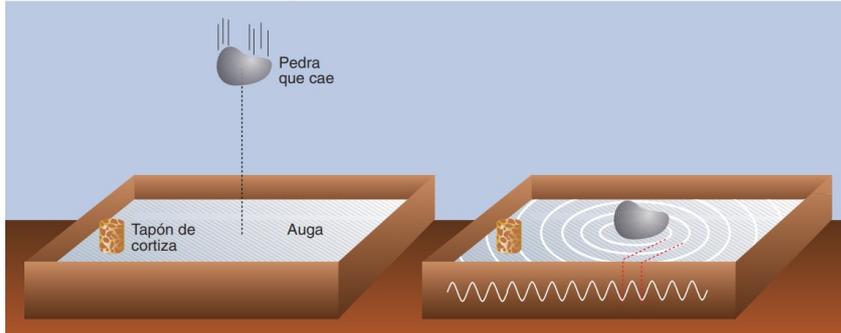


TEMA 5. MOVIMIENTO ONDULATORIO

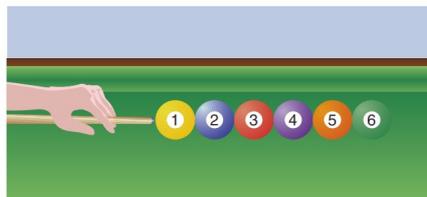
1. CONCEPTO DE ONDA Y CLASES DE ONDAS.

Imaginemos un estanque con agua en reposo, en la que hay un corcho. Al dejar caer una piedra en el agua, vemos como en su superficie aparecen unos círculos concéntricos que avanzan hacia la orilla, propagando la perturbación (llamada onda) alcanzando al cabo de un tiempo los distintos puntos del medio. Cuando llega al corcho, este sube y baja en torno a su posición de equilibrio, permaneciendo en el mismo lugar. Esto nos indica que el agua no se desplaza con la perturbación, solamente se agita a su paso.



Esta perturbación tiene lugar en la dirección perpendicular a la dirección de propagación de la onda: las ondas se propagan horizontalmente en la superficie del agua y las partículas de líquido se agitan verticalmente. Se dice que la onda es transversal.

Pensemos ahora en varias bolas de billar que están en contacto formando una línea recta. Si a la primera bola le damos un golpe en la dirección y sentido en que están las demás, vemos que la perturbación avanza a lo largo de la fila, siendo transmitida a la última. Si las bolas son elásticas, toda la energía de la bola "1" es transmitida a la bola "6" (si las bolas son de plastilina, la energía inicial de la primera bola se pierde en la deformación de las bolas siguientes). Vemos que las bolas transmiten la perturbación en la misma dirección en que esta se propaga: son las llamadas ondas longitudinales. Tampoco ahora hay desplazamiento de masa: las bolas 1, 2, 3, 4 e 5, permanecen fijas, saliendo la 6 con la energía comunicada a la 1 (si el choque es elástico y no hay rozamiento).



Debido a las fuerzas que ligan las partículas de la materia, la vibración de un punto material de un medio elástico hace vibrar los puntos vecinos, propagándose la vibración a través del medio, conociéndose esta propagación como **movimiento ondulatorio**. En él hay transporte de energía pero no de masa.

Podemos decir que **movimiento ondulatorio es la propagación de un movimiento vibratorio a través de un medio, con transporte de energía pero no de masa**.

En los ejemplos expuestos, las ondas se desplazan a través de un medio material, recibiendo el nombre de **ondas mecánicas** o materiales. Pero hay ondas que no necesitan de un medio para propagarse, como es el caso de las **ondas electromagnéticas**.

