

# 12

## Energía mecánica y trabajo

### 1 Energía

- 1.1. Formas de energía
- 1.2. Fuentes de energía

### 2 Trabajo

- 2.1. Cálculo del trabajo
- 2.2. Interpretación gráfica del trabajo

### 3 Energía mecánica

- 3.1. Energía cinética
- 3.2. Energía potencial

### 4 El trabajo como forma de transferencia de energía mecánica

- 4.1. Trabajo y energía cinética
- 4.2. Trabajo y energía potencial
- 4.3. Trabajo y energía mecánica

### 5 Conservación y disipación de la energía mecánica

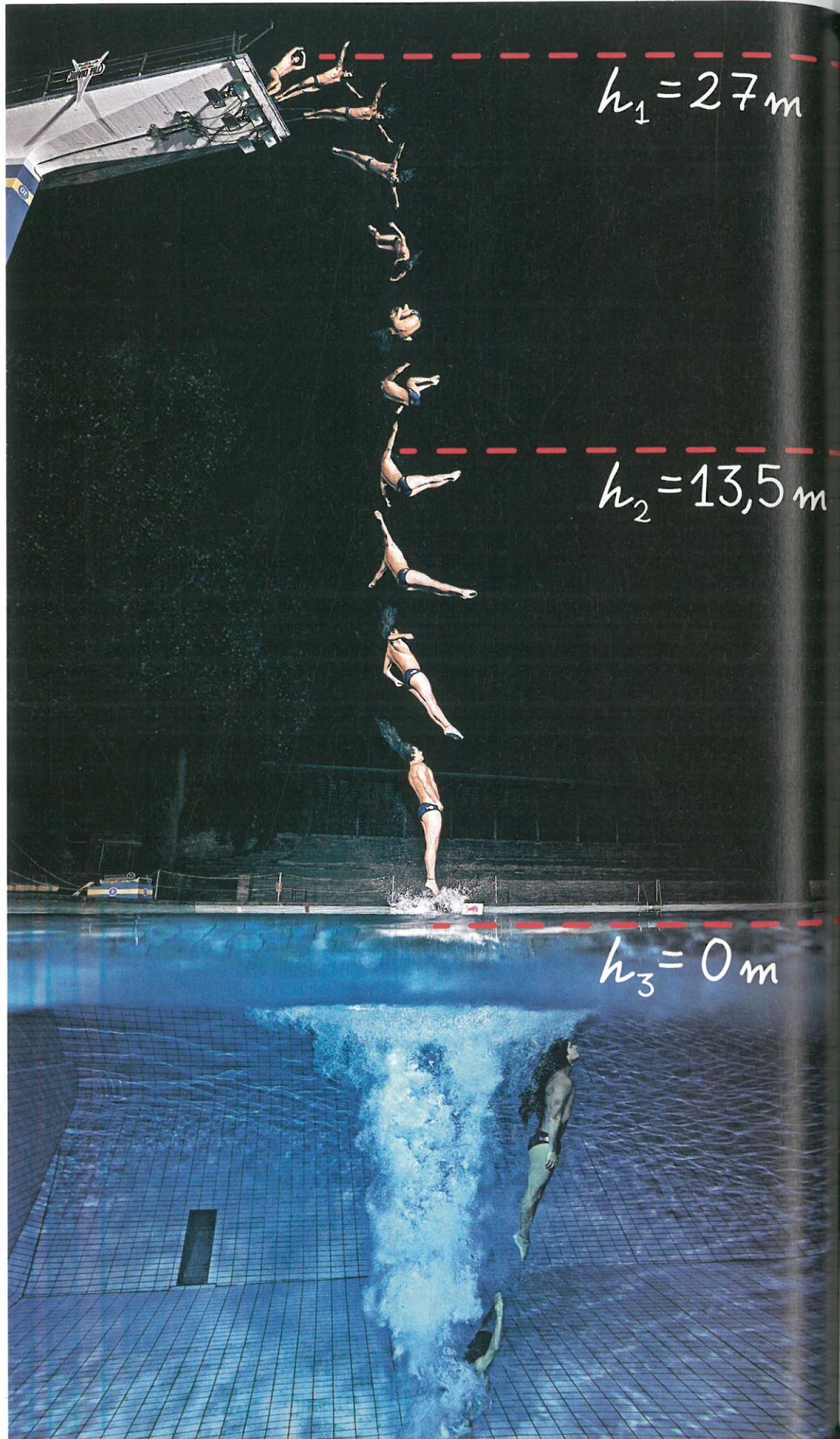
- 5.1. Principio de conservación de la energía mecánica
- 5.2. ¿Se conserva o no se conserva la energía mecánica?
- 5.3. Rendimiento

### 6 Sistemas conservativos. Concepto de potencial

- 6.1. Potencial

### 7 Potencia mecánica

La disciplina de salto de gran altura en modo de competición llamada *High Diving* se estrenó en los Campeonatos Mundiales de Natación de Barcelona 2013. Esta disciplina ya se celebraba antes, en las World Series, patrocinada por una compañía de bebidas energéticas que organiza eventos deportivos de riesgo. Cuando el atleta está en la plataforma, a 27 metros de altura, toda la energía que posee es energía potencial o de posición. Gracias a esta energía almacenada se puede iniciar un descenso en caída libre espectacular hasta el agua.



## Recuerda y reflexiona

### Energía cinética y potencial

1. Fíjate en la persona que se está tirando desde la plataforma.
  - a) ¿En cuál de las situaciones indicadas tiene mayor energía potencial? ¿En cuál tiene mayor energía cinética?

La persona en el momento de lanzarse es cuando más energía potencial tiene por encontrarse a mayor altura ( $E_p = mgh$ ). Al llegar a la superficie del agua es cuando más energía cinética tiene porque ha alcanzado mayor velocidad ( $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ ).

- b) ¿Por qué existen estas diferencias de energías?

Porque la mayor parte de la energía potencial se transforma en energía cinética a medida que pierde altura y gana velocidad.

- c) Recuerda el concepto de energía mecánica.

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial de un cuerpo.

### Conservación de la energía mecánica

2. En el proceso de caída libre, ¿se conserva la energía mecánica? ¿Por qué?

Si despreciamos la fuerza de rozamiento por la fricción con el aire sí se conserva la energía mecánica. Sin embargo, en realidad debido a esa fricción no toda la energía potencial se transforma en cinética sino una pequeña parte se disipa en forma de calor.

3. En ausencia de rozamiento, ¿se podría calcular a qué velocidad llega la persona a la superficie del agua en la piscina?

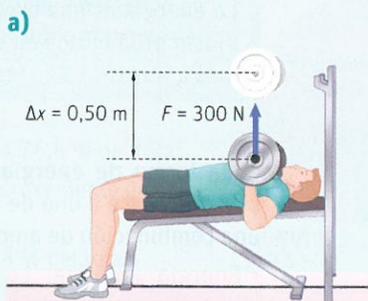
Por el principio de la conservación de la energía mecánica, para las posiciones 1 y 3, tendremos:

$$E_{M_1} = E_{M_3} \Rightarrow E_{p_1} + E_{c_1} = E_{p_3} + E_{c_3} \Rightarrow E_{p_1} + 0 = 0 + E_{c_3}$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 \Rightarrow v_3 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot (9,8 \text{ ms}^{-2}) \cdot (27 \text{ m})} = 23 \text{ ms}^{-1} = 83 \text{ kmh}^{-1}$$

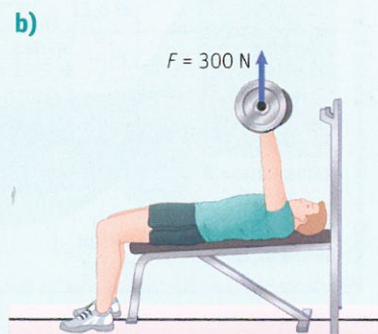
### Concepto de trabajo

4. Las siguientes imágenes muestran a una persona levantando unas pesas una distancia  $s$  y a la misma persona sujetando las pesas. ¿En cuál de las dos situaciones se realiza más trabajo? Calcula el trabajo con los datos indicados.



El atleta levanta las pesas una cierta altura (0,50 m) aplicando una fuerza  $F$  (300 N), por lo que realiza un trabajo:

$$W = F\Delta x \cos 0^\circ = (300 \text{ N})(0,50 \text{ m}) = 150 \text{ J}$$



El atleta mantiene las pesas levantadas pero no las desplaza, por lo que el trabajo es cero a pesar de que ejerce una fuerza:

$$W = F\Delta x \cos 0^\circ = (300 \text{ N})(0 \text{ m}) = 0 \text{ J}$$

$$E_{p_1} = 19000 \text{ J}$$

$$E_{c_1} = 0 \text{ J}$$

$$E_{M_1} = 19000 \text{ J}$$

$$E_{p_2} = 9500 \text{ J}$$

$$E_{c_2} = 9500 \text{ J}$$

$$E_{M_2} = 19000 \text{ J}$$

$$E_{p_3} = 0 \text{ J}$$

$$E_{c_3} = 19000 \text{ J}$$

$$E_{M_3} = 19000 \text{ J}$$

# 1 Energía

Cualquier proceso físico, químico o biológico presente en la naturaleza necesita **energía**.

OBSERVA



La saltadora se eleva porque la **energía elástica** de la pértiga se transforma en **energía potencial** mediante un proceso físico.



El agua de la olla se calienta porque la **energía química** del gas se transforma en **energía térmica** que es la que calienta el agua.



El ciclista sube porque transforma la **energía química** de los alimentos en **energía cinética** y **potencial** mediante un proceso biológico.

El salto de un atleta con la pértiga, el calentamiento del agua en una olla o la ascensión del ciclista por una pendiente necesitan un intercambio energético. Cualquier tipo de actividad necesita una **transferencia de energía de un sistema a otro**.

## 1.1. Formas de energía

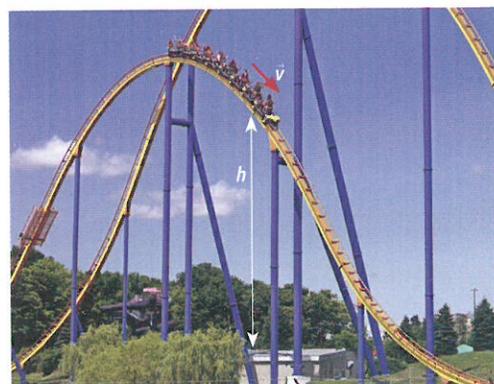
La energía que se transfiere de un sistema a otro recibe diversos nombres relacionados, a veces, con propiedades de los sistemas físicos:

Forma de energía	Descripción
<b>Energía térmica</b>	Es la energía que se transfiere de un cuerpo a otro de <b>diferente temperatura</b> , como la que adquiere el agua al calentarse en la olla.
<b>Energía química</b>	Es la energía que se produce en las <b>reacciones químicas</b> , como la que contiene la gasolina usada como combustible o la que poseen los alimentos.
<b>Energía eléctrica</b>	Es la energía que tiene la <b>corriente eléctrica</b> , como la proporcionada por la batería de un automóvil.
<b>Energía radiante</b>	Es la energía que poseen las <b>radiaciones electromagnéticas</b> . Por ejemplo, la que llega a la Tierra procedente del Sol.
<b>Energía nuclear</b>	Es la energía liberada en la <b>fisión y fusión de los núcleos atómicos</b> , como la que se produce en las centrales nucleares y en el Sol.

La **energía** es una propiedad de los sistemas físicos que les permite experimentar cambios o producirlos en su entorno. Se presenta en diversas formas y cambia de unas formas a otras.

Cada **forma de energía** en última instancia pertenece a uno de estos dos tipos o a una combinación de ambos:

- **Energía cinética.** La tienen todos los cuerpos que están en movimiento, como la que tiene el vagón de una montaña rusa que se mueve con una cierta velocidad,  $v$ .
- **Energía potencial.** La tienen los cuerpos por la posición que ocupan. Por ejemplo la del vagón de la montaña rusa que está a una altura  $h$  por encima del suelo.



## 1.2. Fuentes de energía

Los seres humanos siempre han necesitado energía para poder desarrollar sus actividades y mejorar sus condiciones de vida. Para ello, han utilizado los recursos naturales o las fuentes de energía para obtener energía o transformarla en otro tipo y así aprovecharla.

OBSERVA



Un coche se mueve al quemar gasolina, uno de los derivados del petróleo, cuyas reservas mundiales van disminuyendo rápidamente, ya que es una **fuentes no renovable**.



Un aerogenerador produce energía eléctrica a partir de la energía eólica o energía cinética del viento, que es inagotable, por lo que es una **fuentes renovable**.

Las fuentes de energía se pueden clasificar en renovables y no renovables:

	Fuentes no renovables	Fuentes renovables
Definición	Las fuentes de energía no renovables son aquellas que hay en cantidades limitadas y no se pueden renovar porque se consumen a un ritmo mayor al que se renuevan. Los combustibles fósiles (carbón, petróleo y gas natural) y el uranio son ejemplos de este tipo.	Las fuentes de energía renovable son aquellas que se consumen a un ritmo menor del que se renueva en la naturaleza. El Sol, el viento, el agua embalsada, el mar y la biomasa son ejemplos de este tipo de fuentes.
Ventajas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La energía obtenida es relativamente barata y fácil de conseguir.</li> <li>• La tecnología necesaria para obtener energía está muy desarrollada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las reservas son prácticamente inagotables.</li> <li>• Su impacto ambiental es mucho menor que el de las no renovables, y además la energía se produce cerca de donde se consume.</li> </ul>
Inconvenientes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las reservas de combustibles fósiles se agotan.</li> <li>• La quema de los combustibles fósiles genera gases contaminantes y, sobre todo, CO<sub>2</sub>, el principal gas que produce el efecto invernadero.</li> <li>• Los reactores nucleares producen residuos radiactivos muy contaminantes y difíciles de almacenar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Suponen un porcentaje pequeño del consumo total de energía, ya que la tecnología necesaria está poco desarrollada en algunas de ellas.</li> <li>• La unidad de energía obtenida es, en general, más cara que la que se obtiene mediante fuentes no renovables.</li> </ul>

### EJERCICIOS RESUELTOS

1 La gráfica contiene la distribución de fuentes de energía del consumo energético en España en el año 2011 (Fuente: IDAE). Indica qué porcentaje de consumo provenía de:

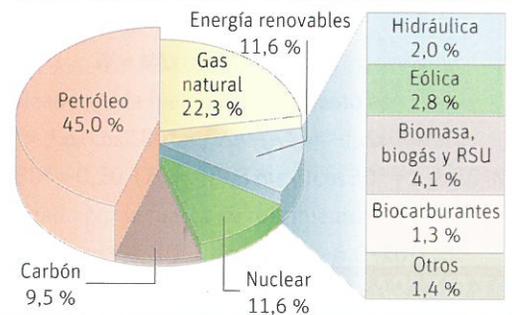
a) Combustibles fósiles                      b) Fuentes no renovables

a) La energía proveniente de combustibles fósiles es:

$$9,5 \% (\text{carbón}) + 45,0 \% (\text{petróleo}) + 22,3 \% (\text{gas natural}) = 76,8 \% \text{ del total}$$

b) La energía proveniente de fuentes no renovables es igual a la proveniente de combustibles fósiles más la del uranio:

$$76,8 \% (\text{combustibles fósiles}) + 11,6 \% (\text{uranio}) = 88,4 \% \text{ del total}$$



### ACTIVIDADES

1. Indica qué porcentaje del consumo energético en España en 2011 provenía de la energía renovable.

Solución: 11,6 %

2. Enumera tres fuentes de energía que no generen gases de efecto invernadero.

## 2 Trabajo

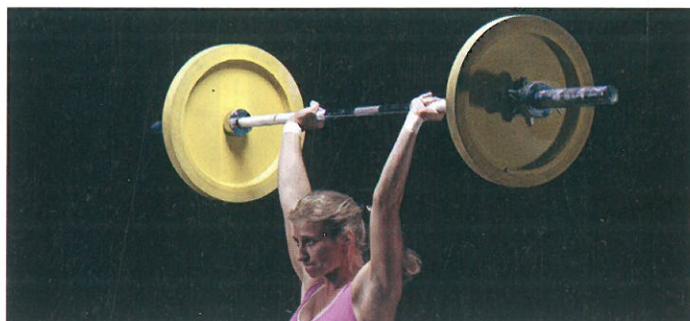
En el lenguaje cotidiano, el concepto de **trabajo** está asociado a la actividad y el esfuerzo. Sin embargo, el concepto científico de trabajo es más preciso: está asociado a la actuación de una fuerza a lo largo de un recorrido.

