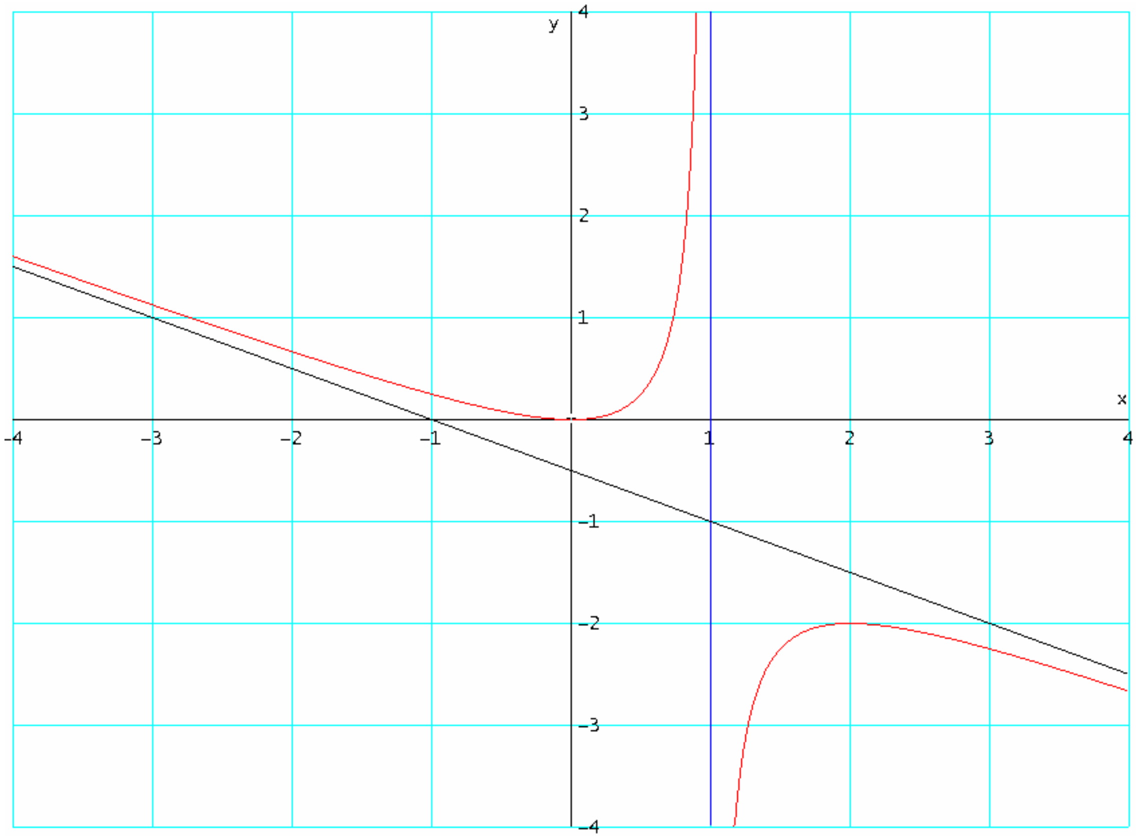
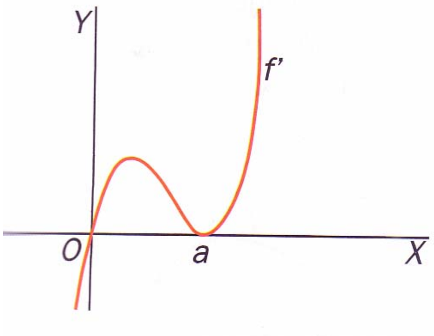
Gráfica da función: $f(x) = \dfrac{x^2}{2-2x}$



Exercicio:

Esboza a gráfica de f(x), razoadamente, se sabes que f(0)= -2, e que a gráfica de f´(x) é:



(A solución pódese consultar na páxina 253, do libro de texto).

Exercicio:
Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica da función $f(x) = \sqrt{2x-5}$, no punto de abscisa 3.

