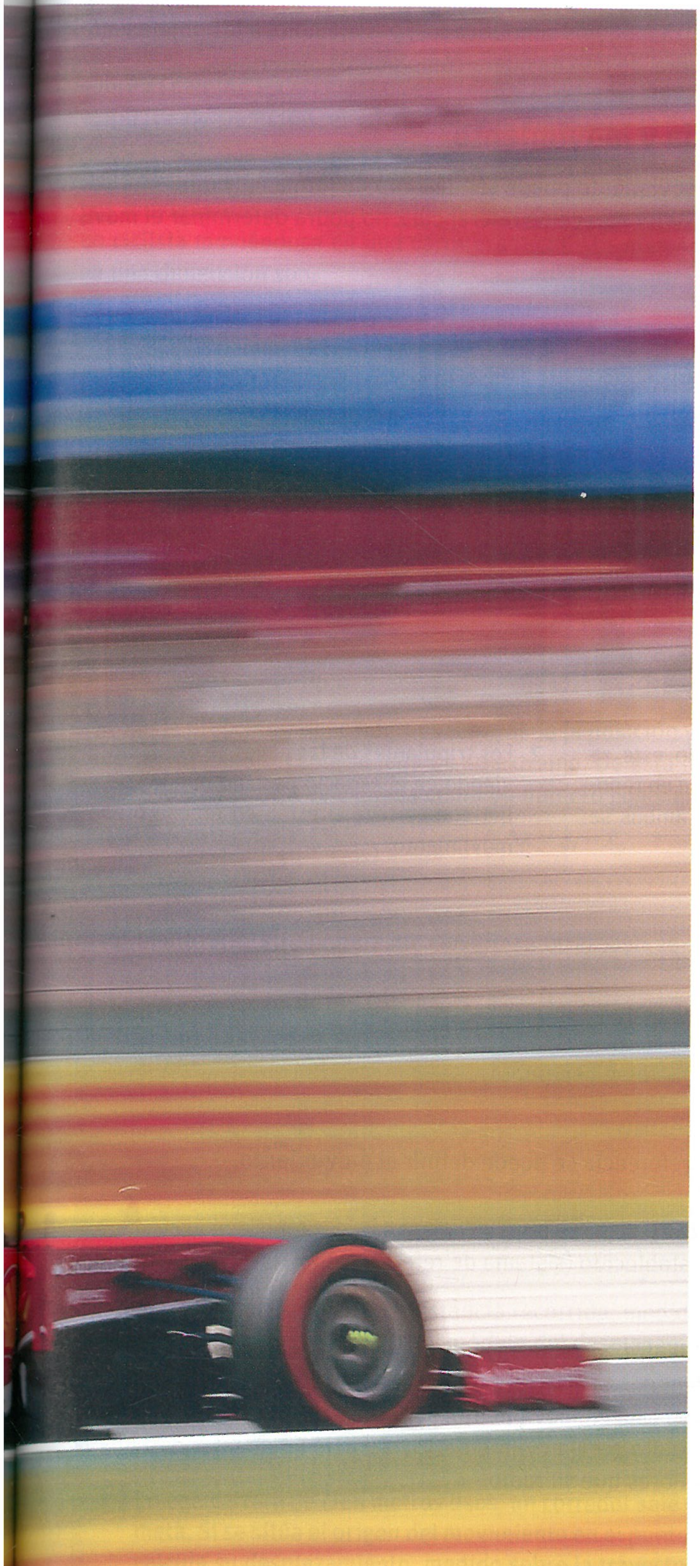
8 El movimiento

Figura 8.1. Circuito de Montmeló. Longitud del circuito: 4655 m. Número de vueltas: 66.

En muchos circuitos, la salida de un gran premio de Fórmula 1 es el momento más decisivo de la prueba. Los pilotos deben maniobrar para evitar chocar y adelantar a sus rivales. De esta manera alcanzarán la mejor posición en la primera curva para mejorar sus posibilidades de ganar la carrera. Esto lo consiguen controlando el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de sus monoplazas, tres conceptos claves en el estudio del movimiento.



Gran Premio de España

1	Fernando Alonso	FERRARI	1:39:16.598
2	Kimi Räikkönen	LOTUS F1 TEAM	1:39:25.594
3	Felipe Massa	FERRARI	1:39:42.645
4	Sebastian Vettel	RED BULL	1:39:54.869
5	Mark Webber	RED BULL	1:40:04.559
6	Nico Rosberg	MERCEDES GP	1:40:24.616

Recuerda y reflexiona

Trayectoria y espacio recorrido

1. En los circuitos como el de la figura 8.1, el punto de salida sirve de referencia para medir el espacio recorrido y la posición de los coches en el circuito. ¿Qué tipo de trayectoria siguen los coches y cómo se puede determinar el espacio total recorrido en la prueba?

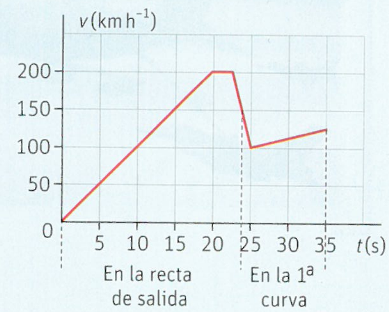
La trayectoria es en general curvilínea, aunque los circuitos tienen tramos rectos (como la recta de salida). Para calcular el espacio recorrido basta con multiplicar el número de vueltas por la longitud del circuito: 307,23 km.

Velocidad y aceleración

2. Observa la gráfica que representa la velocidad del coche desde la salida hasta la primera curva:

a) Indica en qué tramos hay cambio de velocidad.

b) ¿En algún momento el coche no tiene aceleración?



a) Existen tres tramos donde varía la velocidad y, por tanto, el coche tiene aceleración, ya que la recta de la gráfica presenta una pendiente.

En la recta de salida, el coche varía su velocidad hasta los 200 km h^{-1}; tiene aceleración positiva. Luego disminuye su velocidad hasta los 100 km h^{-1}; está frenando, por lo que tiene aceleración negativa. Por último, antes de salir de la curva, aumenta su velocidad hasta los 125 km h^{-1}; tiene aceleración positiva.

b) Hay un pequeño tramo, a los 20 s en la recta de salida, en el que el coche mantiene la velocidad a 200 km h^{-1} y, por lo tanto, no tiene aceleración.

Valores medios e instantáneos

3. Al terminar la carrera, los medios de comunicación suelen dar el tiempo total que ha tardado el ganador en dar todas las vueltas al circuito.

a) Con ese dato y la longitud del circuito ¿podrías calcular la velocidad del coche en la recta? Si no es así, ¿qué velocidad podrías calcular?

b) Determina la velocidad media del primer clasificado si ha empleado 1,68 h en completar las 66 vueltas y compárala con las velocidades instantáneas que aparecen en el circuito. (Fig. 8.1)

a) Con el tiempo total empleado y el espacio recorrido no se puede calcular la velocidad en la recta principal. Solo podríamos calcular su velocidad media.

b) Como el circuito tiene 307,23 km y mirando el tiempo de la tabla, la velocidad media será: v_m = (307,23 km)/(1,68 h) = 187,34 km h^{-1}. No obstante, hay tramos, como la recta de salida y las curvas en los que el piloto alcanza una velocidad diferente a la media.

Carácter vectorial de las magnitudes

4. Algunas curvas se suelen tomar con un valor de velocidad constante. ¿Los coches tienen aceleración en ese momento?

Si te fijas en lo que indica el velocímetro, podría parecer que no tiene aceleración. Sin embargo, la velocidad, representada por un vector, cambia de dirección constantemente en una curva, por lo que sí que existe una aceleración, denominada aceleración normal.

1 El movimiento y su descripción

La **cinemática** es la parte de la Física que describe el movimiento de un objeto sin ocuparse de las causas que lo producen. Utiliza modelos simplificados; por ejemplo, a los objetos móviles, cuando su tamaño es irrelevante, se les considera como puntos materiales.

smSaviadigital.com OBSERVA

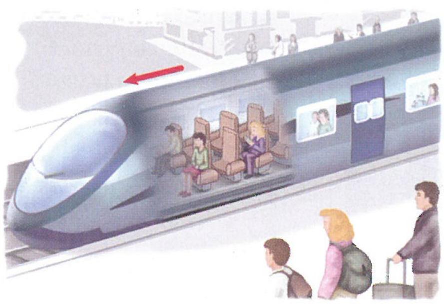
Para entender la relatividad del movimiento, en este vídeo se presenta cómo abastecer de combustible a un avión en pleno vuelo.

1.1. Sistema de referencia y movimiento

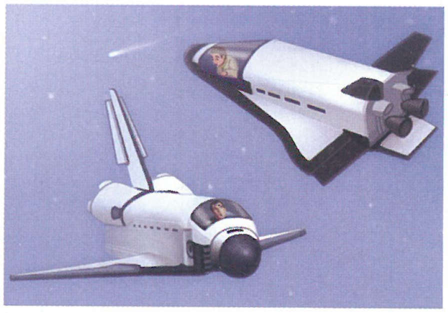
Una misma situación de reposo o movimiento puede ser descrita de forma muy diferente por distintos observadores. Si el observador carece de referencias, no podrá determinar el movimiento del objeto.

OBSERVA

El movimiento de los pasajeros de un tren o el de dos aviones en el aire se describe de forma diferente dependiendo de los observadores.



1. Los pasajeros del tren, cuando este se encuentra en movimiento, están en reposo uno respecto al otro, pero ambos se mueven respecto al andén.



2. Los tripulantes de las naves se están moviendo en el espacio pero no pueden saber con certeza si están en reposo o en movimiento.

Como se observa en los ejemplos, es necesario establecer un **sistema de referencia**, para describir el movimiento (Fig. 8.2).

Un **sistema de referencia** está formado por un punto que se considerará fijo (origen) y unos ejes cartesianos que se cortan en dicho punto.

Una vez establecido el sistema de referencia se puede definir el **movimiento**.

Un objeto está en **movimiento** cuando su distancia cambia con el tiempo respecto a un punto de observación u origen establecido (sistema de referencia).

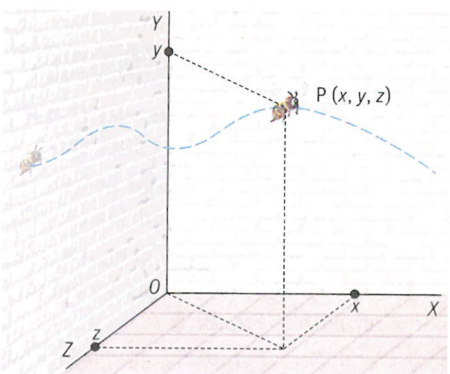


Figura 8.2. Sistema de referencia formado por tres ejes de coordenadas para determinar la posición de un móvil (una abeja) en el espacio.

Si el sistema de referencia se encuentra en reposo, se dice que el movimiento es **absoluto**, y si no lo está, el movimiento se denomina **relativo**. En realidad, no existen sistemas de referencia absolutos, ya que todo cuerpo está en movimiento, pero se suele considerar a la Tierra como un sistema de referencia absoluto para movimientos de duración muy inferior a un día y para desplazamientos mucho menores que su radio.

EJERCICIOS RESUELTOS

1 **Analiza las siguientes situaciones y explica, escogiendo el sistema de referencia adecuado, si se mueven o no los siguientes cuerpos.**

a) **El piloto y copiloto de un avión cuando este se dirige a la pista de despegue.**

b) **Dos personas que se encuentran en movimiento en la misma dirección sobre una cinta transportadora.**

a) Respecto a su compañero, el piloto está en reposo. Si se elige el sistema de referencia en la pista, ambos se mueven.

b) Si cada persona se elige a sí misma como sistema de referencia, ambos dirán que la otra está en reposo. Si se elige como sistema de referencia una persona sentada que mira desde fuera de la cinta, esta observará que ambos se mueven.

1.2. Elementos que describen el movimiento

Para **describir el movimiento** de un móvil, debe conocerse, en cada momento, su posición sobre el camino recorrido. Los elementos que describen un movimiento son la **trayectoria**, el **vector de posición**, el **vector desplazamiento** y la **distancia recorrida**.