OBSERVA

Observa las siguientes situaciones en las que una deportista de halterofilia levanta unas pesas hasta la posición más alta para quedarse sosteniendo las pesas un cierto tiempo. ¿En cuál de las dos situaciones realiza un trabajo sobre las pesas?

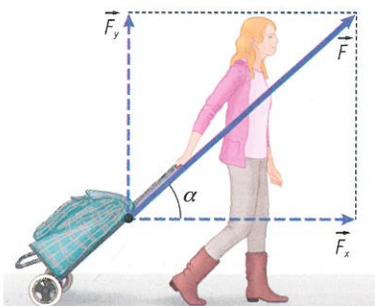


La atleta ejerce una fuerza sobre la barra de las pesas para elevarlas desde el suelo hasta la máxima altura. Realiza un trabajo sobre ellas.



Mientras la atleta sostiene en alto las pesas, está haciendo un esfuerzo pero no realiza ningún trabajo sobre ellas ni les transfiere energía.

### Ten en cuenta



Solo realiza trabajo la componente de la fuerza que actúa en la dirección del desplazamiento,  $F_x = F \cos \alpha$ .

### 2.1. Cálculo del trabajo

Se considera que se realiza un trabajo sobre un cuerpo cuando una fuerza aplicada sobre el objeto desplaza su punto de aplicación entre dos posiciones.

El **trabajo**,  $W$ , realizado sobre un cuerpo por una fuerza  $\vec{F}$  constante que actúa sobre él y lo mueve un **desplazamiento**  $\Delta\vec{r}$ , es igual al producto escalar:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \Delta r \cos \alpha$$

El trabajo es una magnitud escalar. Su unidad es el **julio (J)**. El trabajo y la energía se expresan en las mismas unidades.

### EJERCICIOS RESUELTOS

**2** Una persona tira de una caja de 40 kg mediante una cuerda que forma un ángulo de  $30^\circ$  con el suelo, ejerciendo una fuerza constante de  $1,5 \cdot 10^2$  N a lo largo de una distancia de 8,0 m. Calcula el trabajo realizado:

- a) Por la fuerza de  $1,5 \cdot 10^2$  N.                      b) Por la fuerza peso de la caja.  
 a) De la fuerza de  $1,5 \cdot 10^2$  N solo realiza trabajo la componente que actúa en la dirección del desplazamiento:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \Delta r \cos \alpha = (1,5 \cdot 10^2 \text{ N})(8,0 \text{ m}) \cdot \cos 30^\circ = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- b) El trabajo realizado por la fuerza peso es:  $W = P \Delta r \cos \alpha = (3,9 \cdot 10^2)(8,0) \cdot \cos 270^\circ = 0 \text{ J}$   
 La fuerza peso y el desplazamiento son perpendiculares, ya que el ángulo  $\alpha$  es de  $270^\circ$  y, por tanto,  $\cos 270^\circ = 0$ .

### ACTIVIDADES

**3.** Un albañil necesita subir una carga de ladrillos de  $3,0 \cdot 10^2$  kg mediante una polea eléctrica a velocidad constante desde el suelo hasta una altura de 12 m. Calcula:

- a) La fuerza ejercida por la cuerda de la polea sobre la carga.  
 b) El trabajo realizado por la polea.

**Solución:** a)  $2,9 \cdot 10^3$  N; b)  $3,5 \cdot 10^4$  J

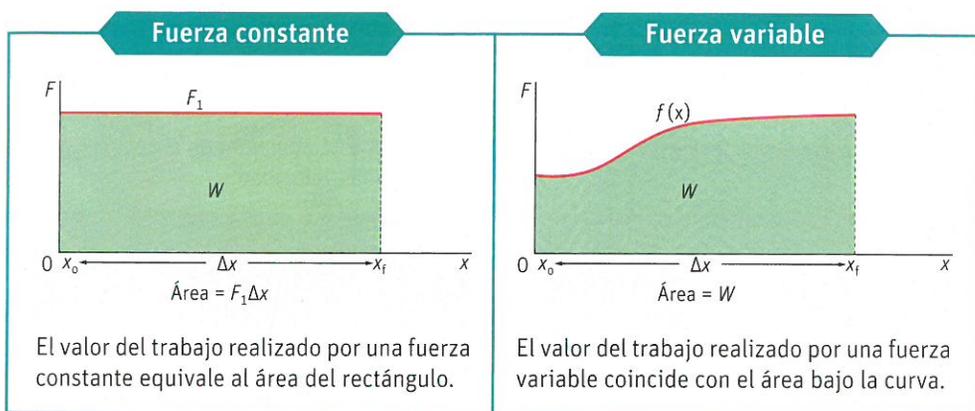
**4.** Óscar Figueroa consiguió la medalla de plata en los Juegos Olímpicos de 2012 por levantar una barra de  $1,77 \cdot 10^2$  kg desde el suelo hasta una altura aproximada de 20,0 m. Calcula:

- a) La fuerza ejercida por el deportista sobre la barra.  
 b) El trabajo realizado.

**Solución:** a)  $1,77 \cdot 10^3$  N; b)  $3,54 \cdot 10^3$  J

## 2.2. Interpretación gráfica del trabajo

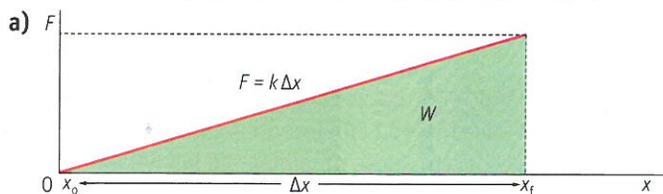
Si se representa una fuerza constante  $F$ , que actúa en la dirección del eje  $X$ , en el eje de ordenadas, frente al desplazamiento  $\Delta x = x_f - x_0$ , en el eje de abscisas, se observa que el área comprendida bajo la gráfica es el producto  $F\Delta x$ , es decir, un valor igual al del trabajo realizado por la fuerza. Este resultado es válido aunque la fuerza no sea constante.



### EJERCICIOS RESUELTOS

**3** Una fuerza elástica, como la ejercida por un muelle, se expresa por  $F = k \Delta x$ , siendo  $k$  una constante y  $\Delta x$ , el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza.

- Representa gráficamente la fuerza elástica en función de  $\Delta x$ .
- Calcula el valor del trabajo realizado por la fuerza elástica a lo largo del desplazamiento  $\Delta x$ .
- Un muelle ( $k = 6,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1}$ ) se comprime 3,0 cm y 6,0 cm. Halla el trabajo que se debe realizar para ambos casos.



b) En la representación gráfica se ha obtenido un triángulo cuya base es  $\Delta x$  y cuya altura es  $F = k \Delta x$ . El valor del trabajo es igual al área de este triángulo:

$$W = \frac{1}{2} \Delta x \cdot k \Delta x = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

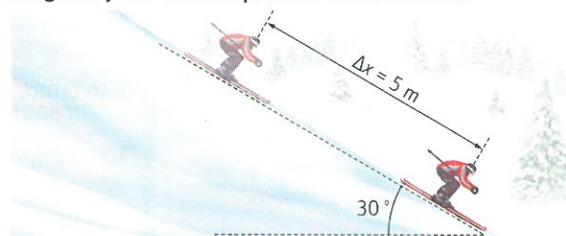
c) Cuando  $\Delta x = 0,03 \text{ m}$ , el trabajo realizado es:

$$W = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = 0,50 \cdot (6,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1}) (0,03 \text{ m})^2 = 0,27 \text{ J}$$

Cuando  $\Delta x = 0,06 \text{ m}$ , el trabajo realizado es:

$$W = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = 0,50 \cdot (6,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1}) (0,06 \text{ m})^2 = 1,1 \text{ J}$$

**4** Un esquiador de 70 kg desciende por un plano inclinado de 5,0 m de longitud y  $30^\circ$  con respecto a la horizontal.



- Calcula el trabajo de la fuerza peso y de la normal.
  - Calcula el trabajo de la fuerza de rozamiento si el coeficiente de rozamiento es de 0,20.
- a) El trabajo realizado por la fuerza peso es la que realiza la componente  $P_x$  que va en la dirección del desplazamiento:

$$W = P_x \Delta x \cos 0^\circ = P_x \Delta x$$

$$\text{Como } P_x = mg \sin \alpha = (70 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) \cdot \sin 30^\circ = 3,4 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$W = P_x \Delta x = (3,4 \cdot 10^2 \text{ N})(5,0 \text{ m}) = 1,7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

El trabajo realizado por la normal es:

$$W = N \Delta x \cos 90^\circ = 0$$

b) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W = f_r \Delta x \cos 180^\circ = f_r \Delta x \cdot (-1) = -f_r \Delta x$$

$$f_r = \mu(mg) \cos 30^\circ = 0,20 \cdot (70 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) \cos 30^\circ = 1,2 \cdot 10^2 \text{ N}$$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W = -f_r \Delta x = -(1,2 \cdot 10^2 \text{ N})(5,0 \text{ m}) = -6,0 \cdot 10^2 \text{ J}$$

### ACTIVIDADES

**5.** Un muelle tiene una longitud de 20 cm y una constante elástica de  $7,5 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1}$ . Calcula qué trabajo hay que realizar sobre él para estirarlo hasta una longitud de 22 cm.

**Solución:** 0,15 J

**6.** Una persona tira de una caja de 40 kg con una cuerda horizontal ejerciendo una fuerza constante de  $1,2 \cdot 10^2 \text{ N}$  en una distancia de 8,0 m. Calcula de modo gráfico el trabajo realizado.

**Solución:**  $9,6 \cdot 10^2 \text{ J}$

# 3 Energía mecánica

## Te interesa saber

La **Mecánica** (*mechanica*, en latín, significa 'arte de fabricar máquinas') es la parte de la física que estudia el equilibrio y el movimiento de cuerpos sometidos a la acción de fuerzas. La Mecánica comprende dos campos: la **estática** que estudia las fuerzas en los cuerpos en reposo (por ejemplo, las fuerzas en puentes), y la **dinámica** que estudia los cuerpos en movimiento, por ejemplo, las fuerzas sobre vehículos o naves espaciales.

La **energía mecánica** es la que tiene un cuerpo (considerado en su conjunto, no como suma de partículas) debido a su velocidad (**energía cinética**) y a su posición (**energía potencial**).

## 3.1. Energía cinética

Todos los cuerpos que poseen una velocidad tienen **energía cinética**, por tanto, este tipo de energía está asociado al **movimiento**. Por ejemplo, una bola rodando en la pista de una bolera, un vehículo circulando a una velocidad determinada, el agua de un río o el viento poseen, en mayor o menor cantidad, energía cinética.

OBSERVA

El camión A y el coche B circulan a la misma velocidad.



Cuando circulan a la misma velocidad, la energía de movimiento del camión es mayor que la del coche porque su masa es mayor.

El coche A está adelantando al coche B porque va a más velocidad.



En el caso de dos coches iguales, tiene mayor energía de movimiento el que se mueve a una velocidad mayor.

Por lo tanto, la energía cinética aumenta con su **masa** y su **velocidad**.

La **energía cinética**,  $E_c$ , es la forma de energía mecánica asociada al movimiento de un cuerpo. La expresión matemática de la energía cinética de un cuerpo de masa  $m$  que lleva una velocidad  $v$  es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

## EJERCICIOS RESUELTOS

- 5** Se lanzan tres objetos de diferente masa y velocidades, obteniéndose los resultados de la tabla. Compara los objetos 1 y 2, ¿en qué proporción ha variado la  $E_c$ ? Y si comparas los objetos 1 y 3, ¿en qué proporción ha variado ahora la  $E_c$ ?

	$m$	$v$
1	10	5
2	20	5
3	10	10

Los objetos 1 y 2, llevan la misma velocidad pero uno tiene el doble de masa que el otro, por tanto, la energía cinética del objeto 2 será el doble que la del 1. Los objetos 1 y 3, tienen la misma masa pero uno lleva el doble de velocidad que el otro, por tanto, su energía cinética será cuatro veces la del objeto 3 que la del objeto 1. Se verifica entonces que  $E_c \propto mv^2$ .

- 6** Un automóvil que circula inicialmente a  $40 \text{ km h}^{-1}$  aumenta su velocidad hasta conseguir circular a  $1,2 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}$ . Determina la relación de las energías cinéticas del vehículo a ambas velocidades.

Para calcular la relación entre las dos energías cinéticas utilizamos la expresión de la energía cinética para cada situación:

$$\frac{E_{c_2}}{E_{c_1}} = \frac{\frac{1}{2}m(1,2 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1})^2}{\frac{1}{2}m(40 \text{ km h}^{-1})^2} = \frac{(1,2 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1})^2}{(40 \text{ km h}^{-1})^2} = 9,0$$

La energía cinética del automóvil es 9 veces mayor a  $1,2 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}$  que a  $40 \text{ km h}^{-1}$ .

## ACTIVIDADES

- 7.** Calcula cuánto disminuye la energía cinética de un automóvil de  $8,0 \cdot 10^2 \text{ kg}$  cuando pasa de  $1,0 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}$  a  $60 \text{ km h}^{-1}$ .

**Solución:**  $2,0 \cdot 10^5 \text{ J}$

- 8.** Calcula qué energía cinética tiene un atleta de  $90 \text{ kg}$  que mantiene una velocidad constante de  $20 \text{ km h}^{-1}$ .

**Solución:**  $1,4 \cdot 10^3 \text{ J}$

### 3.2. Energía potencial

La energía potencial es la energía asociada a la **posición** de un cuerpo.

OBSERVA



El arco flexionado posee energía potencial que se aprovecha para transferir energía cinética a la flecha y ponerla en movimiento.



El agua embalsada en un pantano posee energía potencial que puede aprovecharse para mover las turbinas y producir energía eléctrica.

Dependiendo de cuál sea la fuerza implicada existen distintas **formas de energía mecánica potencial**:

#### Energía potencial elástica

El arco tensado tiene energía potencial que puede transferir al recuperar su forma inicial. Una varilla metálica flexionada o un muelle comprimido también almacenan energía.

Esta energía que adquiere un cuerpo al deformar su forma natural se denomina **energía potencial elástica**.

#### Energía potencial gravitatoria

El agua almacenada en un embalse posee energía potencial debido a su posición, al estar situada a una cierta altura. Un libro sobre una estantería tiene también esta energía.

Esta energía, debida a la posición de los cuerpos respecto al centro de la Tierra, se denomina **energía potencial gravitatoria**.

La **energía potencial elástica** depende del **alargamiento**,  $\Delta x$ , que experimente el cuerpo y de la **constante**,  $k$ , de **recuperación**. La expresión de la energía potencial elástica de un cuerpo en función del alargamiento se expresa:

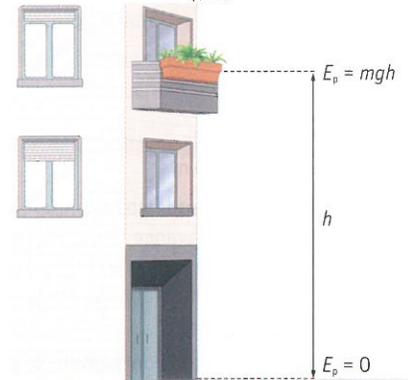
$$E_p = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

La **energía potencial gravitatoria** depende de la **masa del cuerpo**,  $m$ , y de su **altura**,  $h$ , con respecto al suelo. La expresión de la energía potencial gravitatoria de un cuerpo se expresa por:

$$E_p = mgh$$

#### Recuerda

Por convenio se considera que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo es cero al nivel del mar, sin embargo, en la mayoría de las situaciones tomaremos el suelo como referencia siendo  $E_{p, h=0} = 0$ .



La maceta tiene una energía potencial almacenada que se manifiesta cuando cae al suelo desde la terraza.

#### ACTIVIDADES

9. Describe las transformaciones energéticas que tienen lugar cuando:
  - a) El agua de una presa se aprovecha para mover una rueda hidráulica que se utiliza para elevar un fardo.
  - b) Una polea eléctrica eleva una caja hasta una cierta altura.
  - c) Una persona trepa por una cuerda hasta una cierta altura y luego se deja caer.
10. Representa gráficamente la variación de la energía cinética de un cuerpo con la velocidad a la que se mueve. ¿Puede tener la energía cinética valores negativos? Justifica la respuesta.
11. Representa gráficamente la variación de la energía potencial de un cuerpo con la altura a la que se encuentra. ¿Puede tener la energía potencia gravitatoria valores negativos? Justifica la respuesta.