Solución:

$f(3) = \sqrt{2 \cdot 3 - 5} = \sqrt{1} = 1$; logo a tanxente pasa polo punto $(3, f(3)) = (3,1)$;

Calculamos a derivada da función para obter a pendente da recta tanxente:

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x-5}} = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} \quad \Rightarrow m = f'(3) = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 \ ;$$

Entón, pola ecuación da recta tanxente:

$y = f'(a)(x-a) + f(a)$, para o problema resulta:

$y = 1 \cdot (x-3) + 1 = x - 3 + 1 \Rightarrow y = x - 2$, que ***é a ecuación da recta tanxente*** en x=3.

Exercicio:

Un profesor comprobou que o grao de atención (puntuado de 0 a 100) que prestan os alumnos durante os 40 minutos de duración da súa clase, segue a función:
$f(t) = a\,t(b-t)$, $0 \le t \le 40$. Sabendo que aos 20 mínutos lle prestan a máxima atención (é dicir, o grao de atención é 100), pídese:
Determinar, xustificando a resposta, a e b.

Solución:
Posto que nos dicen onde se acada o máximo, e canto vale: 100 en t = 20, esto nos permite dar as dúas ecuacións:

Do valor máximo da gráfica: $100 = f(20) \Rightarrow 100 = 20ab - 400a$
Por ser un máximo, a derivada en t = 20 vale cero, daquela, teño a segunda ecuación:
$f'(t) = ab - 2at \Rightarrow f'(20) = 0$, así $0 = ab - 40a$,
logo teño que resolver o sistema:

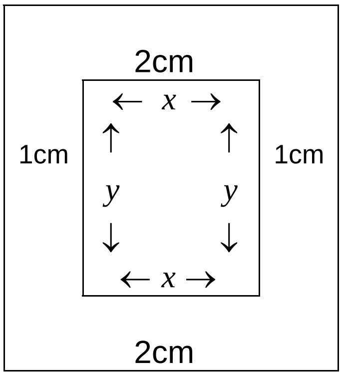
$\begin{cases} 20ab - 400a = 100 \\ ab - 40a = 0 \end{cases}$, multiplico a 2ª por -20, e sumando: queda

$400a = 100 \Rightarrow a = \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$, e sustituindo na 2º ecuación, obtemos: $b = 40$.

Exercicio:

Unha tarxeta de publicidade debe conter 18 cm^2 de texto impreso. As marxes superior e inferior deben ter 2 cm e as laterais 1 cm. ¿Qué dimensións debe ter a tarxeta para que o gasto sexa mínimo? (fai un debuxo que te axude a resolver o problema).

Solución: Trátase de minimizar a superficie, chegamos a que as dimensións da tarxeta son: 5x10 cm. Vexamos:



$A=(x+2)(y+4)$, esta é a superficie que temos que minimizar, ademáis temos a condición de ligadura: a superficie que debe ter escrita: $xy=18 \Rightarrow y=\dfrac{18}{x}$;

Polo tanto, a función que temos que minimizar convírtese en:

$A(x)=(x+2)(\dfrac{18}{x}+4)=\dfrac{4x^2+26x+36}{x}$. Derivamos para buscar os posibles extremos da función: $A'(x)=\dfrac{(8x+26)x-(4x^2+26x+36)}{x^2} \Rightarrow$

$A'(x)=\dfrac{8x^2+26x-4x^2-26x-36}{x^2} \Rightarrow A'(x)=\dfrac{4x^2-36}{x^2}$; igualamos a cero, daquela:

$A'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^2-36=0 \Rightarrow 4(x^2-9)=0 \Rightarrow x=3$

(A solución negativa non ten sentido, por tratarse dunha lonxitude).

Estudamos o signo da derivada, entorno ao punto:

$A'<0$	$x=3$	$A'>0$
$\searrow$	Minimo	$\nearrow$

De onde , obtemos o valor de y: $\Rightarrow y=\dfrac{18}{x}=\dfrac{18}{3}=6$.

E polo tanto, as dimensión da tarxeta: $\begin{cases} x+2=5 \\ y+4=10 \end{cases}$, é dicir de ***5cm x10 cm***