Movimiento en una dimensión

Los movimientos en una dimensión describen una trayectoria en línea recta. Por ejemplo, un ciclista moviéndose en una carretera recta. Los elementos que describen un movimiento en una dimensión son:

- La **trayectoria**. Es la línea que describe el móvil. Por comodidad se sitúa el origen del sistema de referencia sobre la trayectoria. De esta manera, coincidirá con uno de los ejes cartesianos, por ejemplo, el X.
- El **vector de posición $\vec{r}$ del móvil**. Va desde el origen del sistema de referencia hasta el móvil y cambia cuando el móvil se mueve. En coordenadas cartesianas, esta elección del origen y la trayectoria, se expresa como:

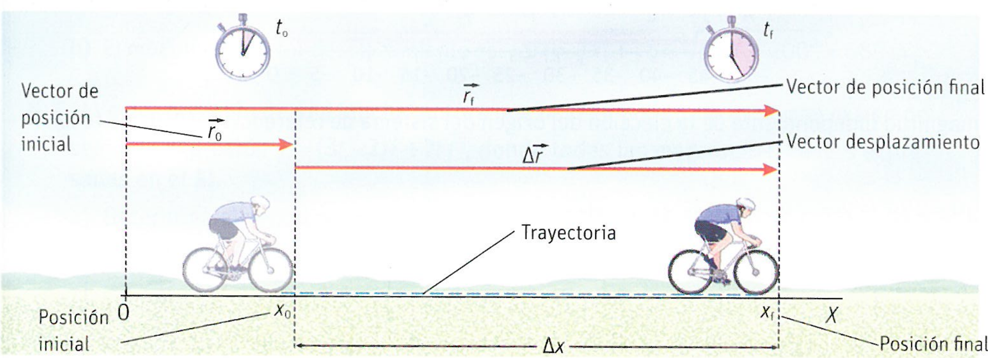
$$\vec{r} = x\vec{i}$$

- El **vector desplazamiento**. Si el móvil se mueve desde un punto de vector de posición inicial $\vec{r}_0 = x_0\vec{i}$ hasta otro punto de vector de posición final $\vec{r}_f = x_f\vec{i}$, el vector desplazamiento es:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0 = (x_f - x_0)\vec{i}$$

Se suele prescindir del carácter vectorial de la posición y el desplazamiento y se sustituyen los vectores por la coordenada de su extremo. De esta manera, el desplazamiento medido sobre la trayectoria se expresa como un número con signo:

$$\Delta x = x_f - x_0$$



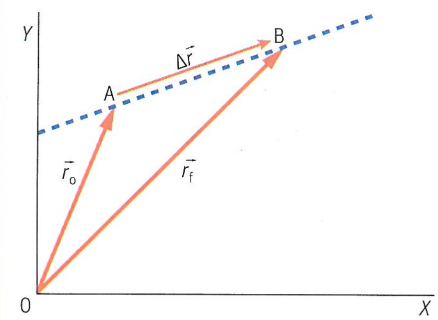
- El **espacio recorrido, *e*,** es la distancia recorrida, medida sobre la trayectoria del móvil. El espacio recorrido coincide con el módulo del desplazamiento si el móvil no cambia de sentido; en caso contrario no coincide.

smSaviadigital.com OBSERVA

En este vídeo podrás afianzar los conceptos de sistema de referencia, posición y trayectoria.

Ten en cuenta

La consideración de los movimientos rectilíneos como unidimensionales se debe a la elección del origen del sistema de referencia sobre la trayectoria recta, haciendo además coincidir esta con el eje X, como en el caso del ciclista de la figura . Pero un movimiento rectilíneo se puede considerar bidimensional si el origen del sistema de referencia está fuera de la trayectoria.



EJERCICIOS RESUELTOS

2 **En una carrera de cien metros lisos, un corredor sale y llega a la meta. Si se sitúa el origen del movimiento en el punto de salida, calcula su desplazamiento, medido sobre la trayectoria, e indica si su valor absoluto coincide con el espacio recorrido.**

Al ser un movimiento rectilíneo se puede prescindir del carácter vectorial de las magnitudes. La posición inicial es $x_0 = 0$ m y la posición final es $x_f = 100$ m. El desplazamiento sobre la trayectoria es:

$$\Delta x = x_f - x_0 = (100 - 0)\ \text{m} = 100\ \text{m}$$

En este caso, el valor absoluto del desplazamiento coincide con el espacio recorrido.

3 **Un nadador se lanza a la piscina olímpica (50 m de longitud) para nadar los cien metros libres. Llega al final del primer largo y gira nadando hasta la meta. Tomando el origen en el punto de salida, determina los vectores de posición, inicial y final, del nadador, el vector desplazamiento y el espacio recorrido.**

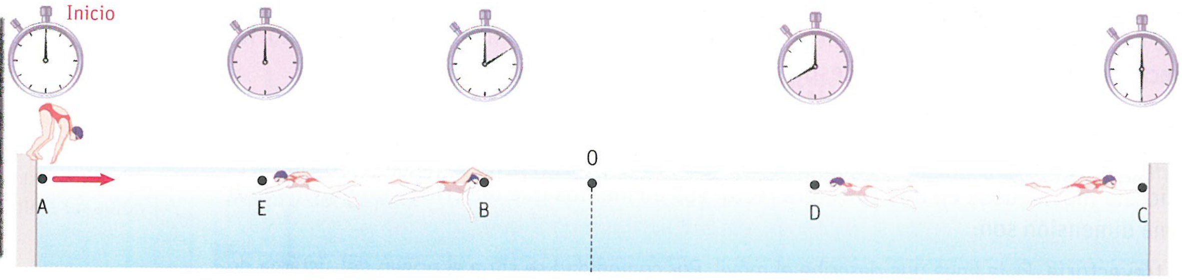
Como sale y llega al mismo sitio, los vectores de posición, inicial y final, son el mismo: $\vec{r}_0 = \vec{r}_f = (0\vec{i})$ m.

El vector desplazamiento es $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0 = 0$ pero el espacio recorrido es $e = (50 + 50)$ m $= 100$ m, que no coincide con el módulo de $\Delta\vec{r}$ porque hay un cambio de sentido.

EJERCICIOS RESUELTOS

4 **La figura muestra las distintas posiciones de una nadadora durante el entrenamiento que realiza en una piscina. La tabla muestra los valores numéricos de su posición. El origen, O, se ha situado en el centro de la piscina.**

	Tiempo (s)	Posición (m)
A	0	−25
B	10	−5
C	30	25
D	40	10
E	60	−15



Describe el movimiento que realiza y calcula su desplazamiento. Calcula también el espacio recorrido entre A y E.

Inicialmente, la nadadora se encuentra en el borde de salida, es decir el punto A (x = −25 m). Se lanza a la piscina y en el instante t = 10 s llega al punto B (x = −5 m). En t = 30 s llega al otro borde de la piscina, el punto C (x = 25 m) y da la vuelta. En t = 40 s se encuentra en el punto D (x = 10 m), todavía a la derecha del origen, y en t = 60 s llega al punto E (x = −15 m).

El desplazamiento entre A y E es: $\Delta x = x_E - x_A = [-15-(-25)]\,\text{m} = 10\,\text{m}$

El espacio recorrido es: $e = (50+40)\,\text{m} = 90\,\text{m}$ (no coincide con el valor absoluto del desplazamiento porque la nadadora ha cambiado de sentido).

5 **Determina el desplazamiento que ha realizado la nadadora entre las posiciones A y E, así como el espacio recorrido.**

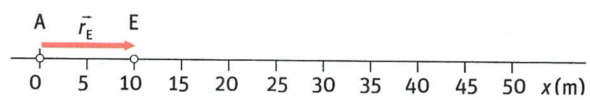
a) **Si el origen se encuentra en el borde derecho de la piscina.**

b) **Si el origen se encuentra en el borde izquierdo de la piscina.**

a) Si el origen está en el borde izquierdo:

$x_A = 0\,\text{m}$ y $x_f = 10\,\text{m}$; $\Delta x = x_E - x_A = (10-0)\,\text{m} = 10\,\text{m}$

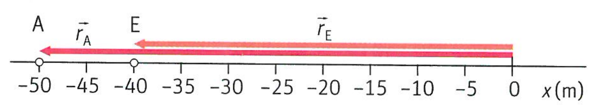
El espacio recorrido también es el mismo, 90 m.



b) Si el origen está en el borde derecho:

$x_A = -50\,\text{m}$ y $x_E = -40\,\text{m}$

$\Delta x = x_E - x_A = [-40-(-50)]\,\text{m} = 10\,\text{m}$

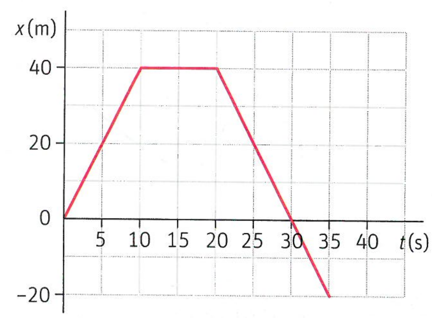


Se observa que el desplazamiento es una magnitud independiente de la elección del origen del sistema de referencia (el espacio recorrido, lógicamente, también es el mismo).

6 **La gráfica representa el movimiento de un atleta en la recta de la pista de atletismo.**

a) **Describe el movimiento e indica si cambia de sentido.**

b) **Determina el desplazamiento y el espacio recorrido.**



a) Desde t = 0 s hasta t = 10 s se va alejando en sentido positivo. Desde t = 10 s hasta los 20 s permanece en reposo. A partir de ese instante, invierte el sentido del movimiento, vuelve hacia el punto de salida y termina a 20 m a la izquierda de dicho punto.

b) El desplazamiento es: $\Delta x = x_f - x_0 = (-20-0)\,\text{m} = -20\,\text{m}$

Para calcular el espacio recorrido hay que tener en cuenta que el atleta cambia de sentido. Entre t = 0 s y t = 10 s, recorre 40 m; después se detiene durante 10 s y, posteriormente recorre 60 m en sentido contrario.

El espacio total es 40 + 60 = 100 m.

ACTIVIDADES

1. La posición de un móvil viene dada por $x(t) = 4t - 10$, en unidades del SI. Determina la posición para t = 2 s y t = 3 s, el desplazamiento y el espacio recorrido en ese tiempo.

Solución: x = −2 m, x = 2 m, Δx = 4 m, e = 4 m

2. Dibuja la gráfica x–t para el movimiento unidimensional de una persona que realiza el siguiente recorrido: sale de su casa y recorre 50 m en 20 s; se para durante 2 s, y vuelve a su casa a buscar el teléfono móvil en 22 s.

Movimiento en dos dimensiones

El movimiento de una salamandra sobre una pared o el de un jugador sobre el campo de fútbol son ejemplos de movimientos en dos dimensiones.

Los **elementos que describen el movimiento en dos dimensiones** son (Fig. 8.3):

- La **trayectoria**. Es una curva contenida en un plano.
- El **vector posición** en coordenadas cartesianas es: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$

  Y el módulo de $\vec{r}$ es la distancia del cuerpo al origen: $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

  Si se unen mediante una línea los extremos de los sucesivos vectores posición del móvil, queda dibujada la trayectoria.
- El **vector desplazamiento**, que tiene su origen en la posición inicial del intervalo de tiempo y su extremo en la posición final: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0$. En coordenadas cartesianas:

$$\Delta\vec{r} = (x_f - x_0)\vec{i} + (y_f - y_0)\vec{j}$$

  Y el módulo de $\Delta\vec{r}$ es la distancia entre la posición inicial y la final: $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2}$
- El **espacio recorrido, *e***, sobre la trayectoria, que no coincide necesariamente con el módulo del vector desplazamiento, como se observa en el caso de la salamandra (Fig. 8.3).

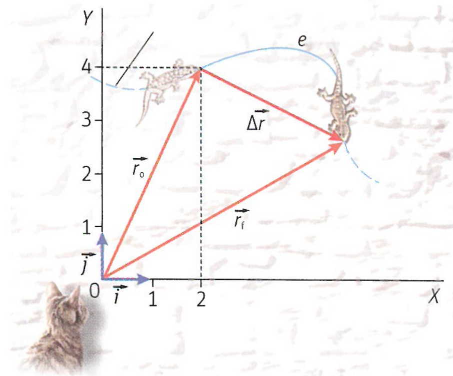


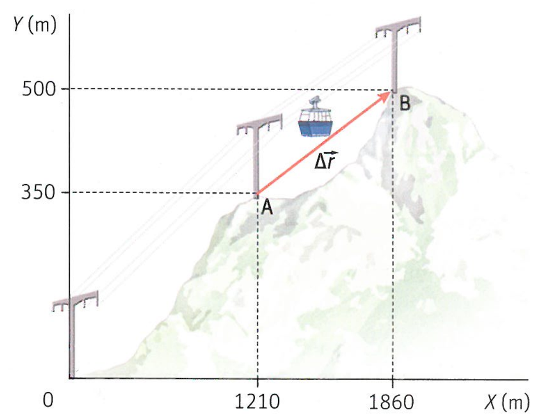
Figura 8.3. Elementos que describen un movimiento en dos dimensiones. El vector posición inicial en este caso es $\vec{r}_0 = 2\vec{i} + 4\vec{j}$.

