-4}$	Solución: 0
1.2 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{2}{x^2 + 1} + \frac{3}{x + 2} \right]$	Solución: 0
1.3 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 2}}$	Solución: $+\infty$
1.4 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$	Solución: 0
1.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x + 6}{x^2 + 3x + 2}$	Solución: $+\infty$
1.6 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$	Solución: $+\infty$
1.7 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{18x^2 + 1} - \frac{1}{\sqrt{32x^2 - 3}} \right)$	Solución: $\frac{3}{4}$
1.8 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{2}{3} \right]^x$	Solución: 0
1.9 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 - 5}{-x^2 - 4} \right)$	Solución: $-\infty$
1.10 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2}{\sqrt{x - 3}}$	Solución: $+\infty$

3. Calcula el valor de los siguientes límites:

$$3.1 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 2}$$

$$\text{Solución: } \frac{5}{3}$$

$$3.2 \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$$

$$\text{Solución: } 0$$

$$3.3 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$$

$$\text{Solución: } \frac{2}{3}$$

$$3.4 \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^3 + 3x^2 + 2x}$$

$$\text{Solución: } \frac{-5}{2}$$

$$3.5 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{\frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 - 8x^2 + 7x - 2}}$$

$$\text{Solución: } \sqrt[3]{3}$$

$$3.6 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$$

$$\text{Solución: } 0$$

$$3.7 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{1 - x}}$$

$$\text{Solución: } 2$$

4. Determina las asíntotas de las siguientes funciones y representa la posición de la curva respecto a ellas :

$$a) f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 4}$$

$$b) f(x) = \frac{x^2 + x}{2 - x}$$

$$\text{Sol.: } a) y=1, x=2, x=-2 \quad b) x=2, y=-x-3$$

5. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{x-1}{x^2-x} \quad b) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < -1 \\ 2x^2 + x & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Sol.: } a) f \text{ continua en } \mathbb{R} - \{0,1\} \quad b) f \text{ continua en } \mathbb{R} - \{-2,1\}$$

6. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \sqrt[3]{4x^2 - 2x} \quad b) f(x) = \frac{\cos 2x}{\ln(3x)} \quad c) f(x) = (2x^2 - x)e^{3x}$$

$$d) f(x) = 4^{\sqrt{x}} \quad e) f(x) = \left(\frac{3x-1}{x^2}\right)^4$$

7. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$y = 3^{x^3+2} \cdot (3x^4 - 5x^2)$$

$$\text{Sol: } y' = 3^{x^3+2} \cdot (3x^2) \cdot (\ln 3) \cdot (3x^4 - 5x^2) + 3^{x^3+2} \cdot (12x^3 - 10x)$$

$$y = \log_3(x^2 - 3) \cdot (\sqrt[3]{2x})$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{2x}{(x^2-3) \cdot \ln 3} \cdot (\sqrt[3]{2x}) + \log_3(x^2 - 3) \cdot \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x)^2}}$$

$$y = \log_3(x^3 - 2x) \cdot 3^{2x-1}$$

$$\text{Sol: } y' = \left( \frac{3x^2-2}{(x^3-2x) \cdot \ln 3} \right) \cdot 3^{2x-1} + \log_3(x^3 - 2x) \cdot (3^{2x-1} \cdot 2 \cdot \ln 3)$$

8. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

$$y = \frac{5^{3x}}{(3x^2+4)}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{(5^{3x} \cdot 3 \cdot \ln 5) \cdot (3x^2+4) - (6x) \cdot 5^{3x}}{(3x^2+4)^2}$$

$$y = \frac{\ln(x^3-7x)}{(x^5-2)}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{\frac{3x^2-7}{(x^3-7x)} \cdot (x^5-2) - (5x^4) \cdot \ln(x^3-7x)}{(x^5-2)^2}$$

$$y = \frac{3^{2x-1}}{\log_3(x^3-2x)}$$

$$\text{Sol: } y' = \frac{(3^{2x-1} \cdot 2 \cdot \ln 3) \cdot (\log_3(x^3-2x)) - \left( \frac{3x^2-2}{(x^3-2x) \cdot \ln 3} \right) \cdot 3^{2x-1}}{(\log_3(x^3-2x))^2}$$

