

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

Ejercicios para el 1º parcial

Clasificación de números. Intervalos. Potencias. Raíces. Logaritmos. Aritmética mercantil. Polinomios. Ecuaciones, inecuaciones y sistemas.

1. Clasifica los siguientes números indicando de cada uno si es natural, entero, racional, irracional o real justificando la

respuesta: a) $8^{-\frac{1}{3}}$ b) $(-2)^{-5}$ c) $(\sqrt{2})^4$ d) $(-\frac{1}{2})^{-3}$ e) $\frac{1+\pi}{2}$
 f) $16^{\frac{1}{3}}$ g) $(-\frac{1}{3})^{-5}$ h) $(\frac{1}{\sqrt{2}})^{-4}$ i) $(-4)^{\frac{1}{2}}$ j) $\ln \sqrt{e}$

2. Dados los siguientes intervalos: $A = [-2, \frac{5}{2}]$, $B = (-\infty, -1)$, $C = \{x / \frac{-3}{2} \leq x < 5\}$

a) Define y representa los intervalos A y B b) Escribe y representa el intervalo C
 c) Calcula: $A \cup B$, $A \cap C$ Sol.: $A \cup B = (-\infty, \frac{5}{2}]$, $A \cap C = [-2, 5)$ d) Calcula: $A \cap B$, $A \cap C$ Sol.: $A \cap B = [-2, -1)$, $A \cap C = [-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$

3. a) Pon en forma de intervalo y representa: $A = \{x / -\frac{3}{2} \leq x < 1\}$

b) Escribe en forma de desigualdad $B = [-1, \infty)$

c) Calcula $A \cup B$ y $A \cap B$ Sol.: $A \cup B = [-\frac{3}{2}, \infty)$, $A \cap B = [-1, 1)$

4. Simplifica: a) $\frac{a^{-3} \cdot (a \cdot b^2)^{-3} \cdot \sqrt[4]{a}}{a^2 \cdot b^{-1} \cdot \sqrt{b}}$ b) $4 \cdot \sqrt{\frac{27}{4}} + 3\sqrt{12} - \sqrt{75}$ c) $(\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}) : \sqrt[4]{x^3}$

d) $3\sqrt{18a} + 6 \cdot \sqrt{\frac{8a}{9}} - 2\sqrt{50a}$ e) $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3} \cdot \sqrt[4]{x^3}$

Sol.: a) $a^{-\frac{31}{4}} \cdot b^{\frac{11}{2}}$ b) $7\sqrt{3}$ c) $x^{12}\sqrt{x^5}$ d) $3\sqrt{2a}$ e) $x^{2\frac{12}{13}}\sqrt{x^{11}}$

5. Racionaliza y simplifica: a) $\frac{3\sqrt{2a}}{6\sqrt{2a^3}}$ b) $\frac{\sqrt{2-3\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}-4\sqrt{3}}$ c) $\frac{4+\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$ d) $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}+3\sqrt{6}}$

Sol.: a) $3\sqrt[3]{2}$ b) $\frac{16+\sqrt{6}}{20}$ c) $2\sqrt[5]{2^4} + \sqrt[10]{2^3}$ d) $\frac{-13+8\sqrt{3}}{23}$

6. Simplifica, utilizando las propiedades de las potencias. Da el resultado en forma de potencia y en forma de radical:

$$\frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{-3} \cdot \sqrt[5]{a^2}}{a \cdot \sqrt[3]{b^4} \cdot a^{-5}}$$

Sol.: $a^{\frac{76}{15}} \cdot b^{-\frac{13}{3}}$

7. a) Halla de forma razonada el resultado de la siguiente expresión, para ello calcula cada logaritmo utilizando su definición y usando las propiedades: $\log_a \frac{1}{\sqrt[3]{a}} - 2 \ln e + \log_2 0,125 - \log_2 \frac{1}{32} + \log_2 \frac{\sqrt{2}}{4}$

b) Calcula $\log_9 \frac{1}{\sqrt[3]{9}} - \ln 1 + \log_5 0,04 - \log_2 \frac{1}{16} + \log \frac{\sqrt{10}}{10}$

c) Calcula $2 \log_2 3 - 2 \log_2 6$

d) Calcula: $2 \log_2 3x - 2 \log_2 6x$

e) Si $\log a = 2$, calcula desarrollando primero la expresión: $\log \frac{\sqrt{a}}{10a^3}$

f) Si $\log_2 x = 1,4$ calcula $\log_2 \frac{4x^2}{\sqrt{x}}$

g) Calcula x utilizando la definición de logaritmo y las propiedades de las potencias en las siguientes expresiones:

$$\log_x \left(\frac{2}{32} \right) = 4$$

$$\log_x \sqrt{5} = 3$$

$$\log_x 2 = \frac{1}{2}$$

Sol.: a) $\frac{-11}{6}$ b) $\frac{7}{6}$ c)-2 d)-2 e)-6 f) 4,1 g) $\frac{1}{2}$, $\sqrt[6]{5}$, 4

8. El número de enfermos Covid en Ferrol el año pasado en el mes de febrero era de 1200 personas, al mes siguiente este número se incrementa un 10%. En abril, de nuevo sube el número de enfermos otro 5% y en mayo desciende un 15%.

a) Calcula el número de enfermos en el mes de mayo.

b) Determina el índice de variación y según este dato razona si se produce un descenso o un incremento de enfermos en mayo respecto a febrero.