EJERCICIOS RESUELTOS

7 **Unos excursionistas se desplazan en un teleférico entre dos posiciones denominadas A y B, por encima del pie de la montaña como se muestra en la gráfica.**

a) Determina el vector desplazamiento entre las posiciones A y B.

b) Calcula el valor del desplazamiento.



a) Primero se calculan los vectores posición de ambas posiciones:

$\vec{r}_B = (1860\vec{i} + 550\vec{j})$ m y $\vec{r}_A = (1210\vec{i} + 350\vec{j})$ m

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (1860 - 1210)\vec{i} + (550 - 350)\vec{j} = (650\vec{i} + 200\vec{j})$ m

b) El módulo del vector desplazamiento es: $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{650^2 + 200^2} = 680$ m

8 **El vector posición de una lancha motora que navega por un río varía con el tiempo según la expresión $\vec{r} = (3t - 2)\vec{i} + 2t\vec{j}$, donde todas las magnitudes vienen expresadas en el SI.**

a) Determina el vector posición para t = 0 s y t = 3 s.

b) Calcula el desplazamiento entre los instantes anteriores.

a) Sustituyendo en el vector posición para los instantes de tiempo t = 0 s y t = 3 s:

Para t = 0 s: $\vec{r}(0) = (3 \cdot 0 - 2)\vec{i} + 2 \cdot 0\vec{j} = (-2\vec{i})$ m   Para t = 3 s: $\vec{r}(3) = (3 \cdot 3 - 2)\vec{i} + 2 \cdot 3\vec{j} = (7\vec{i} + 6\vec{j})$ m

b) El vector desplazamiento es: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0 = (7\vec{i} + 6\vec{j}) - (-2\vec{i}) = (9\vec{i} + 6\vec{j})$ m

ACTIVIDADES

3. Las coordenadas de dos posiciones sucesivas de un móvil son A(−1, 3) y B(2, 5), expresadas en metros.

a) Halla el vector desplazamiento y su módulo.

b) Con estos datos, ¿puedes indicar el tipo de trayectoria?

Solución: a) $\Delta\vec{r} = (3\vec{i} + 2\vec{j})$ m ; $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{13}$ m

4. Estudiando el movimiento de una pelota, se determina que su ecuación es $\vec{r}(t) = 2\vec{i} + t\vec{j}$ en unidades del SI.

a) Representa la trayectoria.

b) Calcula el desplazamiento para el intervalo t = 1 s y t = 4 s.

Solución: b) $\Delta\vec{r} = (+3\vec{j})$ m

5. Un atleta recorre una pista aproximadamente circular, de 60 m de radio en el sentido de las agujas del reloj.

Si comienza a moverse en el punto (0 m, 60 m), y el centro de la circunferencia está en el (0 m, 0 m), calcula el espacio recorrido y el desplazamiento en los siguientes casos:

a) Cuando el atleta ha recorrido un cuarto de vuelta.

b) Cuando ha recorrido media vuelta.

c) Cuando ha dado una vuelta completa.

Solución: a) 94,2 m; $\Delta\vec{r} = (60\vec{i} - 60\vec{j})$ m ; b) 188,4 m; c) 376,8 m; $\Delta\vec{r} = 0$

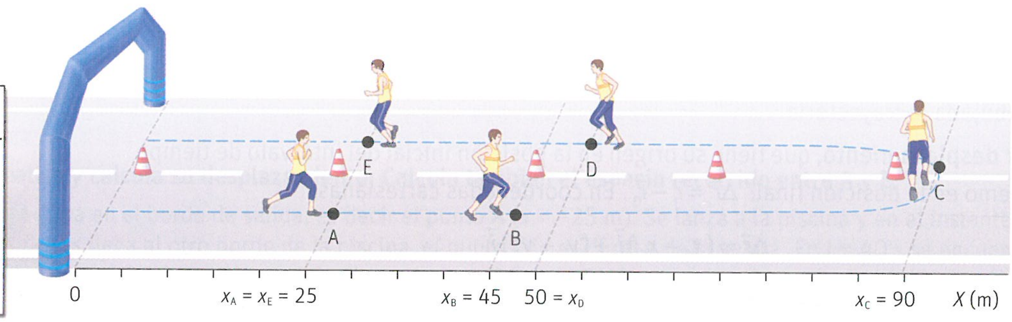
2 Velocidad

En las carreras de atletismo, los atletas no siempre van igual de rápido ni llevan el mismo sentido. ¿Cómo podemos describir con precisión el movimiento del atleta?

OBSERVA

En una maratón, un atleta pasa por el punto kilométrico 0, que se toma como referencia. Después pasa sucesivamente por los puntos A y B, y llega a C, donde gira 180º. Vuelve por la misma vía, pero por otra "calle" separada con conos, y pasa por los puntos D y E.

	t (s)	x (m)
A	10	25
B	20	45
C	30	90
D	40	50
E	50	25



Por ejemplo, tarda 10 s en recorrer los 20 m que hay entre las posiciones A y B, y también tarda 10 s en recorrer los 40 m entre las posiciones C y D. Como se observa el corredor va más rápido en el tramo CD y además ha cambiado el sentido.

Para evaluar lo rápido que se mueve el atleta o un objeto cualquiera y en qué dirección o sentido lo hace, se introduce el concepto de **velocidad**.

La **velocidad** es una magnitud vectorial que informa de la dirección y el sentido del movimiento y relaciona el cambio de posición con el tiempo empleado en ello. Su unidad en el SI es m s^{-1}.

2.1. Velocidad media

- **Velocidad media escalar, v_m.** Es el cociente entre el espacio recorrido de un móvil y el tiempo empleado en recorrerlo, Δt.

$$\boxed{v_m = \frac{e}{\Delta t}}$$

Este valor suele denominarse **rapidez media**. El atleta de maratón ha recorrido 130 m desde la posición A hasta la posición E en 40 s, luego su velocidad media en ese tramo ha sido 130/40 = 3,25 m s^{-1}.

EJERCICIOS RESUELTOS

9 **Dos camiones parten al mismo tiempo de Valencia a Zaragoza. El primero de ellos recorre los 100 primeros kilómetros en 1,2 h, su conductor para a comer durante 1 h y después continúa su marcha hasta Zaragoza, recorriendo los 220 km que le quedan en 2,5 h. El segundo recorre 150 km en 1,5 h, descansa durante 1,5 h y continúa su viaje recorriendo los 170 km que le quedan en 1,7 h.**

a) **Determina la velocidad media de cada uno de ellos.**

b) **Indica cómo es la trayectoria que han seguido.**

a) El primero ha recorrido 320 km en 4,7 h y el segundo ha recorrido la misma distancia en el mismo tiempo. La velocidad media de ambos es:

$$v_m = \frac{(320 \text{ km})}{(4,7 \text{ h})} = 68 \text{ km h}^{-1}$$

Aunque ambos han tenido la misma velocidad media, sus velocidades en carretera han sido diferentes.

b) Del enunciado no se puede deducir la trayectoria que han seguido (aunque sabemos que no es rectilínea, pues no existe un tramo recto tan largo en ninguna carretera).

ACTIVIDADES

6. Un conductor circula desde Madrid hasta Jaén. En los primeros 100 km emplea 2 h porque había mucho tráfico. Se detiene a descansar durante 30 min para luego emprender la marcha, tardando 2,5 h en los últimos 200 km. Determina la velocidad media.

Solución: 60 km h^{-1}

- **Vector velocidad media.** Para poder deducir la dirección del movimiento se define el vector velocidad media, que hace referencia al cambio de posición del móvil.

Movimiento en una dimensión

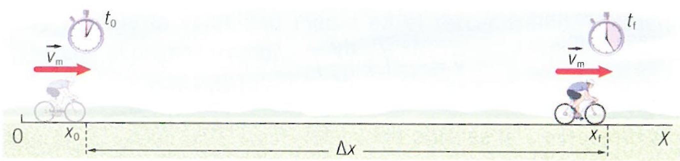
- La expresión del **vector velocidad media** en un movimiento en una dimensión es:

$$\vec{v}_{m,x} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{(x_f - x_0)\vec{i}}{t_f - t_0}$$

Si se utilizan coordenadas cartesianas, se puede prescindir del carácter vectorial.

$$v_{m,x} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$$

- El **sentido** del vector $\vec{v}_{m,x}$ de un cuerpo que se mueve en una dimensión se indica por su signo (positivo o negativo).
- El **módulo** del vector velocidad media, $|\vec{v}_{m,x}|$, es su rapidez media si el móvil no cambia de sentido.



Movimiento en dos dimensiones

- La expresión del **vector velocidad media** en un movimiento en dos dimensiones es:

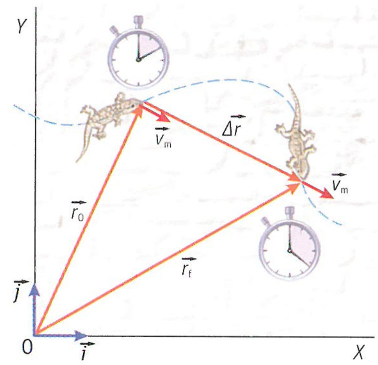
$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_0}{t_f - t_0}$$

En coordenadas cartesianas, la velocidad media se expresa como:

$$\vec{v}_m = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}\vec{i} + \frac{y_f - y_0}{t_f - t_0}\vec{j} = v_{m,x}\vec{i} + v_{m,y}\vec{j}$$

- La **dirección** y el **sentido** del vector $\vec{v}_m$ coinciden con los del vector desplazamiento.
- El **módulo**, $|\vec{v}_m|$, se calcula a partir de sus componentes:

$$|\vec{v}_m| = \sqrt{v_{m,x}^2 + v_{m,y}^2}$$



EJERCICIOS RESUELTOS

10 En el ejemplo de la carrera de la página anterior, calcula:

a) El vector velocidad media del corredor en A–B, C–D y A–E.

b) Su rapidez media entre dichos tramos.

a) Tramo A–B: $\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{(45\vec{i} - 25\vec{i})\,\text{m}}{(20-10)\,s} = (2\vec{i})\,\text{ms}^{-1}$

Tramo C–D: $\vec{v}_m = \frac{(50\vec{i} - 90\vec{i})\,\text{m}}{(40-30)\,s} = (-4\vec{i})\,\text{ms}^{-1}$

Tramo A–E: $\vec{v}_m = 0$ porque la posición final e inicial coinciden.

b) La rapidez se determina dividiendo la distancia recorrida entre el tiempo empleado:

Tramo A–B: $v_m = 2\ \text{ms}^{-1}$

Tramo C–D: $v_m = 4\ \text{ms}^{-1}$

Tramo A–E: $v_m = \frac{(65+65)\,\text{m}}{(40\,\text{s})} = 3{,}3\,\text{ms}^{-1}$. Fíjate que no coincide con el módulo del vector velocidad media en este tramo.

11 Un móvil parte del origen y al cabo de 10 s se encuentra en la posición $\vec{r} = (12\vec{i} - 6\vec{j})\,\text{m}$. Calcula:

a) El vector desplazamiento producido en ese tiempo y su módulo.

b) El vector velocidad media y su módulo.

a) Como parte del origen, el vector desplazamiento coincide con el vector de posición final:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0 = \vec{r}_f - 0 = (12\vec{i} - 6\vec{j})\,\text{m}$$

Su módulo es: $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{12^2 + (-6)^2} = 13{,}4\,\text{m}$

b) Como en este caso el vector desplazamiento coincide con el vector posición:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(12\vec{i} - 6\vec{j})\,\text{m}}{(10-0)\,\text{s}} = (1{,}2\vec{i} - 0{,}6\vec{j})\,\text{ms}^{-1}$$

Su módulo es: $|\vec{v}_m| = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}6^2} = 1{,}34\,\text{ms}^{-1}$

ACTIVIDADES

7. La posición de un móvil sobre una trayectoria rectilínea viene dada por la ecuación: $s(t) = 5 - 2t$, donde s está expresada en metros y t en segundos. Calcula:

a) La velocidad media entre $t = 1$ s y $t = 4$ s.

b) ¿En qué sentido se produce el movimiento?

Solución: a) $2\ \text{ms}^{-1}$

8. Un nadador se lanza a cruzar un río. Su vector posición en función del tiempo, es $\vec{r} = (1{,}2t\vec{i} + 4\vec{j})\,\text{m}$. Calcula:

a) El vector desplazamiento entre $t = 1$ s y $t = 3$ s.

b) El vector velocidad media.

Solución: a) $(2{,}4\vec{i})\,\text{m}$; b) $(1{,}2\vec{i})\,\text{ms}^{-1}$

2.2. Velocidad instantánea

Figura 8.4. El velocímetro de un coche nos indica la velocidad instantánea del mismo.

En un viaje por carretera, la velocidad del coche en cada punto del recorrido es su velocidad instantánea (Fig. 8.4).

- **Velocidad instantánea escalar.** Es el valor que tiene la velocidad del móvil en un intervalo de tiempo muy breve ($\Delta t \to 0$):

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} v_m$$

siendo s la posición del móvil sobre la trayectoria.

- **Vector velocidad instantánea.** Para tener información sobre la dirección y el sentido del movimiento es necesario definir el vector velocidad instantánea.

Movimiento en una dimensión

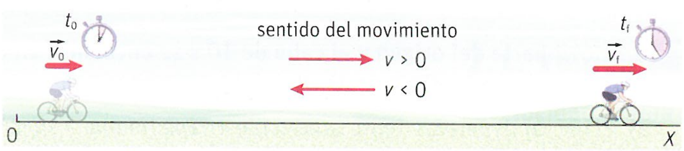
- La expresión del **vector velocidad instantánea** en un movimiento a lo largo del eje X es:

$$\vec{v}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_{m,x} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

Si se utilizan coordenadas cartesianas, se puede prescindir del carácter vectorial.

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

- El **sentido** de la velocidad instantánea de un cuerpo que se mueve en una dimensión se indica por su signo (positivo o negativo).
- El **módulo** $|\vec{v}_x|$ (o v_x) es la rapidez del movimiento.