9. Calcula la derivada de las siguientes funciones:

1.  $y = (4x^3 - 5)^4 + 3x$

**Sol:  $y' = 4(4x^3 - 5)^3 \cdot (12x^2) + 3$**

2.  $y = \sqrt[3]{x}(3x^2 + 6x)$

**Sol:  $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \cdot (3x^2 + 6x) + \sqrt[3]{x} \cdot (6x + 6)$**

3.  $y = \sqrt{\frac{3x^2+2}{x}}$

**Sol:  $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x^2+2}{x}}} \cdot \frac{6x \cdot x - 1 \cdot (3x^2+2)}{x^2}$**

4.  $y = \ln(x^3 - 2x)^3$

**Sol:  $y' = \frac{1}{(x^3-2x)^3 \cdot \ln e} \cdot 3(x^3 - 2x)^2 \cdot (3x^2 - 2)$**

5.  $y = \ln^2(x^3 - 2x)^4$

**Sol:  $y' = 2(\ln(x^3 - 2x))^4 \cdot \frac{4(x^3-2x)^3 \cdot (3x^2-2)}{(x^3-2x)^4 \cdot \ln e}$**

6.  $y = (6x^3 + \sqrt{x^3}) \ln x$

**Sol:  $y' = \left( 18x^2 + \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3}} \right) \cdot (\ln x) + (6x^3 + \sqrt{x^3}) \cdot \frac{1}{x}$**

7.  $y = (x^3 - 5x + 2)^4 \cdot \ln x$

**Sol:  $y' = 4(x^3 - 5x + 2)^3 \cdot (3x^2 - 5) \cdot (\ln x) + (x^3 - 5x + 2)^4 \cdot \frac{1}{x}$**

8.  $y = (4x^3 - \sqrt{x})^3 \ln x^4$

**Sol:  $y' = 3(4x^3 - \sqrt{x})^2 \cdot \left( 12x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \cdot (\ln x^4) + (4x^3 - \sqrt{x})^3 \cdot \frac{4x^3}{x^4}$**

9.  $y = \ln^3(x-3)$

**Sol:  $y' = 3(\ln(x-3))^2 \cdot \frac{1}{x-3}$**

10.  $y = \frac{3x^2 - 2x}{x+1}$

**Sol:  $y' = \frac{(6x-2)(x+1) - 1(3x^2-2x)}{(x+1)^2}$**

10. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función  $f(x) = x^4 - 18x^2 + 1$

11. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función

$$f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$$

Sol:

Crecimiento :  $(-\infty, \infty)$

Decrecimiento: No hay

No hay ni mínimo ni máximo

12. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función

$$f(x) = \frac{x^2}{2-x}$$

Sol:

Crecimiento :  $(0,2) \cup (2,4)$

Decrecimiento:  $(-\infty,0) \cup (4,\infty)$

Tenemos un mínimo en  $(0,0)$

13. En un centro educativo el 40 % de los alumnos practica voleibol, el 30 % bádminton y el 20 % ambos deportes. a) Si un alumno, elegido al azar, juega al voleibol, ¿cuál es la probabilidad de que no juegue al bádminton? b) ¿Son independientes los sucesos “jugar al voleibol” y “jugar al bádminton”?

Sol: 0.5 ; no

14. En una frutería el 60 % de los clientes compran naranjas, el 40 % compran manzanas y el 30 % no compran ni naranjas ni manzanas. Calcula el porcentaje de clientes que compran: a) Naranjas o manzanas o ambas. b) Manzanas y naranjas. c) Naranjas pero no manzanas. (70% ; 30% ; 30%)