El trabajo no es una forma de energía, sino un procedimiento para transferir energía mecánica entre los cuerpos o sistemas físicos.

### 4.1. Trabajo y energía cinética

OBSERVA

Para lanzar el balón, una jugadora de balonmano ejerce una fuerza sobre la pelota a lo largo de una distancia. El trabajo realizado por la fuerza de la jugadora **aumenta la energía cinética del balón.**

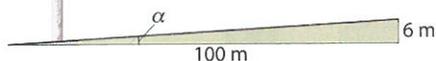


Al acercarse a un semáforo en rojo, el automovilista acciona los frenos para detener el vehículo. El trabajo realizado por los frenos del automóvil **disminuye la energía cinética del coche.**



#### Te interesa saber

Es habitual encontrar en un puerto de montaña la señal que indica la **pendiente** en %.



El 6 % indica que ascendemos 6 m de altura por cada 100 m de avance horizontal y el ángulo  $\alpha$  se determina calculando la razón entre esos dos datos mediante la tangente:  $\text{tg } \alpha = 6/100 \Rightarrow \alpha = 3,4^\circ$

Sin embargo, para inclinaciones menores del 10 %, es prácticamente igual si utilizamos el seno:  $\text{sen } \alpha = 6/100 \Rightarrow \alpha = 3,4^\circ$  (ahora los 100 m se miden sobre la carretera)

#### Ten en cuenta

Hasta 1856 los científicos denominaban **fuerza viva** a la energía asociada al movimiento. Las fuerzas vivas es la fuerza resultante ya restada la del rozamiento.

#### ACTIVIDADES

12. Calcula el trabajo necesario para acelerar un camión de 10 t desde  $60 \text{ km h}^{-1}$  hasta  $90 \text{ km h}^{-1}$ . ¿Se puede calcular la distancia que recorre para ello?

Solución:  $1,7 \cdot 10^6 \text{ J}$

13. Calcula el trabajo que debe realizar la fuerza de los frenos de un coche de  $9,0 \cdot 10^2 \text{ kg}$  que se mueve a  $1,2 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}$  para reducir su velocidad a  $60 \text{ km h}^{-1}$ .

Solución:  $-3,7 \cdot 10^5 \text{ J}$

Cuando las fuerzas aplicadas cambian el estado de movimiento de los cuerpos, se produce una variación de la energía cinética del cuerpo.

Si un cuerpo se mueve en la dirección del eje  $X$  y actúa sobre él una fuerza  $F_x$  constante, el trabajo realizado por  $F_x$  cuando el cuerpo se desplaza una distancia,  $\Delta x$ , es:

$$W = F_x \Delta x \cos 0^\circ = F_x \Delta x$$

Aplicando la segunda ley de Newton ( $F_x = ma_x$ ), el trabajo se puede expresar como:

$$W = F_x \Delta x = ma_x \Delta x$$

Como el cuerpo experimenta un *mrva*, entonces  $v_f^2 - v_0^2 = 2a_x \Delta x$ , por tanto, el trabajo realizado será:

$$a_x = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\Delta x} \Rightarrow W = m \frac{v_f^2 - v_0^2}{2} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = E_{c_f} - E_{c_0} = \Delta E_c$$

El trabajo realizado por la fuerza aplicada sobre un cuerpo es igual a la **variación de la energía cinética** de dicho cuerpo. Esto se conoce como teorema de la energía cinética.

**Teorema de la energía cinética** (teorema de las "fuerzas vivas"). El trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo se emplea en variar la energía cinética de dicho cuerpo.

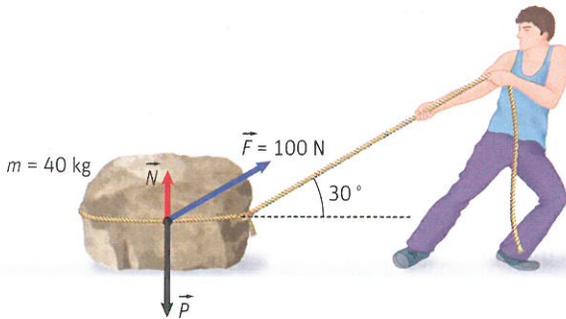
$$W = \Delta E_c$$

Aplicando el teorema de la energía cinética, podemos calcular el trabajo que realiza un automóvil de 750 kg que acelera desde el reposo hasta  $72 \text{ km h}^{-1}$  ( $20 \text{ ms}^{-1}$ ):

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} (7,5 \cdot 10^2 \text{ kg}) [(20 \text{ ms}^{-1})^2 - 0] = 1,5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

## EJERCICIOS RESUELTOS

- 7** Una persona pretende arrastrar una piedra de 40 kg por un suelo liso (sin rozamiento) mediante una cuerda que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. La persona aplica una fuerza de  $1,0 \cdot 10^2$  N a lo largo de 5,0 m partiendo del reposo.
- Describe las fuerzas que actúan sobre la piedra y dibuja un esquema de las mismas.
  - Calcula el trabajo sobre la piedra de la fuerza aplicada.
  - Determina el trabajo de la fuerza peso.
  - Establece el trabajo total sobre la piedra.
  - Averigua la variación de su energía cinética.
  - Halla la velocidad final de la piedra.
- a) Sobre la piedra actúan tres fuerzas: la fuerza  $\vec{F}$  de  $1,0 \cdot 10^2$  N que forma  $30^\circ$  con la horizontal, la fuerza peso  $\vec{P}$  y la fuerza  $\vec{N}$  del suelo sobre la piedra, ambas perpendiculares al suelo.



- El trabajo realizado por la fuerza de  $1,0 \cdot 10^2$  N es:  

$$W_F = F \Delta x \cos \alpha = (1,0 \cdot 10^2 \text{ N})(5,0 \text{ m}) \cos 30^\circ = 4,3 \cdot 10^2 \text{ J}$$
- El trabajo realizado por la fuerza peso es nulo porque su dirección es perpendicular al desplazamiento:  

$$W_P = P \Delta x \cos \alpha = mg(5,0 \text{ m}) \cos 270^\circ = 0 \text{ J}$$
- La fuerza  $\vec{N}$  también es perpendicular al desplazamiento y, por tanto, el trabajo realizado por ella sobre la piedra es nulo. El trabajo total es:  

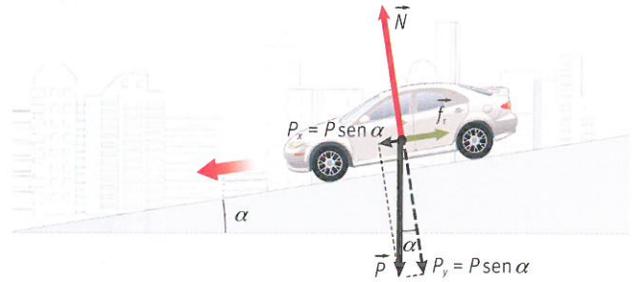
$$W = W_F + W_P + W_N = (4,3 \cdot 10^2 \text{ J}) + 0 + 0 = 4,3 \cdot 10^2 \text{ J}$$
- Se calcula aplicando el teorema de la energía cinética:  

$$W = \Delta E_c \Rightarrow \Delta E_c = 4,3 \cdot 10^2 \text{ J}$$
- Con el dato anterior se calcula la velocidad final de la piedra:  

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2) \Rightarrow (4,3 \cdot 10^2 \text{ J}) = \frac{1}{2} (40 \text{ kg}) (v_f^2 - 0)$$

$$v_f = 4,6 \text{ ms}^{-1}$$

- 8** Un automóvil de  $9,0 \cdot 10^2$  kg desciende una pendiente de 2,0 km con una inclinación del 5,0 % a velocidad constante de  $60 \text{ km h}^{-1}$  sin accionar los frenos.
- Describe y dibuja las fuerzas que actúan sobre el vehículo.
  - Indica cuál es el trabajo total realizado sobre el coche.
  - Calcula el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan e interpreta el signo del trabajo en cada caso.
- a) Sobre el coche actúan las siguientes fuerzas:



La fuerza peso  $\vec{P}$ , vertical hacia abajo, que se descompone en dos:  $\vec{P}_y$ , perpendicular a la dirección del desplazamiento, y  $\vec{P}_x$  paralela a la dirección del desplazamiento.

La fuerza  $\vec{N}$  de la carretera sobre el vehículo, con la misma dirección pero de sentido opuesto a  $\vec{P}_y$ .

La fuerza de rozamiento  $\vec{f}_r$  entre la carretera y el coche.

- El coche se mueve con  $v = \text{cte.}$ , por lo que la energía cinética no varía. Por tanto, según el teorema de la energía cinética, el trabajo total sobre el vehículo es nulo:  $W = \Delta E_c = 0$
- Como las fuerzas  $\vec{P}_y$  y  $\vec{N}$  son perpendiculares a  $\Delta x$ , el trabajo que realizan estas fuerzas sobre el coche es nulo.

$$P_x = mg \cdot \frac{5,0}{1,0 \cdot 10^2} = (9,0 \cdot 10^2 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) \cdot 0,050 = 4,4 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Donde  $\text{sen } \alpha \approx \text{tg } \alpha$  para inclinaciones pequeñas.

El trabajo realizado por esta fuerza es  $W_{P_x} = P_x \Delta x \cos 0^\circ$ :

$$W_{P_x} = (4,4 \cdot 10^2 \text{ N})(2,0 \cdot 10^3 \text{ m}) \cdot 1 = 8,8 \cdot 10^5 \text{ J}$$

El signo positivo indica que es un trabajo motor que incrementa la energía del cuerpo. El trabajo realizado por  $\vec{f}_r$  se calcula a partir del trabajo total;  $W = W_{P_x} + W_{P_y} + W_{f_r} + W_N$ :

$$0 = (8,8 \cdot 10^5 \text{ J}) + 0 + W_{f_r} + 0 \Rightarrow W_{f_r} = -8,8 \cdot 10^5 \text{ J}$$

El signo negativo indica que se trata de un trabajo resistente que disminuye la energía del cuerpo.

## ACTIVIDADES

- 14.** Halla el valor de la fuerza de rozamiento correspondiente a la situación del ejercicio resuelto 8.  
**Solución:**  $4,4 \cdot 10^2$  J
- 15.** Un autobús de 6,0 t de masa se mueve a  $30 \text{ km h}^{-1}$ . ¿Qué trabajo se necesita para duplicar su velocidad?  
**Solución:**  $6,3 \cdot 10^5$  J

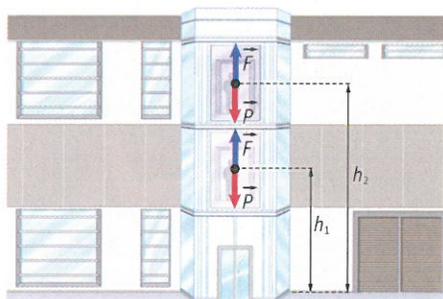
- 16.** Un coche de  $8,0 \cdot 10^2$  kg que circula a  $1,0 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}$  se encuentra a 50 m de una señal que limita la velocidad a  $40 \text{ km h}^{-1}$ . Si frena gradualmente hasta conseguir reducir la velocidad justo a la altura de la señal:
- Calcula el trabajo realizado sobre el coche.
  - Determina la fuerza resultante que ha actuado sobre él.
- Solución:** a)  $-2,6 \cdot 10^5$  J; b)  $5,2 \cdot 10^3$  N

## 4.2. Trabajo y energía potencial

El trabajo realizado por una fuerza aplicada sobre un cuerpo puede producir en él un cambio en la posición o en la forma.

### Cambio en la posición

Un ascensor se mueve a velocidad constante bajo la acción de la fuerza que ejerce el cable sobre él. El trabajo realizado produce una variación de la energía potencial gravitatoria del ascensor.



El ascensor se eleva desde la altura  $h_1$  hasta una altura  $h_2$ . La fuerza,  $\vec{F}$ , ejercida por el cable hacia arriba es de igual valor a la del peso,  $\vec{P}$ , que actúa hacia abajo.

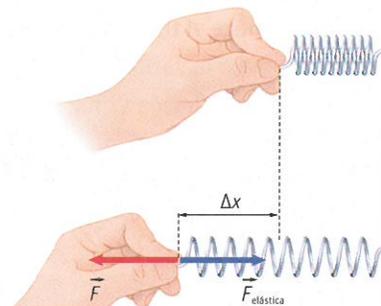
La fuerza aplicada realiza un trabajo:

$$W_F = F\Delta h = mg\Delta h = E_{p_2} - E_{p_1} = \Delta E_p$$

La fuerza aplicada incrementa la energía potencial del ascensor.

### Cambio en la forma

Si se estira un muelle colocado horizontalmente mediante una fuerza aplicada en su extremo libre, el trabajo realizado produce una variación de la energía potencial elástica del muelle.



La fuerza  $\vec{F}$  aplicada es variable y responde a la ecuación  $F = k \Delta x$ , siendo  $k$  la constante recuperadora propia del muelle. Al estirarlo una longitud  $\Delta x$ , a velocidad constante, el trabajo realizado es:

$$W_F = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

La fuerza aplicada incrementa la energía potencial del muelle.

- La fuerza resultante sobre el ascensor es  $\vec{F}_R = \vec{F} + \vec{P} = 0$ , ya que no hay variación de la velocidad. El trabajo total sobre el ascensor es  $W_{F_R} = W_F + W_P = 0$ , por tanto:  $W_P = -\Delta E_p$

El **trabajo realizado por la fuerza gravitatoria** (peso) sobre un cuerpo a velocidad constante coincide con la variación de su energía potencial gravitatoria cambiada de signo.

$$W_P = -\Delta E_p$$

- La fuerza resultante sobre el muelle es  $\vec{F}_R = \vec{F} + \vec{F}_{elástica} = 0$ , ya que no hay variación de la velocidad. El trabajo total sobre el muelle es  $W_{F_R} = W_F + W_{F_{elástica}} = 0$ , por tanto:  $W_{F_{elástica}} = -\Delta E_p$

El **trabajo realizado por una fuerza elástica** sobre un cuerpo coincide con la variación de su energía potencial cambiada de signo.

$$W_{F_{elástica}} = -\Delta E_p$$

### EJERCICIOS RESUELTOS

- 9** ¿Qué trabajo realiza el motor de un ascensor con una carga de  $3,0 \cdot 10^2$  kg para subir tres pisos de 2,5 m de altura cada uno?

El trabajo que realiza el motor es la variación de la energía potencial gravitatoria:

$$W = \Delta E_p = mg\Delta h = (3,0 \cdot 10^2 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(7,5 \text{ m}) = 2,2 \cdot 10^4 \text{ J}$$

- 10** ¿Qué trabajo se necesita realizar sobre un muelle ( $k = 2,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1}$ ) para comprimirlo desde  $L_0 = 40$  cm hasta  $L = 30$  cm?

El trabajo que se necesita realizar sobre el muelle es la variación de la energía potencial elástica:

$$W = \Delta E_p = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(2,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1})[(0,40 \text{ m}) - (0,30 \text{ m})]^2 = 1,0 \text{ J}$$

## Fuerzas conservativas

REFLEXIONA

Dos excursionistas, que tienen la misma masa, salen del punto A y se dirigen hasta el punto B a la misma velocidad por caminos diferentes, como puedes ver en la figura.

Uno de ellos toma un camino con menor pendiente (camino azul) y el otro con mayor pendiente y más corto que el anterior (camino rojo) hasta llegar al mismo punto.

Suponiendo que no actúan fuerzas de rozamiento sobre los excursionistas, ¿cuál de los dos excursionistas ha realizado más trabajo en caminar desde el punto A hasta el punto B?



Existe un tipo de fuerzas llamadas **fuerzas conservativas** en la que el trabajo realizado por ellas solo depende de las posiciones inicial y final del cuerpo y es independiente de la trayectoria seguida. El peso y las fuerzas elásticas son ejemplos de ellas. Por tanto, el trabajo realizado para desplazarse desde el pie de una montaña hasta la cima es el mismo, cualquiera que sea el camino seguido: directamente ascendiendo por la máxima pendiente, serpenteando para caminar por pendientes más suaves, etc.