Movimiento en dos dimensiones

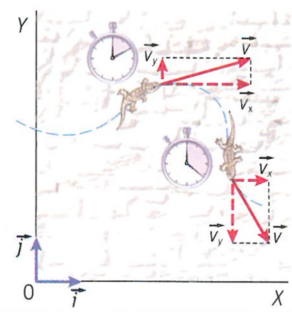
- La expresión del **vector velocidad instantánea** en un movimiento en dos dimensiones es:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

En coordenadas cartesianas, el vector velocidad instantánea se expresa como:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j}$$

- La **dirección** y el **sentido** del vector velocidad son los del vector desplazamiento cuando el intervalo de tiempo tiende a cero. La dirección coincide con la **tangente a la trayectoria** en el punto donde se encuentra el móvil.
- El **módulo** $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ es la rapidez del movimiento.



EJERCICIOS RESUELTOS

12 **Un jugador de balonvolea se mueve en línea recta durante un segundo para recibir una pelota según la ecuación $x = 3 + 4t^2$, con x expresada en metros y t en segundos. Determina su velocidad instantánea en $t = 0,8$ s.**

La velocidad es la derivada de la función de posición. Por lo tanto, si derivamos la ecuación:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d(3+4t^2)}{dt} = 8t$$

En $t = 0,8$ s, la velocidad es:

$$v(0,8) = 8 \cdot 0,8 = 6,4 \text{ ms}^{-1}$$

13 **Para un móvil, $\vec{r} = (2 - 0,25t^2)\vec{i} + (t + 0,025t^3)\vec{j}$ en unidades del SI. Determina el vector velocidad instantánea y la rapidez en el instante $t = 2$ s.**

La velocidad instantánea es:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} = \left[-0,5t\vec{i} + (1 + 0,075t^2)\vec{j}\right] \text{ms}^{-1}$$

Para $t = 2$ s:

$$\vec{v}(2) = \left[-0,5 \cdot 2\vec{i} + (1 + 0,075 \cdot 2^2)\vec{j}\right] \text{ms}^{-1} = (-\vec{i} + 1,3\vec{j}) \text{ ms}^{-1}$$

Su rapidez es: $v(2) = \sqrt{(-1)^2 + 1,3^2} = 1,6 \text{ ms}^{-1}$

ACTIVIDADES

9. La posición de un elevador neumático con movimiento rectilíneo viene dada por la ecuación: $y = 8t^2 + t$, con y expresada en metros y t en segundos.

Calcula su velocidad instantánea en $t = 0$ s y $t = 2$ s.

Solución: 1 ms^{-1}; 33 ms^{-1}

10. Un diseñador web crea una animación en la que un punto en la pantalla de su ordenador tiene como vector de posición $\vec{r} = \left[(4 + 2,5t^2)\vec{i} + (4 + 5t)\vec{j}\right]$ cm, (t expresada en segundos). Calcula el vector velocidad instantánea y la rapidez del punto en $t = 2$ s.

Solución: $\vec{v} = (10\vec{i} + 5\vec{j}) \text{ cms}^{-1}$; $|\vec{v}| = 11,2 \text{ cms}^{-1}$

2.3. Análisis de la velocidad a partir de las gráficas *s-t*

En la figura 8.5 se representa la gráfica posición-tiempo (*s-t*) de un móvil.

- Los **tramos rectilíneos** tienen una pendiente constante y, por tanto, el valor numérico de la velocidad también es constante (movimientos uniformes). Cuanto mayor es la pendiente, mayor es la velocidad de un movimiento.
- Los **tramos curvilíneos** indican una pendiente variable y, por tanto, el valor numérico de la velocidad también es variable (movimientos variados).
- Los **tramos ascendentes** (pendiente positiva) indican que el móvil se desplaza hacia la derecha ($v > 0$). En los **tramos descendentes** (pendiente negativa) el móvil se desplaza hacia la izquierda ($v < 0$). Los tramos horizontales indican que el móvil está en reposo.

En las gráficas posición-tiempo (*s-t*), el valor absoluto de la pendiente de la gráfica en un intervalo de tiempo, Δt, representa la velocidad media en dicho intervalo.

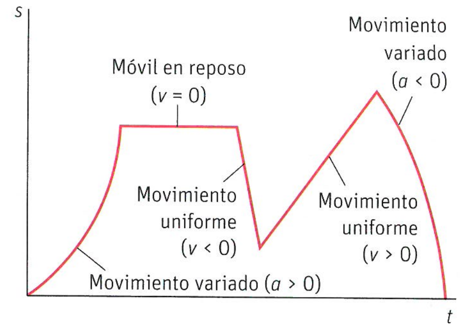


Figura 8.5. Gráfica *s-t*. A partir de una gráfica *s-t* no se puede determinar la trayectoria del móvil.

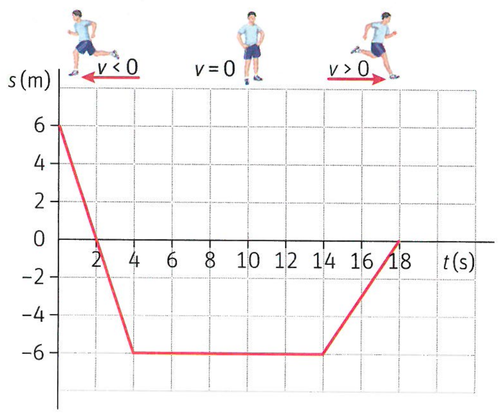
EJERCICIOS RESUELTOS

14 **En la siguiente gráfica *s-t* se representa el movimiento de un corredor.**

a) **En el instante $t = 2$ s, ¿ha cambiado el sentido del movimiento? ¿Y en $t = 14$ s?**

b) **Calcula la velocidad media en el tercer tramo. ¿Coincide con el primer tramo?**

c) **Con los datos de la gráfica, ¿puedes deducir si el movimiento es rectilíneo?**



a) En $t = 2$ s el corredor se encuentra en el origen del sistema de referencia. El corredor se mueve desde $t = 0$ s hasta $t = 4$ s, siempre en el mismo sentido, hacia la izquierda ($v < 0$). En $t = 4$ s el corredor se para, de ahí que la gráfica sea constante. Se encuentra detenido hasta $t = 14$ s. A partir de ese instante el corredor cambia de sentido. Como se puede observar en la gráfica, la pendiente pasa a ser positiva.

b) Se pide la v_m en el intervalo que va de $t = 14$ s a $t = 18$ s:

$$v_m = \frac{[0-(-6)]\ \text{m}}{(18-14)\ \text{s}} = 1{,}5\ \text{ms}^{-1}$$

Cómo puedes observar, la velocidad media es positiva, aunque la gráfica se encuentra por debajo del eje *X*.

La velocidad media en el primer tramo es:

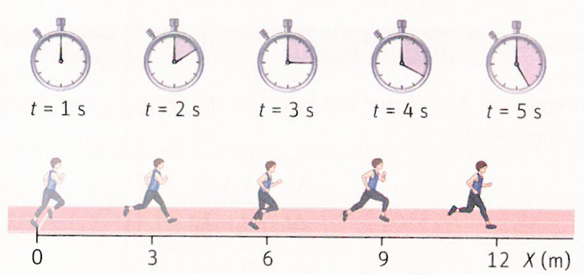
$$v_m = \frac{(-6-6)\ \text{m}}{(4-0)\ \text{s}} = -3\ \text{ms}^{-1}$$

Ambas velocidades son distintas.

c) No. La gráfica solo indica la posición sobre la trayectoria en función del tiempo. El hecho de que las líneas de la gráfica *s-t* sean rectas, indica que el movimiento es uniforme, no que sea rectilíneo (no confundas la posición *s* sobre una trayectoria genérica con la posición *x* sobre una trayectoria rectilínea).

ACTIVIDADES

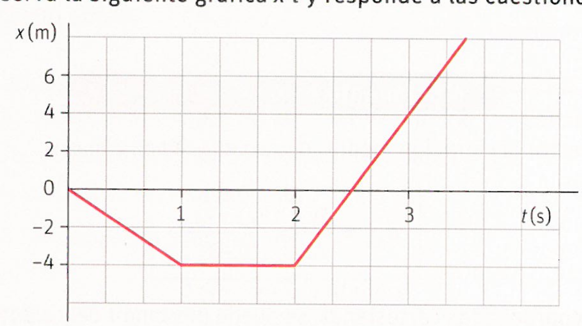
11. En la siguiente imagen se muestran las sucesivas posiciones que ocupa un atleta en su entrenamiento.



a) Teniendo en cuenta que en los 5 segundos posteriores el atleta descansa, dibuja la gráfica *x-t*.

b) Calcula la pendiente de la gráfica en cada tramo y extrae una conclusión del resultado.

12. Observa la siguiente gráfica *x-t* y responde a las cuestiones:



a) Calcula la pendiente en cada tramo de la gráfica *x-t* adjunta y describe el movimiento.

b) Describe el movimiento en una dimensión.

Solución: a) $-4\ \text{ms}^{-1}$; $0\ \text{ms}^{-1}$; $8\ \text{ms}^{-1}$

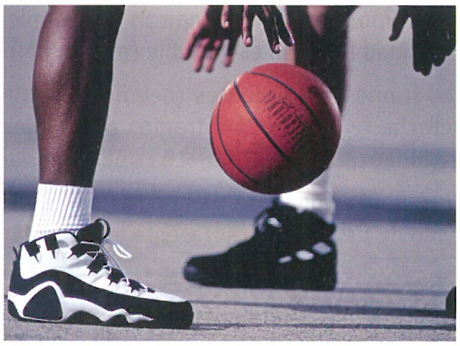
3 Aceleración

Hay movimientos donde la velocidad cambia de módulo, otros donde cambia de dirección, movimientos donde cambia de sentido, y otros donde cambian a la vez varias de estas características de la velocidad.

OBSERVA

El esquiador que desciende en línea recta aumenta el valor numérico de su velocidad sin cambiar su dirección.

Cuando pasa la puerta del eslalon, el esquiador cambia la dirección de su velocidad sin variar su valor numérico.



Al impactar con el suelo, la pelota cambia el sentido de su velocidad sin apenas variar su valor numérico.

Para describir el cambio en la velocidad de un móvil se introduce el concepto **aceleración**.

Un móvil posee **aceleración** cuando experimenta un cambio en el tiempo de, al menos, una característica de su vector velocidad, ya sea el módulo, la dirección o el sentido. Su unidad en el SI es el $\mathbf{m\,s^{-2}}$.

Ten en cuenta

Un móvil posee una aceleración de 1 $m\,s^{-2}$ si su velocidad varía 1 $m\,s^{-1}$ cada segundo.

3.1. Aceleración media

- **Aceleración media escalar.** Mide el cambio de la velocidad en un intervalo de tiempo, Δt.

$$\boxed{a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

Así, por ejemplo, en una moto de competición que pasa en 3 s de 0 a 100 $km\,h^{-1}$ su aceleración media se calcula, transformando previamente los $km\,h^{-1}$ en $m\,s^{-1}$, de la siguiente forma:

$$100\,\text{km}\,\text{h}^{-1} = \frac{(100\,\text{km})}{(1\,\text{h})} \cdot \frac{(1000\,\text{m})}{(1\,\text{km})} \cdot \frac{(1\,\text{h})}{(3600\,\text{s})} = 27{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

$$a_m = \frac{v_f - v_0}{\Delta t} = \frac{(27{,}8 - 0)\,\text{m}\,\text{s}^{-1}}{3\,\text{s}} = 9{,}3\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

- **Vector aceleración media.** La aceleración media es una magnitud vectorial. Del mismo modo que la velocidad, se define en una o dos dimensiones.

Movimiento en una dimensión

- El **vector aceleración media**, $\vec{a}_{m,x}$ en una dimensión es:

$$\boxed{\vec{a}_{m,x} = \frac{\Delta \vec{v}_x}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{f,x} - \vec{v}_{0,x}}{t_f - t_0}}$$

En **coordenadas cartesianas**, se puede prescindir del carácter vectorial:

$$a_{m,x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{x,f} - v_{x,0}}{t_f - t_0}$$

- La aceleración media de un móvil puede ser **positiva** o **negativa**, según el signo de la variación de la velocidad.

Movimiento en dos dimensiones

- La expresión del **vector aceleración media** en un movimiento en dos dimensiones es:

$$\boxed{\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_0}{t_f - t_0}}$$

En **coordenadas cartesianas** la aceleración media se expresa como:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\vec{j} = v_{m,x}\vec{i} + v_{m,y}\vec{j}$$

- La **dirección** de $\vec{a}_m$ es la del vector $\Delta \vec{v}$.