Sol.: a) 1178 b) $I_v = 0,98175$ descenso de 1,8%

9. El precio de un ordenador, después de cargarle el IVA (21%) es de 713,90 €. ¿Cuál es el precio antes de incrementarle el IVA? Sol.: 590€

10. a) Reduce $(x^2 - 1)^2 - (x^2 - x)(x^2 - 16) - (2x^2 + 1)^2 + 2$

Haz las siguientes divisiones, por el método que consideres apropiado. Escribe su cociente y resto:

b) $(x^5 + 2x^2 - 3x + 1) : (x^3 - 2x + 1)$ c) $(x^6 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1) : (x + 3)$

Sol.: a) $-4x^4 + x^3 + 10x^2 - 16x + 2$ b) $C(x) = x^2 + 2, R(x) = x^2 + x - 1$ c) $C(x) = x^5 - 3x^4 + 9x^3 - 30x^2 + 94x - 285, R(x) = 856$

11. Resuelve:

a) $(x^2 - 2)^2 - (x - 1)^2 = 2x - 1$

b) $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{2-5x}{x^2+3x}$

c) $3x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 2x = 0$

d) $\sqrt{x+1} + 4 = 2x$

e) $\sqrt[3]{27x-1} = 9^{2x+5}$

f) $2^{2x+2} + 7 \cdot 2^x - 2 = 0$

g) $\log_x \frac{125}{8} = -3$

h) $\log(3x+1) - 2 = \log(2x-3) - 2 \log 5$

i) $\frac{2-x}{2} - \frac{2x-1}{3} < 1 - \frac{x-2}{6}$

j) $-x^2 + 2x + 15 \leq 0$

k) $\begin{cases} y^2 + x^2 = 5 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 2x + 2y \leq 4 \\ 2x - y \geq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$

m) $(2x^2 + 1)^2 - 5 - (x^2 + 2)(x^2 - 2) = 0$

n) $\frac{x}{x-3} = 2 - \frac{x^2-4x}{x^2-9}$

ñ) $2x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 3x = 0$

o) $\sqrt{x+4} - 2 = 2x$

p) $8^{x+2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

q) $2^{2x+2} - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$

r) $2 \log(x-3) - \log(2x-9) = \log(x-1)$

s) $1 - \frac{2x-1}{9} - \frac{x-1}{2} < \frac{3x+1}{3}$

t) $4 - x^2 \geq 0$

u) $\begin{cases} y^2 - x^2 = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

v) $\begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$

Sol.: a) 1, -1, 2, -2 b) 2 c) 0, -1, 2, 1/3 d) 3 e) -11/3 f) -2 g) 2/5 h) 13/5 i) $x > 0$

j) $(-\infty, -3] \cup [5, \infty)$ k) $x=-2, y=1; x=-1, y=2$ m) 0 n) 18 ñ) -3, -1/2, 0, 1 o) 0, -7/4 p) -13/6

q) -2, 0 r) 0, 5 s) $(23/31, \infty)$ t) $[-2, 2]$ u) $x=3, y=-3; x=1, y=1$

12. Un grupo de amigos reserva un apartamento por el que pagan en total 160€. En el último momento cuatro de ellos no pueden ir, por lo que el resto debe pagar ahora 20€ más de los que pagaba en un principio. ¿Cuántos amigos son

Sol.: 8

13. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x+2}{4x^2-100}$

b) $f(x) = \sqrt{16-4x^2}$

c) $f(x) = \log_2(5-3x)$

Sol.: a) $\mathbb{R} - \{-5, 5\}$ b) $[-2, 2]$ c) $(-\infty, 5/3)$

14.. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - x$ y $g(x) = \frac{1}{2x-1}$ calcula:

a) $g \circ f$ b) $f \circ f$ c) $(f \circ g)(-1)$

Sol.: a) $(g \circ f)(x) = \frac{1}{2x^2-2x-1}$ b) $(f \circ f)(x) = x^4 - 2x^3 + x$ c) $(f \circ g)(-1) = \frac{4}{9}$

15. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

b) $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$

c) $f(x) = \frac{x+1}{x+5}$

d) $f(x) = \frac{x+3}{x-4}$

e) $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$

f) $f(x) = \frac{x}{x^2+2x+1}$

g) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x}$

h) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$

i) $f(x) = \frac{x-2}{x^2-1}$

j) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^4-2x^2+1}$

k) $f(x) = \frac{x^2+2x+3}{x^3+3x^2+3x+1}$

l) $f(x) = \frac{1}{(x^2-1)(x^2-4)}$

Sol: a) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{1\}$; b) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-3\}$; c) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-5\}$;

d) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{4\}$; e) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$ f) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1\}$;

g) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0, 1\}$; h) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$; i) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$;

j) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$; k) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1\}$; l) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{\pm 1, \pm 2\}$.