Esto se debe a que para este tipo de fuerzas el trabajo para desplazar un cuerpo desde la posición A hasta B se puede expresar como la variación negativa de la energía potencial:

$$W_{A \rightarrow B} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p$$

Así, el trabajo de la fuerza peso de los dos montañeros será:

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = mgh_A - mgh_B = mg(h_A - h_B)$$

Las **fuerzas conservativas** están asociadas a una energía potencial. El peso y las fuerzas elásticas son ejemplos de fuerzas conservativas. Las fuerzas de rozamiento y las fuerzas magnéticas son fuerzas no conservativas.

## EJERCICIOS RESUELTOS

**11** Una persona levanta una caja de 25 kg desde el suelo hasta la plataforma de un camión situada a 1,6 m de altura.

- ¿Cuál es el incremento de energía potencial de la caja?
- ¿Qué trabajo realiza la persona si eleva la caja directamente?
- ¿Qué trabajo realiza si desplaza la caja mediante una rampa de 4,0 m de longitud apoyada en el suelo y en la plataforma?
- ¿Qué fuerza necesita aplicar en cada caso despreciando los rozamientos?

a)  $\Delta E_p = mg\Delta h = (25 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(1,6 \text{ m}) = 3,9 \cdot 10^2 \text{ J}$

b) y c) En ambos casos, el trabajo es:  $W = \Delta E_p = 3,9 \cdot 10^2 \text{ J}$

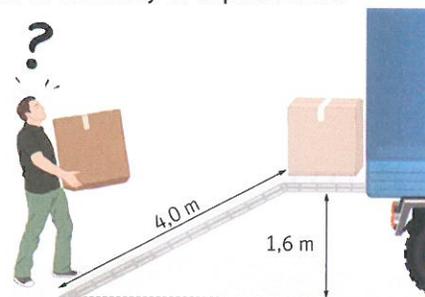
d) Si la eleva directamente, el desplazamiento es 1,60 m:

$$W = F\Delta x \Rightarrow 3,9 \cdot 10^2 \text{ J} = F(1,60 \text{ m}) \Rightarrow F = 2,4 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Si la eleva mediante la rampa, el desplazamiento es 4,0 m:

$$W = F'\Delta x' \Rightarrow 3,9 \cdot 10^2 \text{ J} = F'(4,0 \text{ m}) \Rightarrow F' = 98 \text{ N}$$

De las dos formas se realiza el mismo trabajo, pero mediante la rampa se necesita aplicar una fuerza menor, aunque a lo largo de un recorrido mayor.



## ACTIVIDADES

**17.** Un ascensor tiene una masa de  $6,0 \cdot 10^2 \text{ kg}$ . Calcula el trabajo que debe realizar el motor a velocidad constante para elevarlo del cuarto piso al décimo si la altura de cada piso es de 2,9 m. ¿Cuál es el incremento de energía potencial del ascensor?

**Solución:**  $1,0 \cdot 10^5 \text{ J}; 1,0 \cdot 10^5 \text{ J}$

**18.** Un muelle tiene una constante recuperadora de  $5,0 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-1}$ . ¿Qué longitud hay que estirarlo desde su posición natural para que almacene una energía elástica de 10 J? ¿Qué trabajo debe realizarse sobre el muelle para conseguirlo?

**Solución:**  $6,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}; 10 \text{ J}$

### 4.3. Trabajo y energía mecánica

Una fuerza aplicada sobre un cuerpo puede hacer cambiar su velocidad o su posición, y en otros casos, ambas a la vez.

#### Recuerda

La **energía mecánica** de un cuerpo es la suma de su energía cinética y de su energía potencial:

$$E_M = E_c + E_p$$

OBSERVA

Cuando un motorista acelera subiendo una pendiente, aumentan la energía cinética y la energía potencial del vehículo porque se incrementan su velocidad y su altura.



El trabajo realizado por el motor ha incrementado la energía mecánica del vehículo.

En el instante de lanzar la pelota, la baloncestista transfiere energía cinética y energía potencial al balón porque se incrementan su velocidad y su altura.



El trabajo realizado por la jugadora ha incrementado la energía mecánica del balón.

#### Ten en cuenta

No tiene sentido hablar del trabajo que tiene un cuerpo; el trabajo es siempre una medida de la energía que se transfiere.

Si se realiza trabajo sobre un cuerpo, este trabajo se invierte en **incrementar la energía mecánica del cuerpo**. El trabajo es una forma de transferir energía de un sistema a otro; al aplicar una fuerza a un cuerpo a lo largo de una distancia se consigue variar su energía potencial o su energía cinética o ambas a la vez.

En ausencia de rozamientos, el trabajo realizado por una fuerza  $\vec{F}$  aplicada a un cuerpo es una medida de la **variación de su energía mecánica**.

$$W_F = \Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_p$$

#### EJERCICIOS RESUELTOS

**12** Un motorista lleva una velocidad de  $36 \text{ km h}^{-1}$  al iniciar una pendiente de  $8,0 \cdot 10^2 \text{ m}$  de longitud y  $2,0 \%$  de inclinación. Acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad de  $72 \text{ km h}^{-1}$  al llegar al punto más alto de la cuesta. Calcula:

- El incremento de energía cinética si la masa total es  $1,8 \cdot 10^2 \text{ kg}$ .
- El incremento de energía potencial.
- El incremento de energía mecánica.
- El trabajo necesario para ese incremento de la energía mecánica.

a) Velocidades inicial y final de la motocicleta:  $v_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$ ;  $v_f = 20 \text{ ms}^{-1}$   
Energías cinéticas inicial y final:

$$E_{c_0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot (1,8 \cdot 10^2 \text{ kg}) (10 \text{ ms}^{-1})^2 = 9,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$E_{c_f} = \frac{1}{2} \cdot (1,8 \cdot 10^2 \text{ kg}) (20 \text{ ms}^{-1})^2 = 3,6 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_0} = (3,6 \cdot 10^4 - 9,0 \cdot 10^3) \text{ J} = 2,7 \cdot 10^4 \text{ J}$$

b) La altura que ha ascendido la motocicleta es:  $\Delta h = (8,0 \cdot 10^2 \text{ m}) \cdot \frac{2}{1,0 \cdot 10^2} = 16 \text{ m}$   
El incremento de energía potencial:

$$\Delta E_p = m g \Delta h = (1,8 \cdot 10^2 \text{ kg}) (9,8 \text{ ms}^{-2}) (16 \text{ m}) = 2,8 \cdot 10^4 \text{ J}$$

c) Incremento de energía mecánica:  $\Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_p = (2,7 \cdot 10^4 + 2,8 \cdot 10^4) \text{ J} = 5,5 \cdot 10^4 \text{ J}$

d) El  $W$  necesario para este incremento de la energía mecánica es:  $W_F = \Delta E_M = 5,5 \cdot 10^4 \text{ J}$

## ► Cómo resolver problemas de energía y movimiento

El movimiento de un cuerpo se puede describir en términos de fuerza aplicando los principios de la dinámica o se puede estudiar en términos de energía aplicando el concepto de trabajo y energía.

- Aplicar el concepto de trabajo y variación de la energía mecánica:

$$W = \Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_p$$

Donde la variación de la energía cinética,  $\Delta E_c$ , de un cuerpo es igual al trabajo realizado por la fuerza resultante aplicada sobre él.

Y la variación de la energía potencial,  $\Delta E_p$ , es igual al trabajo cambiado de signo de las fuerzas conservativas que actúan sobre él.

- Aplicar los principios de la dinámica:

$$\Sigma F_{\text{ext}} = ma$$

## EJERCICIOS RESUELTOS

- 13** Un automóvil de  $1,0 \cdot 10^3$  kg de masa, que circula a una velocidad de  $36 \text{ km h}^{-1}$ , inicia la subida de una pendiente con una inclinación del 6,0 % y  $8,0 \cdot 10^2$  m de longitud. El motor del vehículo aplica una fuerza constante durante la subida de  $1,2 \cdot 10^3$  N. Suponiendo que se puede prescindir del rozamiento, calcula la velocidad del coche al final de la cuesta aplicando los conceptos de trabajo y energía, y los principios de la dinámica:

### OPCIÓN A. Aplicando el concepto de trabajo y energía

Primero calculamos la variación de la energía potencial que experimenta el coche en la subida,  $\Delta E_p = mg\Delta h$ .

Para ello debemos calcular previamente, con los datos del problema, la altura  $\Delta h$ :

$$\Delta h = \frac{(6 \text{ m})}{(1,0 \cdot 10^2 \text{ m})} \cdot (8,0 \cdot 10^2 \text{ m}) = 48 \text{ m}$$

$$\Delta E_p = mg\Delta h = (1,0 \cdot 10^3 \text{ kg})(9,8 \text{ m s}^{-2})(48 \text{ m}) = 4,7 \cdot 10^5 \text{ J}$$

El trabajo realizado por el motor es:

$$W = F_{\text{motor}} \cdot \Delta x = (1,2 \cdot 10^3 \text{ N})(8,0 \cdot 10^2 \text{ m}) = 9,6 \cdot 10^5 \text{ J}$$

La variación de la energía cinética del automóvil la calculamos con la expresión:

$$W = \Delta E_c + \Delta E_p \Rightarrow \Delta E_c = W - \Delta E_p = (9,6 \cdot 10^5 - 4,7 \cdot 10^5) \text{ J}$$

$$\Delta E_c = 4,9 \cdot 10^5 \text{ J}$$

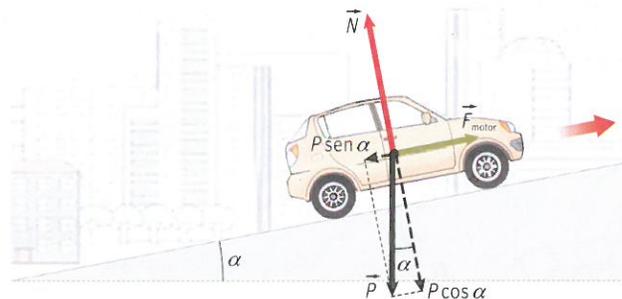
Ya podemos calcular la velocidad del coche al final de la cuesta:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$4,9 \cdot 10^5 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot (1,0 \cdot 10^3 \text{ kg})v^2 - \frac{1}{2} \cdot (1,0 \cdot 10^3 \text{ kg})(10 \text{ ms}^{-1})^2$$

$$v = 33 \text{ ms}^{-1} \Rightarrow v = 1,2 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}$$

### OPCIÓN B. Aplicando los principios de la dinámica



Componente del peso paralela a la carretera:

$$P_x = mg \text{ sen } \alpha = (1,0 \cdot 10^3 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) \cdot \frac{(6 \text{ m})}{(1,0 \cdot 10^2 \text{ m})} = 5,9 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Fuerza resultante sobre el coche:

$$F = F_{\text{motor}} - P_x = (1,2 \cdot 10^3 - 5,9 \cdot 10^2) \text{ N} = 6,1 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Aceleración del vehículo:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{(6,1 \cdot 10^2 \text{ N})}{(1,0 \cdot 10^3 \text{ kg})} = 0,61 \text{ ms}^{-2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2aL$$

$$v^2 - (10 \text{ ms}^{-1})^2 = 2 \cdot (0,61 \text{ ms}^{-2})(8,0 \cdot 10^2 \text{ m})$$

$$v = 33 \text{ ms}^{-1} \Rightarrow v = 1,2 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}$$

## ACTIVIDADES

- 19.** En el caso del ejercicio resuelto anterior, comprueba que se cumple el teorema de la energía cinética: la variación de energía cinética del vehículo es igual al trabajo realizado por la fuerza resultante sobre el coche.
- 20.** Comprueba igualmente, en el ejercicio resuelto anterior, que la variación de la energía potencial cambiada de signo es igual al trabajo realizado por la fuerza conservativa, que en este caso es el peso del coche.

# 5 Conservación y disipación de la energía mecánica

Se ha visto que cuando se realiza un trabajo mecánico sobre un cuerpo, este adquiere energía mecánica, bien sea cinética o potencial o ambas.

## 5.1. Principio de conservación de la energía mecánica

Si sobre un cuerpo actúan únicamente fuerzas conservativas, y se desplaza desde un punto A hasta B, entonces por el teorema de la energía cinética tenemos que  $W_{A \rightarrow B} = \Delta E_c$ .

Por otro lado, como las fuerzas que actúan sobre el mismo cuerpo son conservativas se cumple también que  $W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p$ . Igualando ambas expresiones:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \Rightarrow \Delta(E_c + E_p) = 0 \Rightarrow \Delta(E_M) = 0$$

Por ello, para este caso en el que las fuerzas son conservativas, la energía mecánica se conserva, tal como establece el principio de conservación de la energía mecánica.

**Principio de la conservación de la energía mecánica.** Si sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica del sistema se conserva:

$$E_M = E_c + E_p = \text{constante}$$

$$E_{M, \text{inicial}} = E_{M, \text{final}}$$

OBSERVA



Observa en la imagen la caída de las personas por un tobogán acuático. Si no se tiene en cuenta la fricción con el aire y el rozamiento con el tobogán solo actúan fuerzas conservativas (fuerza gravitatoria).

Cuando una persona se sitúa en la parte superior a punto de lanzarse, toda su energía mecánica es energía potencial o de posición. Gracias a esta energía puede iniciar el descenso.

Sin embargo, a medida que va perdiendo altura se va transformando la energía potencial en energía cinética hasta llegar a la base del tobogán en donde ha transformado prácticamente la mayor parte de su energía potencial en energía cinética:

$$E_{M, \text{inicial}} = E_{M, \text{final}} \Rightarrow E_{po} = E_{cf}$$

### EJERCICIOS RESUELTOS

**14** Comprueba que la energía mecánica de un cuerpo en caída libre como el vaso de la figura 12.1 en el vacío se conserva.

Si un cuerpo cae en el vacío, la única fuerza que actúa sobre él es el peso, que es una fuerza conservativa.

Si tiene la velocidad  $v_1$  en un punto de altura  $h_1$  y la velocidad  $v_2$  en un punto de altura  $h_2$ , mediante las ecuaciones del movimiento de caída libre se cumple:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g(h_1 - h_2) \Rightarrow v_1^2 + 2gh_1 = v_2^2 + 2gh_2$$

Multiplicando por  $\frac{1}{2}m$  en los dos miembros de la ecuación, siendo  $m$  la masa del cuerpo:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \Rightarrow E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \Rightarrow E_{M1} = E_{M2}$$

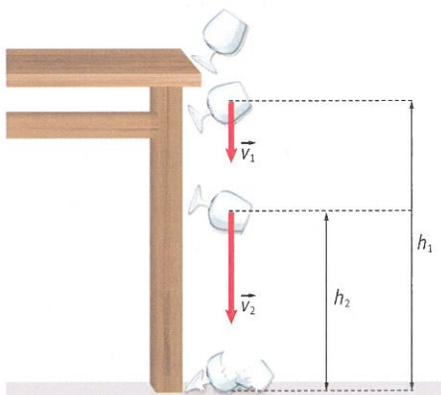


Figura 12.1. Caída libre de un objeto.

### ACTIVIDADES

**21.** ¿La velocidad que adquiere en un descenso una vagoneta de una montaña rusa depende de la masa de la vagoneta? ¿O depende del número de personas que la ocupan? ¿Por qué?

**22.** Un cuerpo en caída libre tiene una velocidad de  $10 \text{ ms}^{-1}$  cuando se encuentra a  $30 \text{ m}$  del suelo. Calcula qué velocidad tendrá cuando esté a  $5,0 \text{ m}$  del suelo.

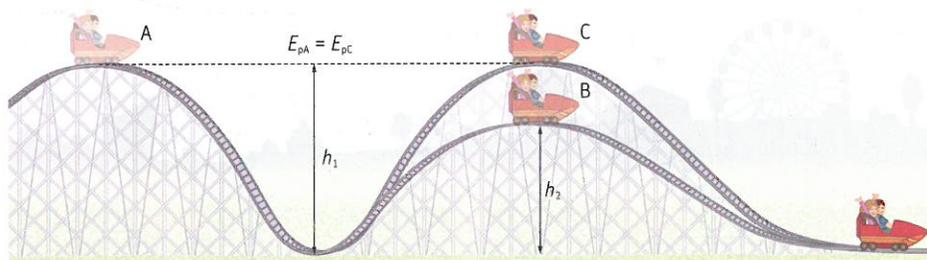
**Solución:**  $24 \text{ ms}^{-1}$

## 5.2. ¿Se conserva o no se conserva la energía mecánica?

Se ha visto que la energía mecánica se conserva. Sin embargo, en la vida cotidiana se nos presentan situaciones en las que no se verifica esta conservación.