EJERCICIOS RESUELTOS

15 **Un coche teledirigido se mueve sobre una pista de cemento plana. Si se toma una esquina como origen, la velocidad inicial del coche es $\vec{v}_0 = (4\vec{i} + 3\vec{j})\,\text{ms}^{-1}$ y, al cabo de 10 s, la velocidad es $\vec{v}_\text{f} = (9\vec{i} - 6\vec{j})\,\text{ms}^{-1}$.**

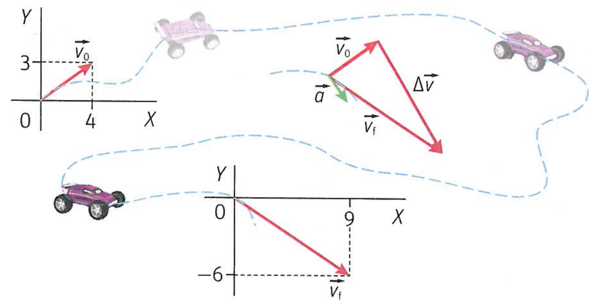
a) **Determina el vector $\vec{a}_\text{m}$.**

b) **Indica la dirección de este vector.**

a) $\vec{a}_\text{m} = \dfrac{\vec{v}_\text{f} - \vec{v}_0}{t_\text{f} - t_0} = \dfrac{\left[(9-4)\vec{i} + (-6-3)\vec{j}\,\right]\text{ms}^{-1}}{10\text{ s}}$

$\vec{a}_\text{m} = (0{,}5\vec{i} - 0{,}9\vec{j})\,\text{ms}^{-2}$

b) El vector $\Delta\vec{v}$ es la resta gráfica de los vectores $\vec{v}_0$ y $\vec{v}_\text{f}$; $\Delta\vec{v} = \vec{v}_\text{f} - \vec{v}_0$. La dirección de $\vec{a}$ es la misma que la de $\Delta\vec{v}$.



3.2. Aceleración instantánea

- **Aceleración instantánea escalar.** Mide el cambio de la velocidad en un instante dado:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

- **Vector aceleración instantánea.** La aceleración instantánea es una magnitud vectorial como sucedía con la velocidad instantánea.

Movimiento en una dimensión

- El **vector aceleración instantánea**, $\vec{a}_x$ en una dimensión es:

$$\vec{a}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_{\text{m},x} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}_x}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}_x}{dt}$$

- El vector $\vec{a}_x$ tiene la **dirección** del eje *X*.
- En **coordenadas cartesianas** se puede prescindir de su carácter vectorial.

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} a_{\text{m},x} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

- La aceleración se expresa con un número con signo (+ o −).

Movimiento en dos dimensiones

- La expresión del **vector aceleración instantánea** en un movimiento en dos dimensiones es:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_\text{m} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

- En **coordenadas cartesianas**, la aceleración se escribe así:

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$$

- La **dirección** de $\vec{a}$ puede ser cualquier recta del plano.

EJERCICIOS RESUELTOS

16 **La velocidad de un móvil viene determinada por la siguiente función: $\vec{v} = (3t^2\vec{i})\,\text{ms}^{-1}$. Calcula:**

a) **La aceleración media entre t = 1 s y t = 2 s.**

b) **La aceleración en cualquier instante y su valor en t = 2 s.**

a) En t = 1 s, la velocidad es $\vec{v}(1) = (3\vec{i})\,\text{ms}^{-1}$ y en t = 2 s, $\vec{v}(2) = (12\vec{i})\,\text{ms}^{-1}$. Por tanto:

$$\vec{a}_\text{m} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(12\vec{i} - 3\vec{i})\,\text{ms}^{-1}}{(2-1)\text{ s}} = (9\vec{i})\,\text{ms}^{-2}$$

b) La aceleración instantánea es la derivada del vector velocidad:

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = (6t\vec{i})\,\text{ms}^{-2}$ y su valor en t = 2 s es: $\vec{a}(2) = (12\vec{i})\,\text{ms}^{-2}$

17 **La ecuación del movimiento de un móvil, expresadas las magnitudes en unidades del SI, es: $\vec{r} = (3t-7)\vec{i} + 2t^2\vec{j}$. Calcula:**

a) **La velocidad en cualquier instante y para t = 1 s.**

b) **La aceleración y su módulo.**

a) La velocidad instantánea es:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (3\vec{i} + 4t\vec{j})\,\text{ms}^{-1}$$

Para t = 1 s, $\vec{v} = (3\vec{i} + 4\vec{j})\,\text{ms}^{-1}$

b) La aceleración instantánea es: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = (4\vec{j})\,\text{ms}^{-2}$

El módulo de la aceleración es: $a = 4\,\text{ms}^{-2}$

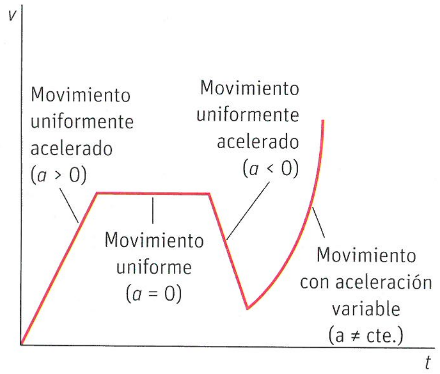


Figura 8.6. Gráfica *v-t*. Representa el módulo del vector velocidad frente al tiempo y no informa de la dirección de la velocidad.

3.3. Análisis de la aceleración a partir de las gráficas *v-t*

En los **movimientos en una dimensión**, la pendiente de la gráfica *v–t* en un intervalo de tiempo, Δt, representa la aceleración media en dicho intervalo. Si el intervalo tiende a cero ($\Delta t \to 0$), la pendiente de la tangente a la curva es la aceleración instantánea (Fig. 8.6).

- Los **tramos rectilíneos** de la gráfica tienen una pendiente constante y, por tanto, el valor numérico de la aceleración también es constante (movimientos uniformemente acelerados).
- Los **tramos curvilíneos** de la gráfica indican una pendiente variable y, por tanto, el valor numérico de la aceleración también es variable (movimientos variados).
- Cuanto mayor es la **pendiente**, mayor es la aceleración de un movimiento. Las pendientes negativas indican valores negativos de la aceleración.

En los **movimientos curvilíneos**, como el circular, existe aceleración incluso en los tramos horizontales de las gráficas *v–t*, ya que la velocidad cambia de dirección.

Ten en cuenta

En la gráfica *v-t* del ejercicio resuelto 18, el espacio recorrido por la moto puede calcularse hallando el área bajo la gráfica entre 0 s y 5 s. Tenemos dos triángulos y un rectángulo:

$$A_1 = \frac{bh}{2} = \frac{1 \cdot 20}{2} = 10 \quad A_2 = 2 \cdot 20 = 40$$

$$A_3 = \frac{Bh}{2} = \frac{2 \cdot 20}{2} = 20$$

Por tanto, el espacio recorrido será la suma de las tres áreas: 70 m.

EJERCICIOS RESUELTOS

18 **La gráfica muestra a una moto moviéndose en el eje *X*. Sabiendo que para $t = 0$ s, $x_0 = 0$ m, calcula la velocidad y la aceleración de la moto para $t = 0{,}5$ s, $t = 2$ s y $t = 4$ s.**

Para $t = 0{,}5$ s, la velocidad es 10 ms^{-1}. La aceleración media es:

$$a_m = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} = \frac{(10-0)\,\text{ms}^{-1}}{(0{,}5-0)\,\text{s}} = 20\,\text{ms}^{-2}$$

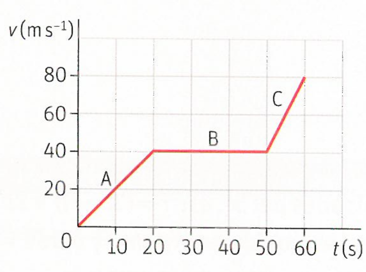
Para $t = 2$ s, la velocidad es 20 ms^{-1} y su aceleración es cero, ya que la velocidad entre $t = 1$ s y $t = 3$ s es cte.

Para $t = 4$ s, la velocidad es 10 ms^{-1}. La aceleración media es:

$$a_m = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} = \frac{(10-20)\,\text{ms}^{-1}}{(4-3)\,\text{s}} = -10\,\text{ms}^{-2} \text{ (va frenando).}$$

ACTIVIDADES

13. Una moto de nieve se mueve de acuerdo con la gráfica *v-t* que se muestra en la figura. ¿Cuál es la aceleración media de la moto en cada uno de los segmentos A, B y C?



Solución: 2 ms^{-2}; 0 ms^{-2}; 4 ms^{-2}

14. Un cuerpo se mueve según el vector de posición (en unidades del SI), $\vec{r} = (3t^2 - t)\vec{i} + 2t^2\vec{j}$. Calcula:

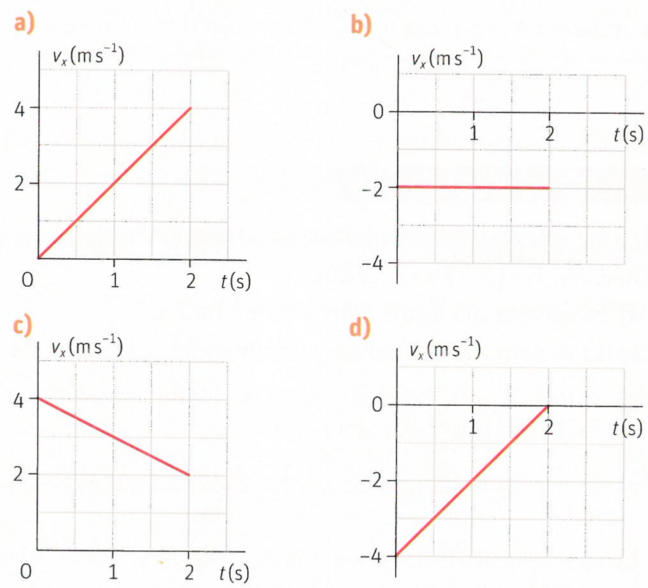
a) La velocidad media entre $t = 0$ s y $t = 3$ s.

b) La velocidad instantánea para $t = 3$ s.

c) La aceleración para $t = 0$ s

Solución: a) (8, 6) ms^{-1}; b) (17, 12) ms^{-1}; c) (6, 4) ms^{-2}

15. Observa las siguientes gráficas:



Indica razonadamente si el móvil posee o no aceleración.

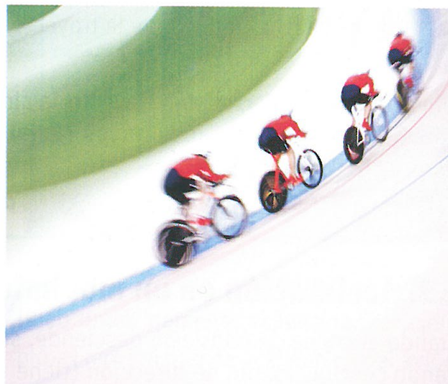
4 Componentes intrínsecas de la aceleración

En los movimientos en una dimensión, la aceleración solo puede deberse al cambio en el módulo del vector velocidad. Sin embargo, en los movimientos en dos dimensiones, la aceleración puede deberse tanto a los cambios del módulo como de la dirección de la velocidad.

OBSERVA

Los deportistas de distintas disciplinas experimentan aceleraciones en sus movimientos debidas a diversos cambios en la velocidad:

En la salida de una carrera de cien metros lisos, los atletas aumentan el valor numérico de su velocidad, es decir, modifican el módulo de $\vec{v}$.



En el trazado curvo del velódromo, los ciclistas de persecución en pista mantienen su rapidez, pero modifican la dirección del vector velocidad, $\vec{v}$.

Cuando descienden los corredores de *bobsleigh*, aumenta el valor numérico de la velocidad y también cambia la dirección de esta.

En un sistema de referencia con origen en el móvil, con un eje tangente a la trayectoria y el otro normal al anterior, pueden separarse las componentes de la aceleración, una debida a la variación del módulo y la otra debida al cambio en la dirección de la velocidad. Para ello se emplean dos ejes, uno de los cuales es tangente a la trayectoria, mientras que el otro tiene dirección normal al anterior (Fig. 8.7).

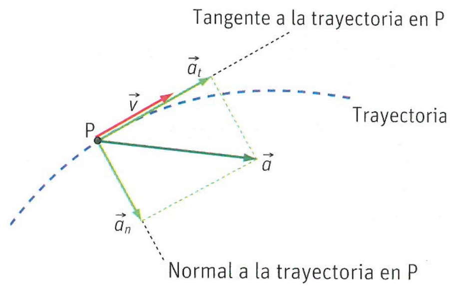


Figura 8.7. Componentes intrínsecas de la aceleración. La componente tangencial es siempre tangente a la trayectoria, mientras la normal apunta hacia la parte cóncava.

Las **componentes intrínsecas de la aceleración**, $\vec{a}_t$ y $\vec{a}$ son las proyecciones del vector aceleración $\vec{a}$ sobre estos ejes.

4.1. Aceleración tangencial

Los atletas de cien metros lisos cambian el valor de su velocidad, pero no pueden salir de su calle y, por tanto, no varía la dirección de la misma.

La **aceleración tangencial**, $\vec{a}_t$, es debida a la variación del módulo de la velocidad. Su dirección es tangente a la trayectoria y su valor es:

$$\boxed{a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

19 **Calcula la aceleración tangencial en t = 1 s para el móvil del ejercicio resuelto 17 de ecuación $\vec{r} = (3t - 7)\vec{i} + 2t^2\vec{j}$ (expresadas las magnitudes en unidades del SI).**

Calculamos primero el módulo de la velocidad a partir del vector velocidad instantánea:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (3\vec{i} + 4t\vec{j})\,\text{ms}^{-1} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{3^2 + (4t)^2} = \sqrt{9 + 16t^2}\ \text{ms}^{-1}$$

La aceleración tangencial es: $a_t = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt} = \dfrac{d\sqrt{9+16t^2}}{dt} = \dfrac{32t}{2\sqrt{9+16t^2}}$

En t = 1 s, $a_t = 3{,}2\ \text{ms}^{-2}$

ACTIVIDADES

16. El vector de posición de un cuerpo es $\vec{r} = \left[(3t-1)\vec{i} + 2t^3\vec{j}\right]$m.

a) Calcula el vector $\vec{v}$ y su módulo en cualquier instante.

b) Determina el vector $\vec{a}$ y el valor de a_t en t = 1 s.

Solución:

a) $\vec{v} = (3\vec{i} + 6t^2\vec{j})\,\text{ms}^{-1}$;
$|\vec{v}| = \sqrt{9 + 36t^4}\ \text{ms}^{-1}$

b) $\vec{a} = (12\vec{j})\,\text{ms}^{-2}$; $a_t = 10{,}7\ \text{ms}^{-2}$

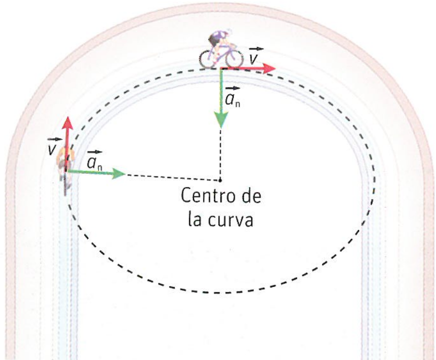


Figura 8.8. Vector aceleración normal en una trayectoria curva. El sentido del vector aceleración normal es hacia el centro de curvatura.

smSaviadigital.com PRACTICA

En esta animación puedes observar la variación de la aceleración del esquiador y sus componentes intrínsecas.

4.2. Aceleración normal

Cuando mantienen constante el módulo de su velocidad, los ciclistas de persecución en pista carecen de aceleración tangencial pero su dirección cambia continuamente en la curva y, por tanto, experimentan una aceleración, denominada aceleración normal (Fig. 8.8).

La **aceleración normal** de un móvil es un vector cuya dirección es perpendicular a la velocidad instantánea en el punto de la trayectoria donde está el móvil, mientras que su sentido es hacia el interior de la trayectoria curva.

Como caso particular, en una trayectoria circular la aceleración normal tiene la dirección del radio (R) y se denomina **aceleración radial** o **centrípeta**. Su valor es:

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$

4.3. Aceleración en un movimiento curvilíneo

Cuando el coche de *bobsleigh* desciende, su velocidad aumenta (tiene $\vec{a}_t$) y demás va cambiando continuamente de dirección (tiene $\vec{a}_n$). La composición vectorial de ambas aceleraciones permite obtener la **aceleración total**, cuya expresión es:

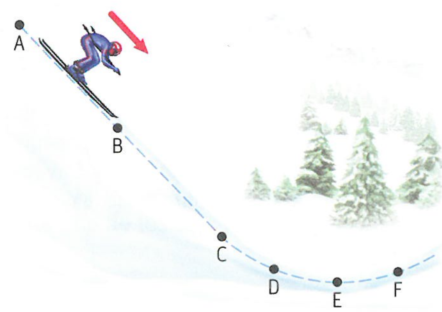
$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Ambas componentes forman un ángulo recto, luego el módulo de la aceleración es:

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

20 Un esquiador desciende por una pista que es recta entre los puntos A y C y curva entre C y F. La velocidad es máxima en el punto E.



a) Señala la dirección del vector aceleración en los puntos B, D, E y F.

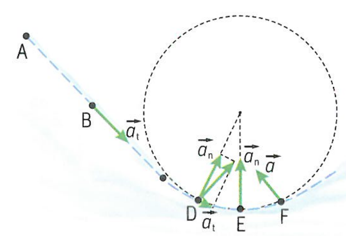
b) Calcula su aceleración normal y su aceleración total en el punto D, sabiendo que en dicho punto su velocidad es de 10,0 m s^{-1}, que el radio de la curva, supuesta circular, es R = 20,0 m y que su aceleración tangencial es 1,5 m s^{-2}.

a) En el punto B la trayectoria es rectilínea y el móvil solo tiene aceleración tangencial. En el punto D la trayectoria es curvilínea; por lo tanto, tiene aceleración tangencial y normal. En el punto F ocurrirá lo mismo, pero en este caso, como la velocidad disminuye, la aceleración tangencial tiene sentido contrario a la velocidad. En el punto E la aceleración tangencial es nula, ya que su velocidad es máxima y no aumenta, luego el móvil solo tiene aceleración normal.

b) La aceleración normal en el punto D es:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(10{,}0\ \text{m s}^{-1})^2}{(20{,}0\ \text{m})} = 5{,}0\ \text{m s}^{-2}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{1{,}5^2 + 5{,}0^2} = 5{,}2\ \text{m s}^{-2}$$



ACTIVIDADES

17. Indica el valor de la aceleración centrípeta de un cochecito de tiovivo si gira con un radio de 3,0 m y la velocidad del cochecito es 2,0 m s^{-1}.

Solución: 1,33 m s^{-2}

18. Indica el valor de la aceleración normal de un móvil en un punto de una trayectoria curvilínea si el valor de a_t es 3,0 m s^{-2} y la aceleración total vale a = 5,0 m s^{-2}.

Solución: 4,0 m s^{-2}

4.4. Clasificación de los movimientos según la aceleración

Se puede realizar una clasificación de los movimientos utilizando como criterio el valor de las componentes intrínsecas de la aceleración.

Movimiento rectilíneo $\vec{a}_n = 0$

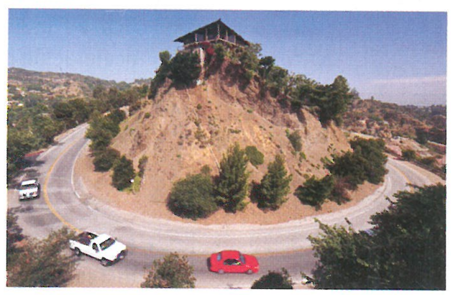
Si $\vec{a}_n = 0$ y además $\vec{a}_t = 0$ el movimiento es **rectilíneo uniforme**. Por ejemplo, el movimiento de la piedra sobre el hielo.

Si $\vec{a}_n = 0$ y $\vec{a}_t = \text{cte.}$ el movimiento es **rectilíneo uniformemente acelerado**. Por ejemplo, el movimiento de aceleración del avión.

Si $\vec{a}_n = 0$ y $\vec{a}_t \neq \text{cte.}$ el movimiento es **rectilíneo variado**. Por ejemplo, el movimiento recilíneo variado de algunos vehículos.

Movimiento curvilíneo $\vec{a}_n \neq 0$

Si $\vec{a}_n \neq 0$ y además $a_t = 0$ el movimiento es **curvilíneo uniforme**. Por ejemplo, el del giro con $|\vec{v}|$ constante de las sillas voladoras.

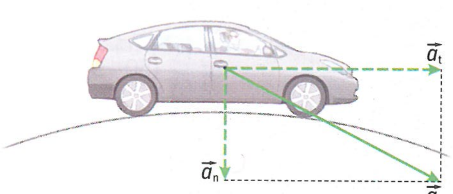


Si $\vec{a}_n \neq 0$ y $a_t = \text{cte.}$ el movimiento es **curvilíneo uniformemente acelerado**. Por ejemplo, los coches acelerando en una curva.

Si $\vec{a}_n \neq 0$ y $a_t \neq \text{cte.}$ el movimiento es **curvilíneo variado**. Por ejemplo, el que tiene el patinador en la curva inclinada.

EJERCICIOS RESUELTOS

21 **Un coche tiene una aceleración tangencial constante de 0,30 ms^{-2}. En un momento determinado, pasa por una elevación que tiene forma de círculo de radio 200 m. Sabiendo que en la parte superior del tramo su velocidad tangencial es de 6,0 ms^{-1}, calcula la aceleración total del coche:**



El coche tiene aceleración tangencial (0,30 ms^{-2}) y aceleración normal, ya que describe una curva. La aceleración normal es:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(6{,}0\,\text{ms}^{-1})^2}{(200\,\text{m})} = 0{,}18\,\text{ms}^{-2}$$

El módulo de la aceleración total es:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{0{,}30^2 + 0{,}18^2} = 0{,}35\,\text{ms}^{-2}$$

ACTIVIDADES

19. Indica si existe aceleración en los siguientes casos, indicando sus posibles componentes intrínsecas.

a) Un tren eléctrico cuando gira en una pista circular de 2 m de radio a 3 km h^{-1}.

b) Un automóvil al iniciar su marcha, cuando el semáforo ha cambiado de rojo a verde.

c) Un ciclista que toma la primera curva al bajar un puerto.

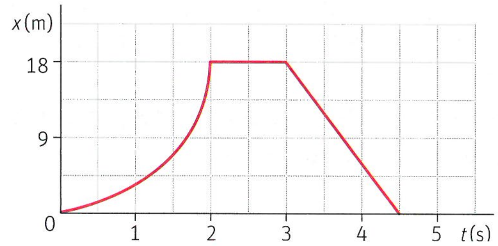
d) Un coche de Fórmula 1 cuando lleva una velocidad constante de 250 km h^{-1} en la recta de llegada.

Estudio de la gráfica posición-tiempo

22 En esta gráfica se muestra la posición de un móvil en función del tiempo en un movimiento en una dimensión.

a) Indica, de forma razonada, si el movimiento es uniforme o variado, señalando, si procede, el signo de la velocidad y la aceleración.

b) Calcula la velocidad para t = 2,5 s y para t = 4 s.



Consideraciones iniciales

- En la gráfica posición-tiempo de un movimiento en una dimensión, la pendiente da una información completa sobre la velocidad:
  - Si la pendiente es constante, el movimiento es rectilíneo uniforme.
  - Si la pendiente está cambiando el movimiento es rectilíneo variado.

  Además el signo de la pendiente informa del signo de la velocidad.
- Si el movimiento es en dos o tres dimensiones, aunque sea uniforme, hay aceleración normal.

Resolución

a) **Primer tramo.** La velocidad está cambiando ya que el tramo es curvo. Por lo tanto el movimiento es variado y tiene aceleración. La pendiente va aumentando, la variación de la velocidad (la aceleración) también.

Segundo tramo. La pendiente es nula y el móvil se encuentra en reposo.

Tercer tramo. La pendiente es constante, por lo tanto el movimiento es uniforme, y carece de aceleración. Como la pendiente es negativa, la velocidad también lo es.

b) Para t = 2,5 s, el móvil se encuentra en el segundo tramo donde la pendiente es nula, por lo tanto:

$$v(2{,}5) = 0$$

Para t = 4 s, el móvil está en el tercer tramo y el movimiento es uniforme, por lo que su velocidad es constante en todo el tramo. La velocidad media para ese tramo es:

$$v(4) = \frac{(0-18)\,\text{m}}{(4{,}5-3)\,\text{s}} = -12\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

> **CONCLUSIONES:** La información que nos da la pendiente en las gráficas posición-tiempo puede extenderse a movimientos en dos y tres dimensiones, aunque, en estos casos hay que tener en cuenta la variación de la dirección de la velocidad.

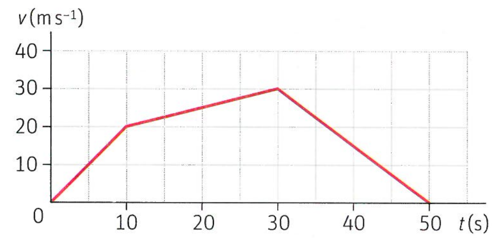
Estudio de la gráfica velocidad-tiempo

23 En la siguiente gráfica se representa la velocidad en función del tiempo de un móvil que parte del origen de coordenadas y sigue un movimiento en línea recta. Determina:

a) La aceleración del móvil en los tres tramos.

b) La distancia recorrida durante el movimiento de frenada.

c) ¿En qué intervalo de tiempo su aceleración es máxima?



Consideraciones iniciales

- La aceleración instantánea en una dimensión es: $a = \dfrac{dv}{dt}$.

  Para un movimiento rectilíneo, los tramos rectos de la gráfica v-t indican una aceleración tangencial constante (la aceleración normal es cero) que coincide con la aceleración media.
- En cada tramo se aplica la definición de aceleración media:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- El área de la gráfica v-t entre dos tiempos proporciona la distancia recorrida en ese intervalo de tiempo.
- En la gráfica v-t el signo de la pendiente indica el signo de la aceleración.