OBSERVA

Si un tren de una montaña rusa parte del punto A, que tiene una altura  $h_1$ , teóricamente llegaría hasta el punto C, que está situado a la misma altura que el punto A, si se conserva la energía mecánica después de descender. Sin embargo, el tren solo subiría hasta el punto B de altura  $h_2$  menor que la anterior. ¿A qué crees que se debe esto?



El rozamiento de las ruedas del tren con los raíles y el del tren con el aire disipan la energía mecánica del vehículo, transformándola en energía térmica.

Esto es debido a la presencia de fuerzas no conservativas, como las fuerzas de rozamiento, que hacen que la energía mecánica no se conserve. Por efecto del rozamiento se transfiere energía mecánica mediante calor al entorno, que lo acumula como energía térmica. Puesto que la energía térmica es una forma menos útil de energía, se dice que, debido al rozamiento, la energía mecánica se disipa o degrada.

En valores absolutos, la energía mecánica inicial,  $E_{M_0}$ , será igual a la suma de la energía mecánica final,  $E_{M_f}$ , y la **energía disipada** por el trabajo de las fuerzas de rozamiento:

$$E_{M_0} = E_{M_f} + W_f$$

Las fuerzas de rozamiento se oponen al movimiento y producen, por tanto, un trabajo negativo que se emplea en disminuir o disipar la energía mecánica. Esto origina inevitablemente una pérdida de energía mecánica,  $\Delta E_M$ , tal que:

$$\Delta E_M = \Delta E_p + \Delta E_c = W_f$$

### EJERCICIOS RESUELTOS

15 Un automóvil de  $6,0 \cdot 10^2$  kg se queda sin gasolina cuando su velocímetro indica  $90 \text{ km h}^{-1}$ . Tras accionar los frenos recorre aún 40 m por una carretera horizontal hasta detenerse. Determina:

- La energía mecánica disipada.
- El trabajo de las fuerzas de rozamiento.
- La velocidad inicial del vehículo es:  $v_0 = 90 \text{ km h}^{-1} = 25 \text{ ms}^{-1}$ .  
La variación de la energía mecánica es igual a la variación de la energía cinética ya que, al no variar la altura, la energía potencial se mantiene constante.

$$\Delta E_M = 0 + \Delta E_c = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Delta E_c = 0 - \frac{1}{2}(6,0 \cdot 10^2 \text{ kg})(25 \text{ ms}^{-1})^2 = -1,9 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- El trabajo de las fuerzas de rozamiento es igual a la disipación de energía mecánica:

$$\Delta E_M = W_f = -1,9 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Este trabajo es negativo.

### ACTIVIDADES

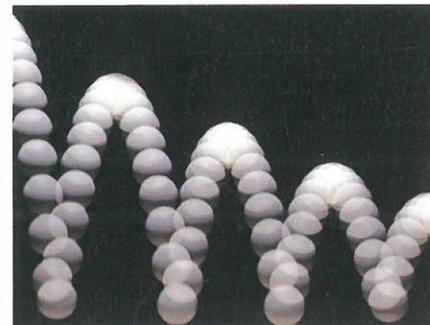
23. Calcula el valor de la fuerza de rozamiento que actúa sobre el automóvil del ejercicio resuelto anterior.

**Solución:**  $4,7 \cdot 10^3 \text{ N}$

24. ¿Qué significado tiene el signo negativo obtenido al calcular el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento del ejercicio resuelto anterior?

### Amplía

El hecho de que la pelota bote cada vez menos indica que la energía mecánica no se conserva, pues parte de ella se transforma en calor.



### Recuerda

La energía ni se crea ni se destruye, solo se **transforma** de unas formas a otras. Así, la energía total en el universo se mantiene constante.

### 5.3. Rendimiento

Las máquinas proporcionan energía mecánica a partir de la energía que se les suministra.

INTERPRETA

El motor de un carretilla elevadora transforma la energía eléctrica en energía mecánica. El trabajo realizado por el motor se invierte en subir un peso, el cual incrementa su energía potencial. Si la energía eléctrica suministrada por el montacargas durante el tiempo que sube la carga es de 1320 J, calcula la energía potencial que adquiere la carga después de subirla y compara el dato con la energía suministrada. ¿A qué crees que se debe esta diferencia?



Como  $\Delta E_p = mgh = (100 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(1 \text{ m}) = 980 \text{ J}$ , es menor que la energía eléctrica suministrada al motor,  $E_e = 1320 \text{ J}$ . Una parte de esta se ha disipado caloríficamente al entorno.

#### Recuerda

El flujo de energía en una máquina se establece de la siguiente forma:



En cualquier transformación de energía mecánica, debido a las fuerzas disipativas como la fuerza de rozamiento, se obtiene un trabajo útil menor que la energía suministrada:

$$\text{Trabajo útil} < \text{Energía suministrada}$$

Esto se debe a que parte de la energía inicial que se le suministra se disipa caloríficamente y por eso las máquinas no transforman íntegramente la energía inicial en trabajo útil:

$$\text{Energía inicial} = \text{Trabajo útil} + \text{Energía disipada}$$

Para conocer la proporción de energía disipada se utiliza el concepto de **rendimiento**.

El **rendimiento**,  $r$ , de una máquina es la relación porcentual entre el trabajo útil que proporciona la máquina y la energía que se le ha suministrado.

$$r(\%) = \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}} \cdot 100$$

El rendimiento de la carretilla elevadora del ejemplo anterior al subir la carga será:

$$r(\%) = \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}} \cdot 100 = \frac{980 \text{ J}}{1320 \text{ J}} \cdot 100 = 74 \%$$

#### ACTIVIDADES

25. Una polea consume  $4,5 \cdot 10^2 \text{ J}$  para subir una caja de 50 kg hasta una altura de 6,0 m. Calcula:

- El trabajo útil realizado por la polea.
- Su rendimiento energético.

**Solución:** a)  $2,9 \cdot 10^3 \text{ J}$ ; b) 65 %

26. El motor y los mecanismos de una grúa tienen un rendimiento del 55,0 %. Calcula qué energía debe suministrarse al motor para subir una caja de  $1,25 \cdot 10^3 \text{ kg}$  a una altura de 20,0 m.

**Solución:**  $4,45 \cdot 10^6 \text{ J}$

#### EJERCICIOS RESUELTOS

16. Para la construcción de un piso se necesita subir un palé de ladrillos a una altura de 15 m sobre el suelo. Para ello se utiliza una grúa que consume  $5,0 \cdot 10^4 \text{ J}$  para subir el palé. Si el palé de ladrillos pesa  $2,0 \cdot 10^2 \text{ kg}$ , determina:

- El rendimiento de la grúa.
- La energía disipada por la máquina.

a) El incremento de la energía potencial de la caja es el trabajo útil:

$$\Delta E_p = mg\Delta h = (2,0 \cdot 10^2 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(15 \text{ m}) = 2,9 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Por tanto, el rendimiento de la grúa es:

$$r(\%) = \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}} \cdot 100 = \frac{(2,9 \cdot 10^4 \text{ J})}{(5,0 \cdot 10^4 \text{ J})} \cdot 100 = 58 \%$$

b) La energía disipada será la diferencia entre la energía suministrada y la útil:

$$(5,0 \cdot 10^4 \text{ J}) - (2,9 \cdot 10^4 \text{ J}) = 2,1 \cdot 10^4 \text{ J}$$

## EJERCICIOS RESUELTOS

**17** Una persona sobre un trineo inicia el descenso desde un punto de una pendiente de  $30^\circ$  y 30 m de longitud. La masa conjunta de la persona y el trineo es 90 kg. El coeficiente de rozamiento entre el trineo y la nieve es 0,12. Calcula al llegar la persona al punto más bajo de la pendiente:

- La energía mecánica disipada.
  - La variación de energía cinética.
  - La velocidad del trineo al final de la pendiente.
- a) La fuerza de rozamiento es:

$$f_r = \mu(mg \cos \alpha) = 0,12 \cdot (90 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) \cos 30^\circ = 92 \text{ N.}$$

$$\text{El trabajo debido a la fuerza de rozamiento es: } W_{f_r} = F_r \Delta e \cos 180^\circ = -(92 \text{ N})(30 \text{ m}) = -2,8 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\text{La energía mecánica disipada es igual al trabajo debido al rozamiento: } \Delta E_M = W_{f_r} = -2,8 \cdot 10^3 \text{ J}$$

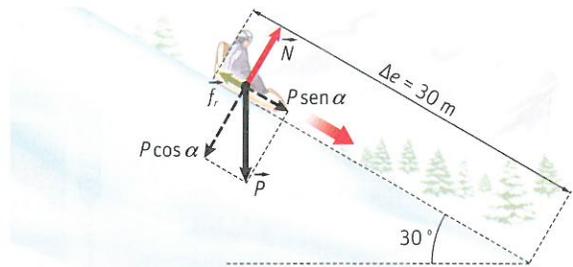
- b) El cuerpo desciende desde una altura:  $h = \Delta e \sin 30^\circ = (30 \text{ m}) \sin 30^\circ = 15 \text{ m}$

$$\text{La variación de energía potencial es: } \Delta E_p = mg\Delta h = (90 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(-15 \text{ m}) = -1,3 \cdot 10^4 \text{ J}$$

$$\Delta E_M = \Delta E_p + \Delta E_c = W_{f_r} \Rightarrow (-1,3 \cdot 10^4 \text{ J}) + \Delta E_c = -2,8 \cdot 10^3 \text{ J} \Rightarrow \Delta E_c = 1,0 \cdot 10^4 \text{ J}$$

La energía cinética ha aumentado  $1,0 \cdot 10^4 \text{ J}$ .

- c)  $\Delta E_c = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) \Rightarrow (1,0 \cdot 10^4 \text{ J}) = \frac{1}{2}(90 \text{ kg})(v_f^2 - 0) \Rightarrow v_f = 15 \text{ ms}^{-1}$



**18** Al llegar al punto más bajo de la pendiente, el mismo trineo del ejercicio anterior se sigue deslizando por una pista horizontal hasta que se para. Halla:

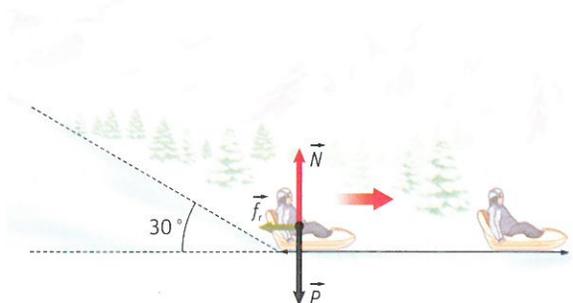
- La distancia horizontal que recorre hasta detenerse.
  - La energía mecánica disipada en la pista horizontal.
- a) En la pista horizontal no hay variación de la energía potencial; la energía disipada, que es el trabajo de la fuerza de rozamiento, es igual a la disminución de la energía cinética. La fuerza de rozamiento en la pista horizontal es:

$$f_r = \mu(mg) = 0,12 \cdot (90 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2}) = 106 \text{ N}$$

$$\Delta E_M = \Delta E_p + \Delta E_c = W_{f_r} \Rightarrow \Delta E_c = W_{f_r} \Rightarrow (0 - 1,0 \cdot 10^4 \text{ J}) = -f_r \Delta e' \Rightarrow 1,0 \cdot 10^4 \text{ J} = (106 \text{ N}) \Delta e' \Rightarrow \Delta e' = 94 \text{ m}$$

- b) Teniendo en cuenta que en la pista horizontal la variación de la energía potencial es cero:

$$\Delta E_M = 0 + \Delta E_c = W_{f_r} \Rightarrow \Delta E_M = \Delta E_c = 1,0 \cdot 10^4 \text{ J}$$



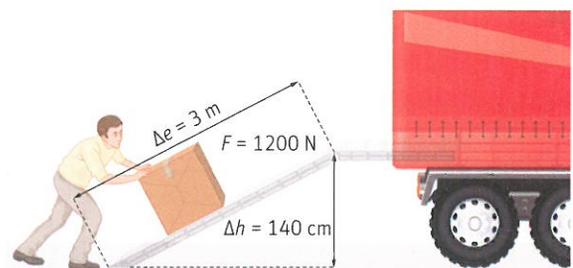
**19** Una persona sube una caja de  $1,5 \cdot 10^2 \text{ kg}$  a un camión mediante una tabla de 3,0 m de longitud; uno de sus extremos lo ha apoyado en el suelo y el otro, en la plataforma del camión situada a  $1,4 \cdot 10^2 \text{ cm}$  de altura. Ha aplicado una fuerza de  $1,2 \cdot 10^3 \text{ N}$  paralela a la tabla para subir la caja a velocidad constante. Calcula el rendimiento obtenido.

$$W = \Delta E_p = mg\Delta h = (1,5 \cdot 10^2 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(1,4 \text{ m}) = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J}$$

La energía suministrada equivale al trabajo que la persona ha realizado sobre la caja:  $W = F \Delta e \cos 0^\circ = (1,2 \cdot 10^3 \text{ N})(3,0 \text{ m}) = 3,6 \cdot 10^3 \text{ J}$

El rendimiento es:

$$r(\%) = \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}} \cdot 100 = \frac{(2,1 \cdot 10^3 \text{ J})}{(3,6 \cdot 10^3 \text{ J})} \cdot 100 = 58 \%$$



## ACTIVIDADES

**27.** En el caso del ejercicio resuelto anterior:

- Calcula la energía mecánica disipada.
- Averigua la fuerza de rozamiento entre la caja y la tabla.
- Si se hubiera usado una tabla más larga, ¿se habría disipado más o menos energía mecánica?

**Solución:** a)  $1,5 \cdot 10^3 \text{ J}$ ; b)  $5,0 \cdot 10^2 \text{ N}$

**28.** Un péndulo que tiene 25 cm de longitud y  $1,5 \cdot 10^2 \text{ g}$  de masa cae desde una posición inicial horizontal. Calcula la velocidad del péndulo:

- En el punto más bajo de su recorrido.
- Cuando la cuerda forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal.

**Solución:** a)  $2,2 \text{ ms}^{-1}$ ; b)  $1,6 \text{ ms}^{-1}$

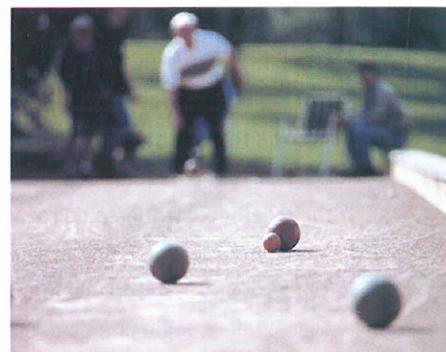
## 6 Sistemas conservativos. Concepto de potencial

Un sistema físico se denomina **conservativo** si mantiene constante su energía mecánica.

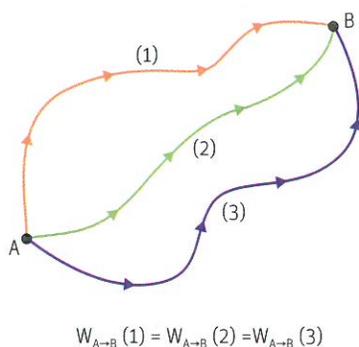
OBSERVA



En la caída de una bola por una pendiente helada, la energía mecánica se conserva (prescindiendo de los mínimos rozamientos). Es un ejemplo de sistema conservativo.



La bola lanzada por un jugador de petanca se detiene por el rozamiento con el suelo. Su energía mecánica se disipa al entorno mediante calor. Es un sistema no conservativo.



**Figura 12.2.** En un sistema conservativo, el trabajo realizado por una fuerza entre las posiciones A y B no depende de la trayectoria seguida.

En los sistemas conservativos la cantidad total de energía se mantiene constante porque actúan solo **fuerzas conservativas**, como la fuerza gravitatoria o la fuerza electrostática. Las fuerzas conservativas están asociadas a una **energía potencial**.

El trabajo para desplazar un cuerpo desde la posición A hasta la posición B es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo:

$$W = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}$$

Como la energía potencial solo depende de la posición, el trabajo realizado por una fuerza para desplazar un cuerpo desde la posición A hasta la posición B en un sistema conservativo dependerá únicamente de las posiciones, inicial y final, y no de la trayectoria seguida. Son ejemplos de sistemas conservativos los **campos gravitatorios**, creados por las masas, y los **campos eléctricos**, creados por las cargas eléctricas.