Resolución

a) La aceleración del móvil en los tres tramos es:

$$a_{m,1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(20-0)\,\text{m}\,\text{s}^{-1}}{(10-0)\,\text{s}} = 2\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

$$a_{m,2} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(30-20)\,\text{m}\,\text{s}^{-1}}{(30-10)\,\text{s}} = 0{,}5\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

$$a_{m,3} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(0-30)\,\text{m}\,\text{s}^{-1}}{(50-30)\,\text{s}} = -1{,}5\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

b) El movimiento de frenado es aquel que tiene la pendiente negativa: el tercer tramo de la gráfica.

Para calcular la distancia recorrida se determina el área de la gráfica entre los tiempos 30 y 50 s.

$$A = \frac{bh}{2} = \frac{(50\,\text{s} - 30\,\text{s})(30\,\text{m}\,\text{s}^{-1})}{2} = 300\,\text{m}$$

c) La aceleración es máxima en el primer tramo, 2 m s^{-2}. Observa que la pendiente es mayor que en los otros dos tramos.

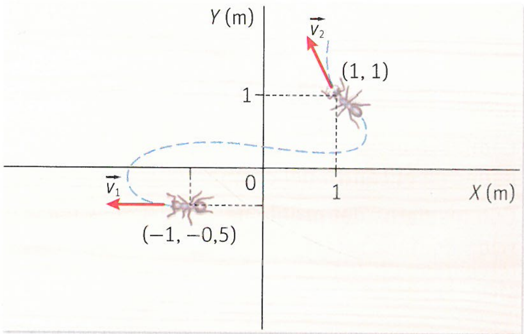
> **CONCLUSIONES:** La pendiente de la gráfica v-t nos da información acerca de la aceleración tangencial de un móvil.

Estudio del movimiento en el plano

24 Una hormiga corretea por una mesa de madera como la de la figura. En un instante dado sus coordenadas son (−1 m, −0,5 m) y su velocidad es $\vec{v}_1 = (-0{,}15\vec{i})\ \text{m s}^{-1}$. Pasados 20 s llega hasta la miga de pan que se encuentra en la posición indicada en la figura, moviéndose en ese instante con una velocidad $\vec{v}_2 = (-0{,}05\vec{i} + 0{,}15\vec{j})\ \text{m s}^{-1}$. Calcula:

a) El vector velocidad media y su módulo en el intervalo de tiempo señalado.

b) El vector aceleración media y su módulo.



Consideraciones iniciales

- Como el movimiento se realiza en dos dimensiones es necesario utilizar el cálculo vectorial.

Resolución

a) Los vectores de posición son:

$$\vec{r}_2 = (\vec{i} + \vec{j})\ \text{m} \quad \text{y} \quad \vec{r}_1 = (-\vec{i} - 0{,}5\vec{j})\ \text{m}$$

El vector velocidad media es:

$$\vec{v}_\text{m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\left[(\vec{i} + \vec{j}) - (-\vec{i} - 0{,}5\vec{j})\right]\text{m}}{(20\ \text{s})}$$

$$\vec{v}_\text{m} = (0{,}1\vec{i} + 0{,}075\vec{j})\ \text{m s}^{-1}$$

Su módulo es:

$$|\vec{v}_\text{m}| = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}075^2} = 0{,}13\ \text{m s}^{-1}$$

b) La aceleración media se determina:

$$\vec{a}_\text{m} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\left[(-0{,}05\vec{i} + 0{,}15\vec{j}) - (-0{,}15\vec{i})\right]\text{m s}^{-1}}{(20\ \text{s})}$$

$$\vec{a}_\text{m} = (0{,}005\vec{i} + 0{,}0075\vec{j})\ \text{m s}^{-2}$$

Su módulo es:

$$|\vec{a}_\text{m}| = \sqrt{0{,}005^2 + 0{,}0075^2} = 0{,}009\ \text{m s}^{-2}$$

CONCLUSIONES: Con los datos del ejercicio no se podría determinar la trayectoria de la hormiga, ya que solo se conocen dos posiciones. Para dibujar la trayectoria es necesario conocer el vector posición en función del tiempo.

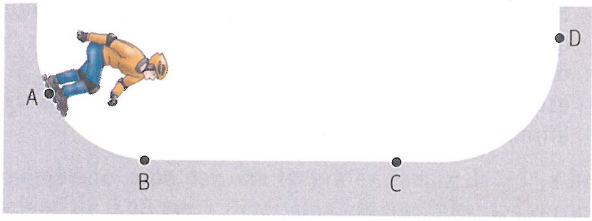
Componentes intrínsecas de la aceleración

25 Un chico práctica *free skate* con unos patines de línea en la pista de la figura. Los tramos curvos se pueden considerar semicirculares de radio 4 m. Se lanza hacia abajo y en el punto A tiene una velocidad de 3 m s⁻¹, y en ese momento, su aceleración tangencial es de 3,5 m s⁻². Llega a B con una velocidad de 5 m s⁻¹ y, durante el tramo recto patina durante 2,5 s hasta conseguir llegar al punto C con una velocidad de 9 m s⁻¹. Al llegar al punto D de la figura su velocidad es de 1 m s⁻¹. En este momento su aceleración total es de 7,5 m s⁻².

Calcula:

a) El valor numérico de la aceleración en A y en el tramo B–C.

b) La aceleración tangencial en D.



Consideraciones iniciales

- En un movimiento curvilíneo la velocidad cambia de dirección y el móvil tiene aceleración normal. Si además, cambia el módulo de la velocidad, también tiene aceleración tangencial.
- En el tramo recto sólo puede haber aceleración tangencial.

Resolución

a) La aceleración normal en el punto A es:

$$a_\text{n} = \frac{v^2}{R} = \frac{(3\ \text{m s}^{-1})^2}{(4\ \text{m})} = 2{,}3\ \text{m s}^{-2}$$

Como el enunciado indica que tiene aceleración tangencial, la aceleración será:

$$a = \sqrt{a_\text{t}^2 + a_\text{n}^2} = \sqrt{3{,}5^2 + 2{,}3^2} = 4{,}2\ \text{m s}^{-2}$$

En el tramo B-C, el tramo es rectilíneo, por tanto no tiene aceleración normal.

La aceleración en ese tramo es la aceleración media:

$$a_\text{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(9-5)\ \text{m s}^{-1}}{(2{,}5\ \text{s})} = 1{,}6\ \text{m s}^{-2}$$

b) La aceleración normal en el punto D es:

$$a_\text{n} = \frac{v^2}{R} = \frac{(1\ \text{m s}^{-1})^2}{(4\ \text{m})} = 0{,}25\ \text{m s}^{-2}$$

La aceleración es $a^2 = a_\text{t}^2 + a_\text{n}^2$; despejando la aceleración tangencial:

$$a_\text{t} = \sqrt{a^2 - a_\text{n}^2} = \sqrt{7{,}5^2 - 0{,}25^2} = 7{,}5\ \text{m s}^{-2}$$

Esta aceleración es negativa, ya que el módulo de la velocidad del patinador disminuye con el tiempo.

ACTIVIDADES

Movimiento en una dimensión

20. Razona sobre la veracidad o falsedad de las afirmaciones:

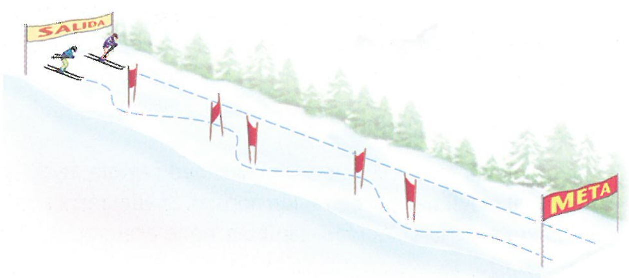
a) Si un objeto se mueve durante 10 s, su desplazamiento no puede ser cero.

b) Un móvil se mueve a gran velocidad durante 30 s y se para. Su velocidad media puede ser cero.

c) Un coche está acelerando si su velocidad es muy alta.

21. Un corredor se desplaza en línea recta desde $x = 0$ m a $x = 50$ m entre los tiempos $t = 0$ s y $t = 10$ s. Seguidamente entre $t = 10$ s y $t = 15$ s, el corredor va de $x = 50$ m a $x = 25$ m. ¿Coincide el desplazamiento con la distancia que ha recorrido el corredor en cada uno de los dos intervalos de tiempo?

22. Si has ido a esquiar habrás observado que hay esquiadores que realizan el descenso de una pista haciendo "eses" y otros, más arriesgados, lo realizan en línea recta. Si los dos esquiadores parten del mismo punto, razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.



a) Los dos han realizado el mismo desplazamiento.

b) Los dos han recorrido la misma distancia.

c) Ambos bajaron con la misma velocidad media si tardaron lo mismo.

23. Un barco cruza un río de 600 m de ancho en 1 min y 12 s.

a) ¿Cuál es su velocidad media?

b) Si el barco hace el viaje de vuelta en 58 s, ¿cuál es la velocidad media en este trayecto?

c) Determina la velocidad media del viaje de ida y vuelta.

Solución: a) 8,3 $m s^{-1}$; b) −10, 3 $m s^{-1}$; c) 0 $m s^{-1}$

24. La posición de un móvil que se desplaza a lo largo del eje X viene dada por $x(t) = t^2 - 10t - 2$, en unidades del SI. Calcula:

a) La posición inicial y las posiciones para $t = 2$ s y $t = 10$ s

b) ¿En qué instante el móvil cambia de sentido?

c) La velocidad media entre los instantes del apartado a).

d) La rapidez y la aceleración para $t = 2$ s.

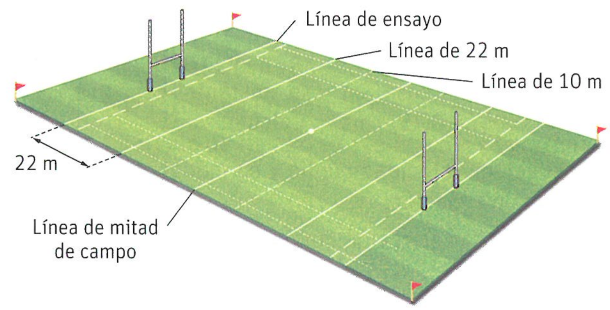
Solución: a) −18 m; −2 m; b) 5 s; c) 2 $m s^{-1}$; d) −6 $m s^{-1}$; 2 $m s^{-2}$

25. Se ha determinado experimentalmente que la velocidad que alcanza un pelota impulsada con la mano por un jugador de pelota vasca, puede alcanzar los 100 $km h^{-1}$ al chocar con el frontón y unos 90 $km h^{-1}$ tras rebotar en él.

Con ayuda de una cámara de alta velocidad se ha determinado que la pelota está en contacto con el frontón $3{,}50 \cdot 10^{-2}$ s. Calcula la aceleración media de la pelota en ese intervalo de tiempo.

Solución: $1{,}5 \cdot 10^3$ $m s^{-2}$

26. Un jugador de rugby recibe el balón en la línea de 22 m y corre hasta realizar un ensayo, tardando 3,1 s en recorrer la distancia entre ambas líneas.



a) Calcula la velocidad media suponiendo que se tome el origen de coordenadas en la línea de ensayo.

b) Cambiará dicha velocidad si se toma el origen de coordenadas en el centro del campo.

c) Con los datos del problema, ¿podríamos decir que ha corrido en línea recta?

Solución: a) −7,1 $m s^{-1}$

27. En 1997 se superó por primera vez la velocidad del sonido con un coche propulsado con dos motores a reacción. Para ello, el conductor hizo dos carreras, una en cada sentido. En la primera cubrió la distancia de 1609 m en 4,720 s. Cuando lo hizo en el sentido contrario cubrió la misma distancia en 4,695 s. Determina la velocidad media en cada tramo.

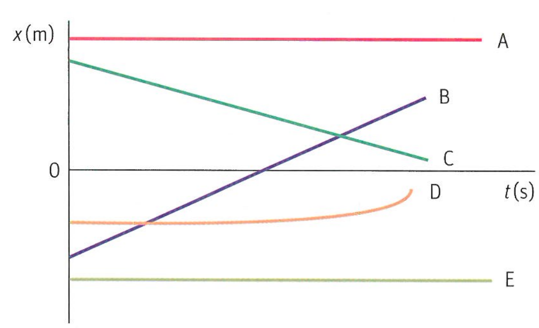
Solución: 341 $m s^{-1}$; −343 $m s^{-1}$

28. Durante una parte de la caída de un paracaidista su velocidad aumenta desde 16 $m s^{-1}$ hasta 28 $m s^{-1}$ en 1,3 s. Tras abrirse el paracaídas, su velocidad disminuye de 48 a 26 $m s^{-1}$ en 11 s. En ambos casos determina el módulo y el sentido de la aceleración media.

Solución: −9,2 $m s^{-2}$; 2,0 $m s^{-2}$

Estudio gráfico del movimiento

29. En la gráfica posición-tiempo se representa el movimiento de diferentes objetos. Responde, de forma razonada, a las siguientes cuestiones.



a) ¿Qué objetos están en reposo?