En los sistemas no conservativos, la energía mecánica no se conserva porque actúan fuerzas no conservativas como, por ejemplo, las fuerzas de rozamiento. Como no se puede asociar una energía potencial a las fuerzas no conservativas, el trabajo necesario para desplazar un cuerpo desde la posición A hasta la posición B es distinto según sea la trayectoria seguida por el cuerpo entre A y B.

### 6.1. Potencial

En un sistema conservativo, la energía potencial de un cuerpo depende de sus propiedades: la energía potencial de un cuerpo dentro de un campo gravitatorio depende de su masa; la energía potencial de una carga eléctrica dentro de un campo eléctrico depende del valor de la carga.

Interesa definir una magnitud cuyo valor no dependa de la masa o la carga eléctrica situadas en una determinada posición. Esta magnitud se denomina **potencial**.

Aunque el concepto es más general, los potenciales, **gravitatorio** y **eléctrico** son los más empleados.

#### ACTIVIDADES

29. Explica si el sistema formado por una montaña rusa y sus vagonetas es conservativo o no lo es. ¿Qué fuerzas conservativas y no conservativas intervienen?
30. Enumera fuerzas conservativas y no conservativas que actúan en diversas situaciones cotidianas. ¿Por qué es difícil encontrar ejemplos de sistemas conservativos?

## ► Potencial gravitatorio

El **potencial gravitatorio**,  $V_G$ , en un punto de un campo gravitatorio es la energía potencial de la unidad de masa situada en ese punto.

$$V_G = \frac{E_p}{m} \Rightarrow E_p = mV_G$$

Su unidad en el SI es el julio por kilogramo ( $\text{J kg}^{-1}$ ).

## ► Potencial eléctrico

El **potencial eléctrico**,  $V$ , en un punto de un campo eléctrico, es la energía potencial eléctrica de la unidad de carga positiva situada en ese punto.

$$V = \frac{E_p}{q} \Rightarrow E_p = qV$$

Su unidad en el SI es el julio por culombio ( $\text{J C}^{-1}$ ), denominado voltio (V).

El trabajo realizado para desplazar una carga entre dos puntos A y B es la variación negativa de la energía potencial:

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}$$

En los campos eléctricos es habitual utilizar el concepto de **diferencia de potencial** entre dos puntos,  $V_A - V_B$  (la definición en los campos gravitatorios es similar). La definición del potencial en un punto relaciona el trabajo con los valores del potencial en los puntos A y B:

$$W_{A \rightarrow B} = qV_A - qV_B = q(V_A - V_B)$$

La **diferencia de potencial** ( $ddp$ ) entre dos puntos A y B de un campo eléctrico es el trabajo realizado al transportar la unidad de carga positiva desde A hasta B.

## EJERCICIOS RESUELTOS

**20** La energía potencial de una bola de 200 g situada a una cierta altura es 30 J. Calcula el valor del potencial gravitatorio en el punto en el que está situada la bola.

Como el potencial es la energía potencial por unidad de masa, se calcula así:

$$V_G = \frac{E_p}{m} = \frac{(30 \text{ J})}{(0,200 \text{ kg})} = 150 \text{ Jkg}^{-1}$$

**21** Calcula el trabajo realizado al trasladar una carga de +2 mC desde un punto A de potencial  $V_A = 50 \text{ kV}$  hasta el punto B de potencial  $V_B = 30 \text{ kV}$ .

Como el trabajo se emplea en variar la energía potencial, se determina así:

$$W_{A \rightarrow B} = E_{pA} - E_{pB} = q(V_A - V_B) \\ W_{A \rightarrow B} = (2 \cdot 10^{-3} \text{ C}) \cdot (5 \cdot 10^4 \text{ V} - 3 \cdot 10^4 \text{ V}) = 40 \text{ J}$$

## ACTIVIDADES

**31.** Calcula el valor del potencial gravitatorio en un punto de un campo gravitatorio donde una pequeña esfera de 10 g tiene una energía potencial de 2 J.

**Solución**  $200 \text{ Jkg}^{-1}$

**32.** Calcula la diferencia de potencial entre dos puntos si se realiza un trabajo de  $2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$  para transportar una carga de  $+4 \mu\text{C}$  desde el uno hasta el otro.

**Solución:** 500 V

## Ten en cuenta

Tanto la energía potencial como el potencial son magnitudes escalares, cuyo valor se expresa mediante un número con signo.

— Los potenciales eléctricos creados por cargas positivas son positivos, y los creados por cargas negativas son negativos.

— Los potenciales gravitatorios siempre son negativos, debido a que la energía potencial gravitatoria siempre es negativa. Sin embargo, asignando el valor cero a la energía potencial de los cuerpos sobre la superficie terrestre, cualquier cuerpo en un punto elevado una altura  $h$  sobre la superficie tendrá una energía potencial positiva, y un potencial positivo.

# 7 Potencia mecánica

Algunas veces interesa conocer, al realizar un mismo trabajo, qué sistema será más eficaz.

REFLEXIONA

Una persona sube una carga compuesta por 24 *tetra briks* de leche hasta una altura de 1 m. Para ello los va subiendo de uno en uno.



Una carretilla elevadora sube la misma carga de 24 *tetra briks* de leche hasta la misma altura de 1 m.



¿Han realizado el mismo trabajo la persona y la máquina? ¿Cuál de las dos formas es más eficaz o se ha realizado con más potencia?

## Te interesa saber



Si planchas 2 h con una plancha de 1000 W de potencia, la energía consumida es 2 kWh. Esto nos supone un gasto de 0,336 € si el coste de 1 kWh es de 0,168 €.

Para saber qué sistema ha sido más eficaz utilizamos el concepto de **potencia mecánica** que mide la rapidez con que se transfiere la energía de un sistema a otro. En este ejemplo, la carretilla realiza el mismo trabajo en menos tiempo que la persona, por lo que desarrolla más potencia.

La **potencia media**,  $P_m$ , se define como el trabajo realizado por unidad de tiempo:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t}$$

### ► Unidades de potencia y energía

En el SI la unidad de potencia es el **vatio (W)**, que equivale a un julio por segundo. Se utilizan con mucha frecuencia:

kilovatio: 1 kW =  $10^3$  W    megavatio: 1 MW =  $10^6$  W    caballo de vapor: 1 CV = 735 W

El **kilovatio-hora (kWh)** es una unidad de energía y de trabajo, no de potencia. Equivale a la energía consumida o suministrada en 1 h por un dispositivo de 1 kW de potencia. Su equivalencia en julios es: 1 kWh = (1 kW)(1 h) =  $(1000 \text{ J s}^{-1})(3600 \text{ s}) = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$

## EJERCICIOS RESUELTOS

**22** Un atleta de 90 kg sube a velocidad constante una cuerda vertical de 6,0 m de longitud en un tiempo de 12 s. Calcula:

- El trabajo realizado.
- La potencia media desarrollada por el atleta.
- El trabajo es igual al incremento de energía potencial:

$$W = \Delta E_p = mg \Delta h = (90 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(6,0 \text{ m}) = 5,3 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- La potencia desarrollada por el atleta en los 12 s de carrera es:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} = \frac{5,3 \cdot 10^3 \text{ J}}{12 \text{ s}} = 4,4 \cdot 10^2 \text{ W}$$

**23** Una persona eleva un fardo de 25 kg hasta una altura de 6,0 m en 30 s utilizando una polea. Una grúa tarda 1,0 s en hacerlo. Halla:

- El trabajo realizado por la persona y por la grúa.
- La potencia que ha aplicado cada una.
- El trabajo realizado es el incremento de la energía potencial:

$$W = \Delta E_p = mg \Delta h = (25 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(6,0 \text{ m}) = 1,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- La potencia desarrollada por la persona y de la grúa es:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ J}}{30 \text{ s}} = 50 \text{ W}; \quad P_m = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 1,5 \text{ kW}$$

## ACTIVIDADES

**33.** Un bombero de 90 kg sube en 15 s hasta una altura de 20 m. Halla la potencia que ha desarrollado expresada en kW y en CV.

**Solución:** a) 1,2 kW; 1,6 CV

**34.** El motor de una excavadora lleva la indicación  $4 \cdot 10^2$  CV. Halla qué trabajo realiza la máquina cada hora de funcionamiento.

**Solución:**  $1,1 \cdot 10^9 \text{ J}$

## ► Potencia instantánea

Hay situaciones en las que para desarrollar un determinado nivel de potencia necesitamos incrementar la velocidad a costa de la fuerza, o al revés porque resulte más conveniente.

OBSERVA



En un tractor de 200 CV interesa emplear la potencia en aumentar más la fuerza que la velocidad.



En un coche de Fórmula 1 de 200 CV se busca emplear la potencia en aumentar más la velocidad que la fuerza.

El trabajo realizado por una fuerza constante,  $\vec{F}$ , que actúa sobre un cuerpo en la misma dirección que el desplazamiento que produce,  $\Delta\vec{r}$ , es:

$$W = F\Delta r \cos 0^\circ = F\Delta r$$

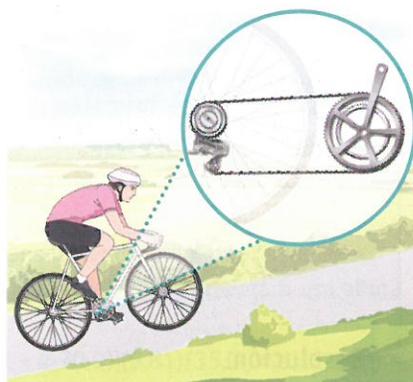
La **potencia media** se puede expresar en función de la velocidad media,  $v_m$ , del móvil:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F\Delta r}{\Delta t} = Fv_m$$

La **potencia instantánea** se obtiene considerando un intervalo de tiempo muy pequeño ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) y es igual al producto de la fuerza aplicada por la velocidad:

$$P = Fv$$

## Ten en cuenta



Un ciclista debe disminuir su velocidad para subir una cuesta utilizando piñones más grandes. Así ejerce mayor fuerza.

## EJERCICIOS RESUELTOS

**24** Una polea eléctrica eleva una caja de 60 kg desde el suelo hasta una altura de 18 m a una velocidad constante de  $1,2 \text{ ms}^{-1}$ . Calcula:

a) La potencia desarrollada por la polea (en kW y en CV).

b) El trabajo realizado.

a) La fuerza de la polea sobre la caja es igual al peso de esta pero de sentido contrario.

$$\text{La potencia aplicada es: } P = Fv = (mg)v = (60 \text{ kg})(9,8 \text{ ms}^{-2})(1,2 \text{ ms}^{-1}) = 7,1 \cdot 10^2 \text{ W}$$

La potencia en las unidades indicadas es:

$$P = (7,1 \cdot 10^2 \text{ W}) \cdot \frac{(10^{-3} \text{ kW})}{(1 \text{ W})} = 0,71 \text{ kW}; P = (7,1 \cdot 10^2 \text{ W}) \cdot \frac{(1 \text{ CV})}{(735 \text{ W})} = 0,97 \text{ CV}$$

b) El tiempo que tarda la polea en elevar la caja es:  $\Delta t = \frac{\Delta e}{v} = \frac{18 \text{ m}}{1,2 \text{ ms}^{-1}} = 15 \text{ s}$

$$\text{El trabajo realizado es: } W = P\Delta t = (7,1 \cdot 10^2 \text{ W})(15 \text{ s}) = 1,1 \cdot 10^4 \text{ J}$$

## ACTIVIDADES

**35.** Comprueba en el ejercicio resuelto anterior que el trabajo realizado por la polea eléctrica es igual al incremento de la energía potencial de la caja. ¿Cuánto vale el trabajo realizado por el peso de la caja?

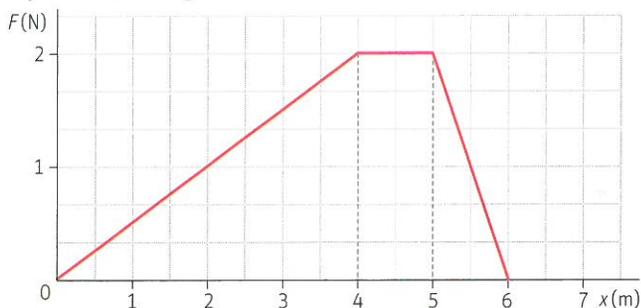
**Solución:**  $-1,1 \cdot 10^4 \text{ J}$

**36.** Un coche emplea una potencia de  $1,2 \cdot 10^2 \text{ CV}$  de potencia cuando se desplaza por una carretera horizontal con una velocidad constante de  $80 \text{ km h}^{-1}$ . Calcula la fuerza aplicada por el motor del coche.

**Solución:**  $4,0 \cdot 10^3 \text{ N}$

## Interpretación gráfica del trabajo

- 25** Un bloque de 0,25 kg se encuentra en reposo en el origen de coordenadas. Se aplica sobre él una fuerza que actúa en la dirección del eje  $X$  y cuyo valor en función de la posición se representa en la gráfica.



Calcula la velocidad del bloque en las posiciones  $x = 4,0$  m,  $x = 5,0$  m y  $x = 6,0$  m. Se considera que no hay rozamientos.

### Consideraciones iniciales

- En el caso de fuerzas variables, el trabajo se puede calcular gráficamente si se conoce cómo varía la fuerza con la posición.
- Si no hay rozamientos, el trabajo realizado sobre un cuerpo se invierte en incrementar su energía mecánica.

### Resolución

El bloque no varía su energía potencial a lo largo del recorrido. Por tanto, el trabajo realizado por la fuerza aplicada se invierte en incrementar su energía cinética.

Entre las posiciones  $x = 0$  y  $x = 4,0$  m, el trabajo es igual al área correspondiente:

$$W_{0 \rightarrow 4} = \frac{1}{2}(2,0 \cdot 4,0) = 4,0 \text{ J}$$

Por tanto:

$$W_{0 \rightarrow 4} = \Delta E_{c,0 \rightarrow 4} = E_{c,4} - E_{c,0}$$

$$4,0 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot (0,25 \text{ kg}) v_4^2 \Rightarrow v_4 = 5,7 \text{ ms}^{-1}$$

Entre las posiciones  $x = 0$  y  $x = 5$  m, el trabajo es:

$$W_{0 \rightarrow 5} = W_{0 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 5} = 4,0 + 1,0 \cdot 2,0 = 6,0 \text{ J}$$

Por tanto:

$$W_{0 \rightarrow 5} = \Delta E_{c,0 \rightarrow 5} = E_{c,5} - E_{c,0}$$

$$6,0 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot (0,25 \text{ kg}) v_5^2 \Rightarrow v_5 = 6,9 \text{ ms}^{-1}$$

Entre las posiciones  $x = 0$  y  $x = 6,0$  m, el trabajo es:

$$W_{0 \rightarrow 6} = W_{0 \rightarrow 5} + W_{5 \rightarrow 6} = 6,0 + \frac{1}{2}(1,0 \cdot 2,0) = 7,0 \text{ J}$$

Por tanto:

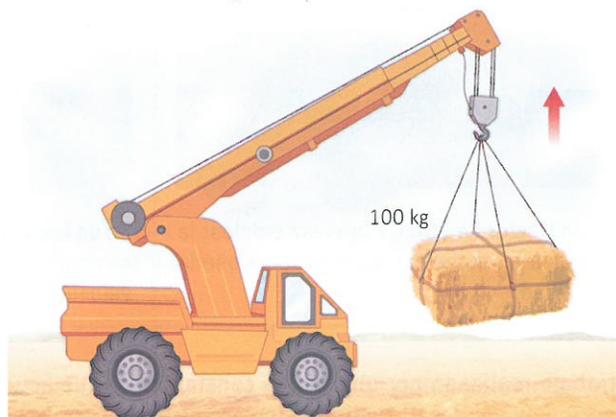
$$W_{0 \rightarrow 6} = \Delta E_{c,0 \rightarrow 6} = E_{c,6} - E_{c,0}$$

$$7,0 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot (0,25 \text{ kg}) v_6^2 \Rightarrow v_6 = 7,5 \text{ ms}^{-1}$$

## Potencia mecánica y rendimiento

- 26** Una grúa eleva un fardo de  $1,00 \cdot 10^2$  kg desde el suelo hasta una altura de 2,50 metros durante 2,00 s a una velocidad constante. Calcula:

- La potencia que desarrolla la grúa expresada en kW y en CV.
- El trabajo realizado.
- El rendimiento de la grúa si ha consumido  $4,00 \cdot 10^3$  J.