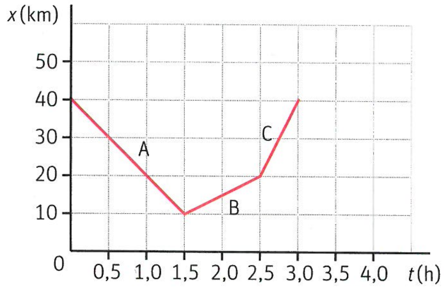
b) ¿Qué objeto tiene aceleración?

c) ¿Quién tiene mayor rapidez B o C?

d) ¿Qué objeto cambia de sentido?

e) ¿Qué objeto se mueve en el mismo sentido que B?

30. Un autobús realiza un viaje de acuerdo con la gráfica adjunta posición-tiempo. Determina la velocidad media en cada uno de los tres segmentos. Expresa el resultado en unidades del SI.



Solución: $-5{,}6\ \mathrm{m\,s^{-1}}$; $2{,}8\ \mathrm{m\,s^{-1}}$; $11{,}1\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

31. La tabla siguiente indica las posiciones de un ciclista en función del tiempo:

***t* (h)**	1	1,5	2	2,5	3
***x* (km)**	45	35	25	15	5

a) Dibuja la gráfica *x-t* e indica, el sentido del movimiento.

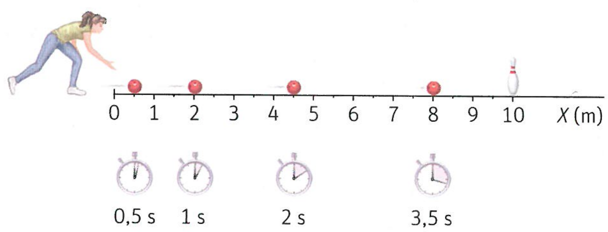
b) ¿El movimiento es variado?

c) Calcula la velocidad media en $\mathrm{m\,s^{-1}}$ entre $t = 1{,}5$ h y $t = 3$ h.

d) Si tomáramos otro intervalo de tiempo, ¿cambiaría la velocidad media?

Solución: c) $-5{,}6\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

32. La siguiente figura muestra las posiciones que ocupa una bola en una bolera en función del tiempo:



a) ¿Cuál es la posición inicial y final?

b) Indica si el movimiento es uniforme o variado.

c) Determina la velocidad media entre $t = 0{,}5$ s y $t = 2$ s.

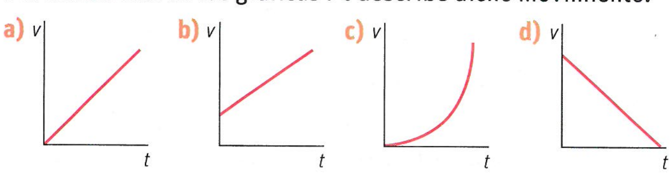
Solución: a) 0,5 m; 8,0 m; c) $2{,}67\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

33. Un cartero reparte cartas por una calle recta. Sale a las 9 de la mañana y camina a velocidad constante de $0{,}75\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. A los 10 min se para durante 2 min en un edificio para repartir las cartas. Sigue andando a $1\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ hasta el siguiente edificio situado a 90 m del anterior y tarda en repartir las cartas 1 min. Luego vuelve a la oficina con una velocidad de $1{,}5\ \mathrm{m\,s^{-1}}$.

a) Representa el movimiento de ida y vuelta del cartero en una gráfica posición-tiempo.

b) Indica el tipo de movimiento del cartero en cada tramo.

34. Una moto acelera uniformemente de $80\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ a $115\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ en 9 s. Indica cuál de las gráficas *v-t* describe dicho movimiento.



Movimiento en dos dimensiones

35. Una partícula se mueve en un plano. Sus coordenadas son: (2 m, 3 m) para $t = 0$ s; (6 m, 7 m) para $t = 2$ s y (13 m, 4 m) para $t = 5$ s. Calcula:

a) La velocidad media entre $t = 0$ s y $t = 2$ s.

b) La velocidad media entre $t = 2$ s y $t = 5$ s.

Solución: a) $(2{,}0,\ 2{,}0)\ \mathrm{m\,s^{-1}}$; b) $(2{,}3,\ -1{,}0)\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

36. Una jugadora de balonvolea golpea el balón de forma que la ecuación del movimiento de este es: $\vec{r}(t) = 6t\,\vec{i} + (1 + 6t - 5t^2)\,\vec{j}$ expresado en unidades del SI. Calcula:

a) Los vectores posición en los instantes $t = 0$ y $t = 2$ s.

b) El vector desplazamiento para el intervalo anterior.

c) La velocidad media en dicho intervalo.

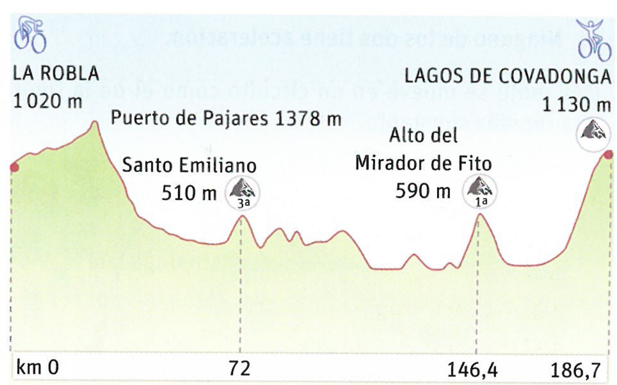
d) La velocidad instantánea para $t = 0$ s.

Solución: a) $(1\vec{j})$ m; $(12\vec{i} - 7\vec{j})$ m; b) $(12\vec{i} - 8\vec{j})$ m; c) $(6\vec{i} - 4\vec{j})\ \mathrm{m\,s^{-1}}$; d) $(6\vec{i} + 6\vec{j})\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

37. Un montañero sube por una ladera en rampa de 25° a una velocidad de $0{,}48\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. Determina las componentes vertical y horizontal de la velocidad del montañero.

Solución: $0{,}20\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ y $0{,}44\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

38. El gráfico muestra el perfil de una etapa de la vuelta a España (La Robla-Lagos de Covadonga). La Robla se encuentra a 1020 sobre el nivel del mar y el final de la etapa a 1130 m. El recorrido de la etapa fue de 186,7 km.



Sabiendo que la distancia en línea recta horizontal entre ambos puntos es de unos 73 km. Determina:

a) El vector posición en La Robla y en el final de la etapa.

b) El desplazamiento entre ambos puntos, ¿coincide con la distancia recorrida?

c) La rapidez media y la velocidad media sabiendo que la etapa duró 5 h 1 min 23 s.

Solución: a) $(7{,}3 \cdot 10^4\vec{i} + 1{,}1 \cdot 10^3\vec{j})$ m; b) $(7{,}3 \cdot 10^4\vec{i} + 1{,}1 \cdot 10^2\vec{j})$ m; c) $10{,}3\ \mathrm{m\,s^{-1}}$; $(4{,}04\vec{i} + 0{,}01\vec{j})\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

39. Un operador de radar estacionario determina que un buque se encuentra 10,0 km al sur de él (sentido negativo del eje *Y*). Una hora más tarde el mismo barco está a 20,0 km al oeste (sentido negativo del eje *X*). Si la nave se movió a una velocidad constante y siempre en la misma dirección, calcula la velocidad media en ese tiempo.

Solución: $(-20{,}0\vec{i} + 10{,}0\vec{j})\ \mathrm{km\,h^{-1}}$

ACTIVIDADES

40. Para $t = 0$ s, una partícula está localizada en el origen de coordenadas y tiene una velocidad de 40 m s^{-1}, formando un ángulo de 45° con la horizontal. A los 3 s, la partícula se encuentra en el punto (100 m, 80 m) con una velocidad de 30 m s^{-1} y formando un ángulo con la horizontal de 50°. Calcula:

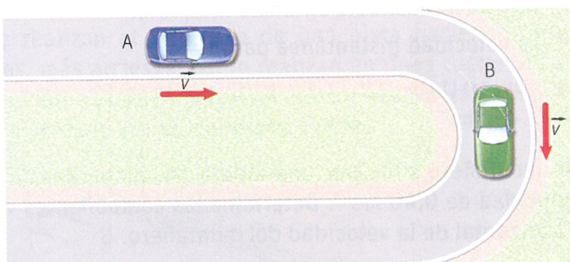
a) La velocidad media entre $t = 0$ y $t = 3$ s.

b) La aceleración media en el mismo intervalo de tiempo.

Solución: a) $(33{,}3\vec{i} + 26{,}7\vec{j})$ m s^{-1} ; b) $(-3\vec{i} - 1{,}8\vec{j})$ m s^{-2}

Aceleración en los movimientos curvilíneos

41. Dos coches se mueven con la misma rapidez. El coche A se mueve a lo largo de una carretera recta, mientras que el B lo hace en un tramo curvo.



Razona cuál de las siguientes afirmaciones es la verdadera:

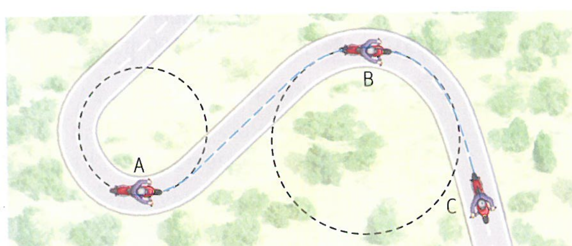
a) La aceleración de ambos es cero, ya que se mueven con rapidez constante.

b) El coche A tiene aceleración y el B no.

c) El coche A no tiene aceleración y el B sí.

d) Ninguno de los dos tiene aceleración.

42. Una moto se mueve en un circuito como el de la figura con una rapidez constante.



a) ¿Dónde es mayor la aceleración normal en A o en B?

b) ¿La aceleración normal es mayor en B o en C?

43. Un lanzador de disco gira sobre su cuerpo describiendo una trayectoria circular de 1,05 m de radio para conseguir un mayor impulso. Si la velocidad máxima del disco al salir de la mano del lanzador es de 20,0 m s^{-1}, determina el módulo de la aceleración normal un instante antes de que lo lance.

Solución: 381 m s^{-2}

44. Un astronauta puede llegar a sentir aceleraciones de $3g$, siendo $g = 9{,}81$ m s^{-2}. Para entrenarse antes de partir al espacio, el astronauta se coloca en el extremo de un brazo mecánico que gira a velocidad constante en un círculo horizontal. ¿A qué velocidad gira el brazo mecánico para obtener una aceleración normal de $3{,}00g$? El radio del brazo es de 9,45 m.

Solución: 16,7 m s^{-1}

45. Un astronauta se está acoplando a un satélite que se encuentra en una órbita de radio 7000 km alrededor de la Tierra. En dicha órbita la aceleración normal es de 8,21 m s^{-2}.
Calcula la velocidad con la que gira el satélite y el tiempo que tarda en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra.

Solución: $7{,}58 \cdot 10^3$ m s^{-1}; $5{,}80 \cdot 10^3$ s

46. Un automóvil cuya velocidad aumenta a un ritmo de 0,600 m s^{-2} se desplaza a lo largo de una curva de radio 20,0 m. Cuando la velocidad instantánea de automóvil es de 4 m s^{-1}, calcula:

a) La aceleración tangencial.

b) La aceleración normal.

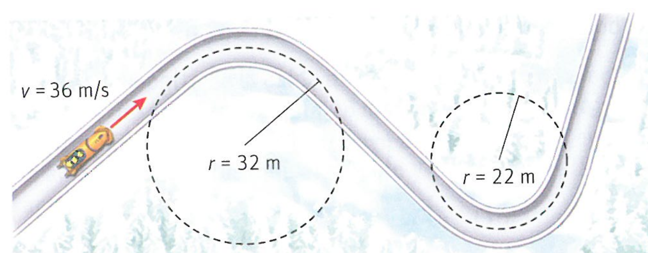
c) La aceleración total.

Solución: a) 0,600 m s^{-2}; b) 0,800 m s^{-2}; c) 1,00 m s^{-2}

47. El *London Eye* es una de las atracciones turísticas más interesantes cuando se visita la ciudad de Londres. Consiste en una noria de 120 m de diámetro desde la que se puede observar toda la ciudad. Sabiendo que la noria tarda unos 24 minutos en dar una vuelta completa, calcula la aceleración normal a la que se ve sometida una persona en el *London Eye*.

Solución: $1{,}13 \cdot 10^{-3}$ m s^{-2}

48. Una pista de *bobsleigh* tiene la forma de la figura. Suponiendo que la velocidad con la que baja es 36 m s^{-1} y que no varíe al ir de una curva a otra, calcula la aceleración centrípeta en ambas curvas.
Expresa la respuesta en múltiplos de g (donde $g = 9{,}81$ m s^{-2}).



Solución: $4{,}13g$ y $6g$

smSaviadigital.com

49. En esta dirección encontrarás un cuadro denominado "selecciona", en el que se muestran diferentes gráficas posición-tiempo:

a) ¿En qué gráficas cambia la velocidad?

b) ¿En qué gráficas la velocidad es negativa?

50. En esta dirección se explica cómo calcular la distancia recorrida con ayuda de la gráfica v-t. En la tercera gráfica, ¿coinciden el desplazamiento y la distancia recorrida?

RESUELVE

smSaviadigital.com VALORA LO APRENDIDO > Realiza estas actividades de autoevaluación para comprobar los conocimientos adquiridos.