### Consideraciones iniciales

- Si se conocen la velocidad y la fuerza, se puede calcular la potencia instantánea.
- Con los datos del trabajo útil de elevar el fardo los 2,50 m de altura y la energía consumida por la grúa, podemos calcular el rendimiento de la máquina.

### Resolución

- a)** La velocidad a la que sube el fardo es:

$$v = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{(2,50 \text{ m})}{(2,00 \text{ s})} = 1,25 \text{ ms}^{-1}$$

La fuerza  $F$  que aplica la grúa al fardo es igual al peso de este pero de sentido contrario. Por tanto, la potencia es:

$$P = Fv = (1,00 \cdot 10^2 \text{ kg})(9,81 \text{ ms}^{-2})(1,25 \text{ ms}^{-1}) = 1,23 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$P = 1,23 \text{ kW}$$

Convertimos las unidades a CV:

$$P = 1,23 \cdot 10^3 \text{ W} = (1,23 \cdot 10^3 \text{ W}) \cdot \frac{(1,00 \text{ CV})}{(7,35 \cdot 10^2 \text{ W})} = 1,67 \text{ CV}$$

- b)** El trabajo que realiza la grúa en subir el fardo lo calculamos mediante la expresión:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = P \Delta t = (1,23 \cdot 10^3 \text{ W})(2,00 \text{ s}) = 2,46 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- c)** Con el dato anterior de trabajo útil y el dato de energía suministrada del enunciado:

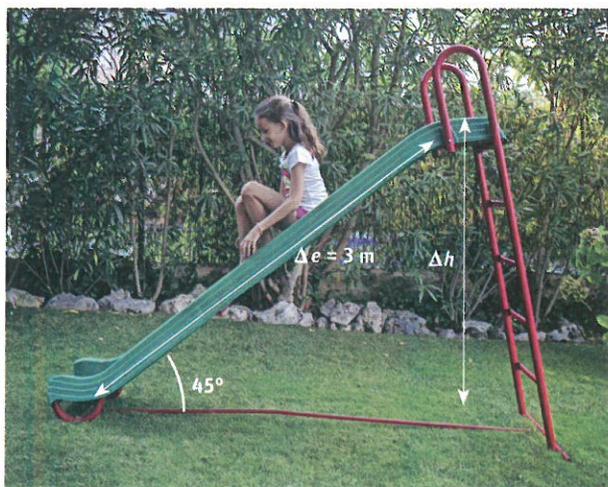
$$r(\%) = \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}} \cdot 100 = \frac{2,46 \cdot 10^3 \text{ J}}{4,00 \cdot 10^3 \text{ J}} \cdot 100 = 61,5 \%$$

**CONCLUSIONES:** No toda la energía suministrada se convierte en trabajo útil ya que se disipa caloríficamente.

## Conservación y disipación de la energía mecánica

27 Una niña de 30,0 kg inicia su descenso desde el punto más alto de un tobogán de 3,00 m de longitud y 45,0° de inclinación respecto al suelo horizontal. El coeficiente de rozamiento cinético es 0,30. Cuando la niña llega al suelo, calcula:

- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
- La energía mecánica disipada.
- La variación de la energía cinética.
- La velocidad de la niña.



### Consideraciones iniciales

- Si existen rozamientos, la energía mecánica no se conserva: la energía disipada es igual al trabajo de la fuerza de rozamiento.

### Resolución

a) La fuerza de rozamiento es:

$$f_r = \mu(mg) \cos \alpha = 0,30 \cdot (30,0)(9,81) \cdot \cos 45,0^\circ = 62,4 \text{ N}$$

El trabajo debido al rozamiento es:

$$W = f_r \Delta e \cos 180^\circ = -(62,4 \text{ N})(3,00 \text{ m}) = -187 \text{ J}$$

b) Por tanto, la energía mecánica disipada es -187 J.

c) La niña desciende una altura:  $h = 3,00 \text{ m} \sin 45,0^\circ = 2,12 \text{ m}$ . Por tanto, la variación de energía potencial es:

$$\Delta E_p = mg\Delta h = (30 \text{ kg})(9,81 \text{ ms}^{-2})[(0 - 2,12) \text{ m}] = -624 \text{ J}$$

Con esto se puede calcular la variación de energía cinética:

$$\Delta E_M = \Delta E_p + \Delta E_c = W_f$$

$$\Delta E_c = W_f - \Delta E_p = -(-187 \text{ J}) - (-624 \text{ J}) = 437 \text{ J}$$

d) La velocidad final de la niña es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (437 \text{ J})}{30,0 \text{ kg}}} = 5,40 \text{ ms}^{-1}$$

**CONCLUSIONES:** Las fuerzas no conservativas realizan un trabajo que se encargan en disminuir o disipar la energía mecánica del sistema, por eso no se transforma toda la energía potencial del sistema en energía cinética durante el descenso.

28 En la atracción llamada "Lanzadera", en una primera fase, el elevador sube con velocidad uniforme hasta la cumbre. Una vez arriba se detiene unos instantes y se deja caer libremente hasta que actúa el sistema de frenado que lo detiene por completo.

Supón que te subes en una de estas atracciones con una altura real de 45,0 m y una caída libre de 25,0 m.

El elevador tiene una masa de  $1,50 \cdot 10^3 \text{ kg}$  y en él caben cuatro personas de masa media 70,0 kg.

- Cuando se encuentra a 35,0 m del suelo, ¿cuál es la energía mecánica total si sube a una velocidad de  $2,10 \text{ ms}^{-1}$ ?
- ¿Qué energías cinética y potencial tiene el elevador en el punto más alto?
- ¿Cuáles son estas energías cuando se encuentra a 35,0 m del suelo? ¿Es la misma que cuando sube? ¿Por qué?
- ¿Qué energía disipa el sistema de frenado?

### Consideraciones iniciales

- En muchos casos, la resolución de un problema mediante la aplicación de los principios de la dinámica es muy compleja; en cambio, es fácil si se sigue un procedimiento energético.

### Resolución

a) La energía potencial cuando está la lanzadera a esa altura respecto al suelo es:

$$E_p = mgh = [(1,50 \cdot 10^3 + 4 \cdot 70,0)](9,81)(35,0) = 6,11 \cdot 10^5 \text{ J}$$

La energía cinética en ese punto es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1,78 \cdot 10^3 \text{ kg})(2,10 \text{ ms}^{-1})^2 = 3,92 \cdot 10^3 \text{ J}$$

La energía mecánica total es:

$$E_T = E_c + E_p = (6,11 \cdot 10^5 + 3,92 \cdot 10^3) \text{ J} = 6,15 \cdot 10^5 \text{ J}$$

b) La energía potencial en el punto más alto es:

$$E_p = mgh = [(1,78 \cdot 10^3 \text{ kg})](9,81 \text{ ms}^{-2})(45,0 \text{ m}) = 7,86 \cdot 10^5 \text{ J}$$

La energía cinética en ese punto es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1,78 \cdot 10^3 \text{ kg})(0 \text{ ms}^{-1})^2 = 0 \text{ J}$$

c) Cuando se encuentra a 35,0 m del suelo ha caído 10,0 m:

$$v = \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{2(9,81 \text{ ms}^{-2})(10,0 \text{ m})} = 14,0 \text{ ms}^{-1}$$

La energía potencial es la misma que cuando subía, ya que está a la misma altura. Sin embargo, la  $E_c$  ahora es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1,78 \cdot 10^3 \text{ kg})(14,0 \text{ ms}^{-1})^2 = 1,75 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Evidentemente no coincide con la que llevaba al subir porque sobre el elevador actuaba el motor, no solo el campo gravitatorio.

Por tanto, no tiene por qué verificarse el teorema de conservación de la energía mecánica.

d) La energía total del elevador es:

$$E_T = E_c + E_p = (6,11 \cdot 10^5 + 1,75 \cdot 10^5) \text{ J} = 7,86 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Debe disipar la energía total del elevador,  $7,86 \cdot 10^5 \text{ J}$ .

## ACTIVIDADES

### Trabajo y energía

37. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- La energía potencial de un objeto situado sobre el suelo es cero.
- Si un móvil se mueve con velocidad constante, su energía potencial gravitatoria no varía.
- La fuerza centrípeta realiza un trabajo nulo sobre un móvil con movimiento circular uniforme.
- La energía cinética de un cuerpo depende de su masa.
- Si sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas, su energía cinética se mantiene constante.
- El kWh se utiliza como unidad de potencia mecánica.

38. Un automóvil circula a velocidad constante de  $1,2 \cdot 10^2 \text{ kmh}^{-1}$ . Calcula a qué altura sobre el suelo habría que situarlo para que su energía potencial fuese igual a la energía cinética que tiene a esa velocidad. ¿Equivale el impacto del coche contra un muro a esa velocidad al impacto contra el suelo si cayera desde esta altura?

Solución: 57 m

39. Una vagoneta de  $2,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$  de masa se mueve prácticamente sin fricción sobre unos raíles horizontales a  $20 \text{ kmh}^{-1}$ . Calcula el trabajo necesario para:

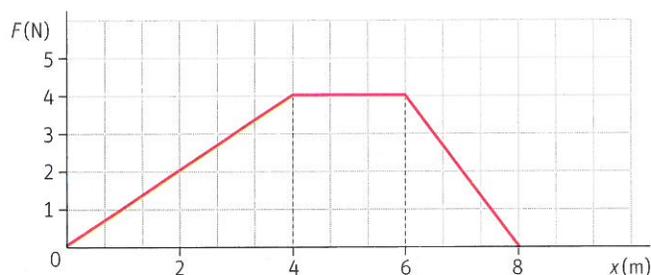
- Duplicar su velocidad.
- Mantener su velocidad constante.
- Detenerla completamente.

Solución: a)  $9,3 \cdot 10^3 \text{ J}$ ; b) 0 J; c)  $-3,1 \cdot 10^3 \text{ J}$

40. Calcula cuánto se incrementa la energía potencial gravitatoria de una persona de 80 kg que sube seis pisos de un edificio si la altura de cada piso es 2,8 m. ¿Es esa la energía que consume en la subida?

Solución:  $1,3 \cdot 10^4 \text{ J}$

41. Una esfera de 0,20 kg de masa se desplaza en la dirección del eje X. Al pasar por la posición  $x = 0 \text{ m}$  lleva una velocidad de  $2,0 \text{ ms}^{-1}$  y comienza a actuar sobre ella una fuerza variable con la posición, según se indica en la gráfica.



Calcula:

- El trabajo realizado por la fuerza.
- La energía cinética de la esfera en la posición  $x = 8,0 \text{ m}$ .
- Su velocidad en esa posición.
- La variación de energía potencial entre las posiciones  $x = 0 \text{ m}$  y  $x = 8,0 \text{ m}$ .

Solución: a) 20 J; b) 20,4 J; c)  $14 \text{ ms}^{-1}$ ; d) 0 J

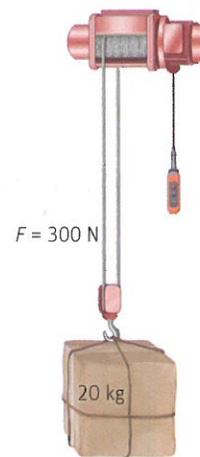
42. Un muelle se alarga 5,0 cm al colgar de su extremo un peso de  $5,0 \cdot 10^2 \text{ g}$ . Calcula:

- La constante recuperadora del muelle.
- La energía potencial elástica almacenada en esa posición.

Solución: a)  $98 \text{ Nm}^{-1}$ ; b) 0,12 J

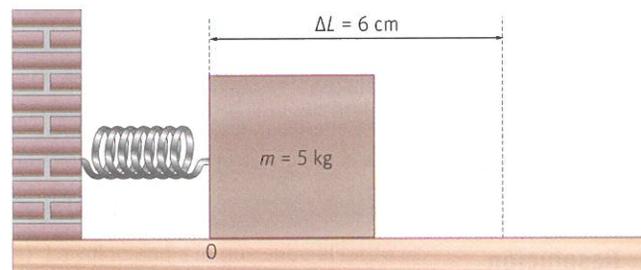
43. El cable de una polea eléctrica aplica una fuerza vertical hacia arriba de  $3,0 \cdot 10^2 \text{ N}$  sobre un fardo de 20 kg de masa, inicialmente en reposo, para elevarlo una altura de 15 m como puedes ver en la imagen. Determina:

- El trabajo realizado por la fuerza aplicada.
- El trabajo realizado por el peso.
- La energía cinética que adquiere el fardo.
- Su velocidad cuando se encuentra a 15 m de altura.



Solución: a)  $4,5 \cdot 10^3 \text{ J}$ ; b)  $-2,9 \cdot 10^3 \text{ J}$ ; c)  $1,6 \cdot 10^6 \text{ J}$ ; d)  $12 \text{ ms}^{-1}$

44. Un cuerpo de 5,0 kg comprime 6,0 cm un resorte de constante recuperadora  $8,0 \cdot 10^2 \text{ Nm}^{-1}$ . Cuando se libera el resorte impulsa el cuerpo por una mesa horizontal sin rozamiento.



Calcula la velocidad final del cuerpo.

Solución:  $0,76 \text{ ms}^{-1}$

45. Un tenista ejerce una fuerza de 45 N a lo largo de un recorrido de 50 cm. La pelota tiene una masa de 52 g. Calcula:

- El trabajo realizado sobre la pelota.
- La variación de energía mecánica de la pelota.
- La variación de su energía cinética si no ha habido variación de altura de la pelota tras aplicar la fuerza.
- La velocidad final de la pelota, en  $\text{kmh}^{-1}$ .

Solución: a) 23 J; b) 23 J; c) 23 J; d)  $1,1 \cdot 10^2 \text{ kmh}^{-1}$

### Trabajo y potencia

46. Calcula qué trabajo, expresado en kWh, puede realizar una excavadora de  $6,0 \cdot 10^2 \text{ CV}$  cada minuto de funcionamiento.

Solución: 7,4 kWh

47. Se utiliza un montacargas para elevar una caja de  $1,0 \cdot 10^2 \text{ kg}$  hasta una altura de 20 m en 15 s. ¿Cuál es la potencia mínima que debe tener el motor que mueve el montacargas?

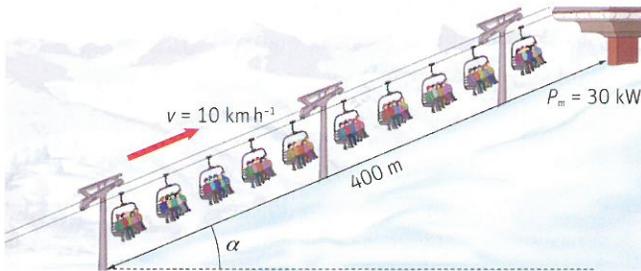
Solución:  $1,3 \cdot 10^3 \text{ W}$

48. Una persona arrastra mediante una cuerda horizontal una caja por un suelo rugoso a lo largo de 20 m a velocidad constante de  $2,0 \text{ ms}^{-1}$ . La fuerza aplicada es de 6,0 N. Calcula:

- La potencia aplicada por la persona.
- El trabajo realizado por la persona.
- El trabajo debido al rozamiento.

**Solución:** a) 12 W; b) 120 J; c) -120 J

49. Un telesilla sube a 50 esquiadores, que tienen una masa media de 70 kg, por una pendiente de  $4,0 \cdot 10^2 \text{ m}$  de longitud y 25 % de inclinación a una velocidad constante de  $10 \text{ km h}^{-1}$ . La potencia del motor del telesilla es 30 kW.



Calcula:

- La fuerza aplicada al telesilla.
- El trabajo realizado por el motor.
- Los valores de la fuerza de rozamiento y del trabajo debido al rozamiento.

**Solución:** a)  $1,1 \cdot 10^4 \text{ N}$ ; b)  $4,3 \cdot 10^6 \text{ J}$ ; c)  $2,2 \cdot 10^3 \text{ N}$ ;  $-8,9 \cdot 10^5 \text{ J}$

50. Un ciclista de 90 kg (incluida la bicicleta) circula por una pista horizontal a velocidad constante de  $20 \text{ km h}^{-1}$ . El coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo es 0,10. Halla:

- La fuerza que aplica el ciclista sobre la bicicleta.
- La potencia que debe desarrollar.
- La potencia que debería desarrollar si inicia la subida de pendiente 5,0 % manteniendo la misma velocidad.

**Solución:** a) 88 N; b)  $4,9 \cdot 10^2 \text{ W}$ ; c)  $7,3 \cdot 10^2 \text{ W}$

51. El motor de un automóvil de  $1,5 \cdot 10^3 \text{ kg}$  tiene que aplicar una potencia de 50 CV para circular por una carretera horizontal a una velocidad constante de  $1,0 \cdot 10^2 \text{ km h}^{-1}$ .

- ¿Cuál es el valor de la fuerza de rozamiento entre las ruedas y el suelo?
- ¿Qué potencia en CV debe aplicar el motor para subir una pendiente del 10 % manteniendo esa velocidad?
- ¿Y para descender por ella a la misma velocidad?

**Solución:** a)  $1,3 \cdot 10^3 \text{ N}$ ; b)  $1,1 \cdot 10 \text{ CV}$ ; c) 5,7 CV

52. El agua de un embalse cae desde 20 m de altura sobre los álabes de una turbina con un caudal de  $4,0 \cdot 10^2 \text{ L s}^{-1}$ . Calcula el rendimiento de la turbina si su potencia útil es 60 CV.

**Solución:** 56 %

53. La potencia de una tuneladora es 6,0 MW.

- ¿Cuál es el valor de la potencia expresada en CV?
- ¿Qué trabajo realiza la tuneladora en un día de funcionamiento continuo?

**Solución:** a)  $8,2 \cdot 10^3 \text{ CV}$ ; b)  $5,2 \cdot 10^{11} \text{ J}$

## Conservación y disipación de la energía mecánica

54. Una pelota de 25,0 g se deja caer desde una altura de 1,20 m y rebota hasta una altura de 1,05 m.

- ¿Cuál es la energía cinética de la pelota al impactar contra el suelo?
- ¿Qué porcentaje de la energía mecánica de la pelota se ha disipado en el bote?
- ¿Qué altura alcanzará tras el segundo bote?

**Solución:** a) 0,29 J; b) 12,5 %; c) 0,92 m

55. Se deja caer una bola de acero de 5,0 kg de masa desde una altura de 3,0 m sobre arena húmeda. La bola se introduce 20 cm en la arena. Calcula:

- La disminución de energía mecánica de la bola.
- La fuerza de resistencia ejercida por la arena.

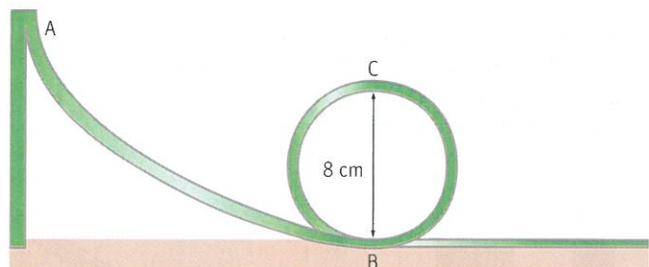
**Solución:** a)  $1,6 \cdot 10^2 \text{ J}$ ; b)  $7,8 \cdot 10^2 \text{ N}$

56. Un automóvil de  $1,2 \cdot 10^3 \text{ kg}$ , que se mueve con una velocidad constante de  $60 \text{ km h}^{-1}$  por una carretera horizontal, aplica los frenos al ver un obstáculo y consigue frenar en 60 m. Determina:

- La disminución de la energía cinética del automóvil a consecuencia del frenado.
- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
- El valor del coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo durante el frenado.
- La potencia desarrollada por el motor del automóvil expresada en CV.

**Solución:** a)  $1,7 \cdot 10^5 \text{ J}$ ; b)  $-1,7 \cdot 10^5 \text{ J}$ ; c) 0,24; d) 63 CV

57. La vagoneta de una montaña rusa tiene una masa total de  $3,0 \cdot 10^2 \text{ kg}$ . En el punto (A) más alto de una pendiente tiene velocidad prácticamente nula. Al llegar al punto (B) más bajo de la pendiente inicia un bucle vertical de 8,0 m de diámetro.



- ¿Qué velocidad debe llevar la vagoneta en el punto más alto del bucle (C) para dar el giro vertical completo?
- Para esa velocidad, halla la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica de la vagoneta en el punto C (se considera como nivel cero de energías potenciales el punto B).
- ¿Cuál debe ser la velocidad de la vagoneta en el punto B?
- ¿A qué altura sobre el punto B debe encontrarse el punto A?
- ¿Tiene influencia la inclinación de la pendiente? ¿Por qué?

**Solución:** a)  $6,3 \text{ ms}^{-1}$ ; b)  $5,9 \cdot 10^3 \text{ J}$ ;  $2,4 \cdot 10^4 \text{ J}$ ;  $2,9 \cdot 10^4 \text{ J}$ ; c)  $14 \text{ ms}^{-1}$ ; d) 10 m

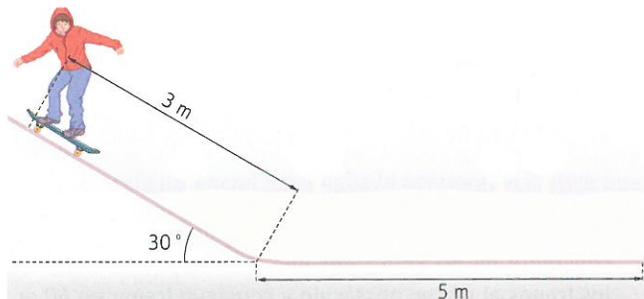
## ACTIVIDADES

58. Un tren de  $2,5 \cdot 10^2$  t, sube una pendiente del 1,2 % de inclinación y 2,0 km de longitud a velocidad constante de  $50 \text{ km h}^{-1}$ . La fuerza de rozamiento es el 1,0 % del peso del tren. Halla:

- La variación de energía mecánica del tren.
- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
- El trabajo realizado por la locomotora y su potencia.

**Solución:** a)  $5,9 \cdot 10^7 \text{ J}$ ; b)  $-4,9 \cdot 10^7 \text{ J}$ ; c)  $1,1 \cdot 10^8 \text{ J}$ ;  $7,9 \cdot 10^5 \text{ W}$

59. Un niño de 20 kg cae con su monopatín desde el punto más alto de un plano inclinado de  $30^\circ$  y 3,0 m de longitud. Luego se desliza 5,0 m por un plano horizontal hasta detenerse. El coeficiente de rozamiento es el mismo en ambos planos.



- ¿Cuál ha sido el trabajo de las fuerzas de rozamiento?
- ¿Qué cantidad de  $E_M$  se ha disipado en los dos planos?
- ¿Qué velocidad llevaba al final del plano inclinado?
- ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento?

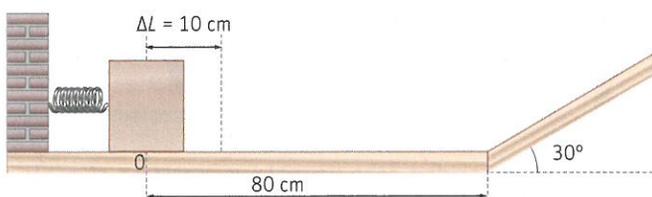
**Solución:** a)  $-2,9 \cdot 10^2 \text{ J}$ ; b)  $-1,0 \cdot 10^2 \text{ J}$ ,  $-1,9 \cdot 10^2 \text{ J}$ ; c)  $4,4 \text{ m s}^{-1}$ ; d) 0,20

60. Un proyectil de 40 g de masa impacta contra un bloque de madera con una velocidad de  $3,0 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-1}$  y penetra en él una distancia de 9,0 cm. Calcula:

- El trabajo de la fuerza de resistencia de la madera y la energía mecánica disipada.
- La resistencia que ofrece la madera al proyectil.

**Solución:** a)  $-1,8 \cdot 10^3 \text{ J}$ ;  $1,8 \cdot 10^3 \text{ J}$ ; b)  $2,0 \cdot 10^4 \text{ N}$

61. Un bloque de 2,0 kg comprime 10 cm un muelle. Cuando se libera el muelle ( $k = 8,0 \cdot 10^2 \text{ N m}^{-1}$ ), impulsa al cuerpo por un plano horizontal de 80 cm de longitud y, a continuación, por un plano inclinado  $30^\circ$  ( $\mu = 0,10$  en ambos planos). Halla:



- La  $E_p$  elástica almacenada por el muelle comprimido.
- El trabajo debido a  $f_r$  en el plano horizontal.
- La velocidad del bloque al iniciar la subida del plano inclinado.
- La distancia que recorre por el plano inclinado.
- El trabajo debido a la fuerza de rozamiento en el plano inclinado durante la subida del bloque.
- La velocidad del bloque cuando llega de nuevo a la base del plano inclinado tras descender por él.

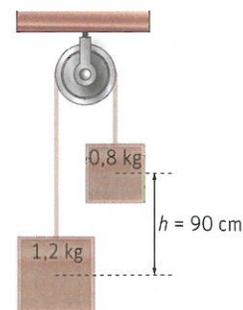
**Solución:** a) 4,0 J; b) -1,6 J; c)  $1,6 \text{ m s}^{-1}$ ; d) 0,21 m; e) -0,36 J; f)  $1,3 \text{ m s}^{-1}$

62. Una vivienda se abastece de agua de un pozo. Mediante una pequeña bomba de  $4,5 \cdot 10^2 \text{ W}$  de potencia nominal se sube el agua desde el pozo al depósito, cuya entrada está situada a una altura de 20 m sobre el nivel del pozo. Cada día, la bomba funciona durante 10 min y trasvasa  $9,0 \text{ dL s}^{-1}$  de agua.

- ¿Qué masa de agua pasa del pozo al depósito cada día?
- ¿Cuál es el incremento de energía potencial de esa masa de agua?
- ¿Qué cantidad de energía eléctrica consume diariamente la bomba?
- ¿Cuál es el rendimiento de la bomba?

**Solución:** a) 540 kg; b)  $1,1 \cdot 10^5 \text{ J}$ ; c)  $2,7 \cdot 10^5 \text{ J}$ ; d) 39 %

63. Dos pesas de 0,8 kg y 1,2 kg que inicialmente se encuentran a la misma altura, penden de una cuerda que pasa por la garganta de una polea de masa despreciable.



Calcula, mediante el principio de conservación de la energía, la velocidad de las pesas cuando su diferencia de alturas sea 90 cm.

**Solución:**  $1,3 \text{ m s}^{-1}$

64. Una bola de 0,1 kg se deja caer desde  $1,6 \cdot 10^2 \text{ cm}$  de altura sobre un muelle situado verticalmente cuya constante recuperadora es  $1,2 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-1}$ . Calcula:

- La velocidad de la bola al impactar contra el muelle.
- La longitud que se comprime el muelle.
- La energía elástica del muelle comprimido.
- La variación de la energía mecánica de la bola desde su posición inicial hasta que queda momentáneamente en reposo junto al muelle.

**Solución:** a)  $5,6 \text{ m s}^{-1}$ ; b)  $5,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ ; c) 1,6 J; d) -1,6 J

smSaviadigital.com

65. En esta dirección encontrarás información sobre la energía geotérmica.

- ¿Cuál es el origen de la energía geotérmica?
- ¿Qué es el gradiente geotérmico? ¿Cuál es su valor?

66. Aquí encontrarás información general sobre las energías renovables, y en particular, sobre las marinas.

- ¿Qué es la energía undimotriz?
- ¿Cuándo se patentó el primer convertidor de esta energía?
- ¿Qué es la energía eólica marina? ¿Qué ventajas presenta frente a la eólica terrestre?
- ¿Hay proyectos en España sobre energía undimotriz y sobre energía eólica marina?

RESUELVE

smSaviadigital.com VALORA LO APRENDIDO > Realiza estas actividades de autoevaluación para comprobar los conocimientos adquiridos.

## LA FÍSICA Y... UN CONSUMO SOSTENIBLE DE LA ENERGÍA

Las sociedades actuales utilizan la energía para todas sus actividades. La mejora de la calidad de vida y el incremento del desarrollo económico requieren un consumo energético creciente, pero la energía es cara y escasa, lo que ha originado un problema energético. Las reservas de fuentes no renovables (combustibles fósiles y uranio) son limitadas, su extracción será cada vez más costosa y porque estarán concentradas en zonas determinadas. La energía procedente de fuentes renovables supone aún una fracción limitada del consumo energético global. Se plantea así la cuestión de la sostenibilidad del consumo de energía.

El actual modelo de desarrollo económico, basado en el uso de fuentes no renovables de energía, ha tenido un impacto ambiental negativo: contaminación atmosférica, efecto invernadero y almacenamiento de residuos radiactivos de larga duración.



La Comisión Mundial sobre el Medio Ambiente y el Desarrollo determinó en 1987 que el desarrollo sostenible es aquel que satisface las necesidades de la generación actual sin comprometer la capacidad de futuras generaciones para satisfacer sus propias necesidades. Un futuro sostenible requiere compatibilizar la demanda creciente de energía para el desarrollo económico y el progreso social con el cuidado del medioambiente y con el consumo racional y responsable de la energía.

**Figura 12.3.** Central termosolar de Daggett que produce energía eléctrica a partir de la radiación solar.

Las medidas necesarias para un desarrollo energético sostenible son:

- Adoptar medidas de ahorro energético colectivas e individuales.
- Diversificar las fuentes de energía para lograr un uso equilibrado de las mismas.
- Impulsar las energías renovables, menos contaminantes y prácticamente inagotables.
- Reducir la dependencia energética respecto a otros países mediante el desarrollo de energías autóctonas.
- Cuidar el medioambiente para disminuir el impacto negativo del consumo energético.

La ciencia contribuye al desarrollo de una energía sostenible por varios caminos: desarrollo de nuevas energías, mejora de la tecnología energética, investigaciones para disminuir el impacto ambiental, etc.

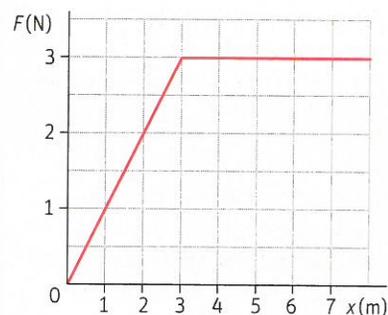


1. Enumera algunas medidas de ahorro energético que puedan adoptarse fácilmente en el hogar.
2. ¿Por qué la sostenibilidad debe abordarse desde una perspectiva global y no es suficiente alcanzarla en cada país?

## Autoevaluación

1. Una persona levanta un peso hasta una cierta altura utilizando planos inclinados de diferente longitud y por tanto, inclinación. En cuál de ellos realiza mayor trabajo si los ángulos de inclinación son:
  - a)  $10^\circ$
  - b)  $60^\circ$
  - c)  $40^\circ$
  - d)  $35^\circ$
2. Razona cuál de las siguientes afirmaciones es la verdadera:
  - a) El kilovatio-hora se puede utilizar como unidad de trabajo.
  - b) La  $E_p$  elástica es una fuerza no conservativa.
  - c) La energía cinética de un cuerpo es directamente proporcional a su velocidad.
  - d) La energía procedente de fuentes renovables es más barata que la procedente de fuentes no renovables.
3. Una persona arrastra una caja de 30,0 kg por un suelo liso que no presenta rozamiento, mediante una cuerda que forma un ángulo de  $30,0^\circ$  con la horizontal. Aplica una fuerza de 80,0 N a lo largo de 6,00 m partiendo del reposo. La velocidad final de la caja es:
  - a)  $1,33 \text{ ms}^{-1}$
  - b)  $2,45 \text{ ms}^{-1}$
  - c)  $5,26 \text{ ms}^{-1}$
  - d)  $8,77 \text{ ms}^{-1}$

4. Determina a partir de la gráfica el trabajo que realiza una fuerza  $F$  que actúa en la dirección del eje  $X$ :



- a) 9,50 J
- b) 19,5 J
- c) 15,0 J
- d) 24,0 J

5. Una persona de 60 kg sube hasta una altura de 12 m utilizando una escala en 12 s. La potencia desarrollada es:
  - a) 0,4 CV
  - b) 0,8 CV
  - c) 1,2 CV
  - d) 1,6 CV
6. Razona cuál de las siguientes afirmaciones es la verdadera:
  - a) Las fuerzas de rozamiento son fuerzas conservativas.
  - b) La  $E_p$  elástica de un muelle depende de su masa.
  - c) El  $W$  que contiene un cuerpo es igual a la  $E_M$  que almacena.
  - d) Las fuerzas conservativas están asociadas a la  $E_p$ .