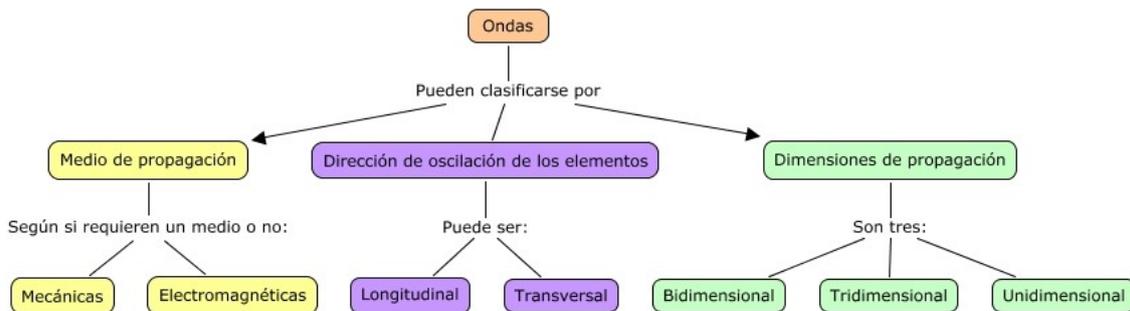
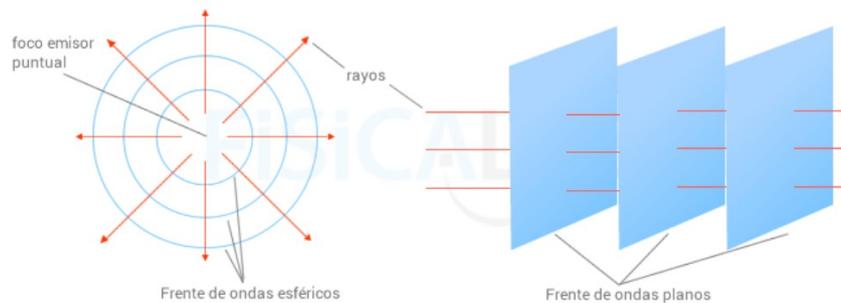
Según el número de dimensiones en las que se propaga la perturbación, la onda se clasifica en **unidimensional** (es el caso de las bolas de billar), **bidimensional** (piedra que cae en un estanque) y **tridimensional** (la luz, el sonido etc). Observa que si nos situamos en un punto muy alejado del foco (punto donde se produce la perturbación, es decir, punto donde tuvo lugar el impacto de la piedra con el agua en el ejemplo inicial) las ondas (circulares) pueden considerarse planas.

Se denomina **foco** o centro emisor al punto donde se origina la perturbación.

Las direcciones de propagación reciben el nombre de **rayos**

Se denomina **frente de onda** a la curva que une en cada instante de tiempo todos los puntos que se encuentran en el mismo estado de perturbación o, lo que es lo mismo, que tienen igual fase.

En el caso de una onda unidimensional, el frente de onda es un único punto; para las ondas bidimensionales el frente de onda es circular. El frente de onda de una onda de sonido que se propaga por un medio homogéneo e isótropo es una esfera centrada en la fuente emisora, por lo que dichas ondas se denominan **esféricas**.



2. MAGNITUDES DEL MOVIMIENTO ONDULATORIO

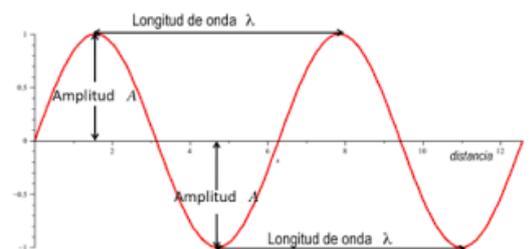
El **período (T)** es el tiempo que tarda un punto del medio (un punto de la cuerda) en dar una oscilación completa, que coincide con el tiempo que tarda una onda en reproducirse.

El número de veces que se repite la misma situación física en la unidad de tiempo es la **frecuencia**, simbolizada por ν o f , resultando $T = 1/\nu$. Representa el número de oscilaciones o de ondas que se producen en un segundo.

La distancia mínima medida sobre la dirección en que avanza la onda que existe entre dos puntos más próximos que se encuentran simultáneamente en el mismo estado de vibración se conoce como **longitud de onda, λ** . Por consiguiente, la velocidad v de propagación de la onda es:

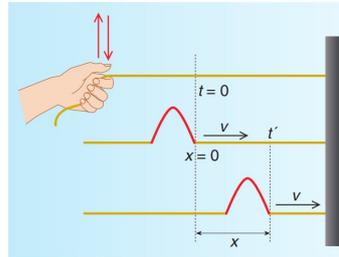
$$v = \lambda/T = \lambda \cdot \nu$$

El valor que alcanza la perturbación –que es la distancia que hay desde la posición de equilibrio hasta la onda– es la elongación. El valor máximo de la elongación se llama **amplitud, A**.



3.- ONDAS ARMÓNICAS. ECUACIÓN DE ONDA UNIDIMENSIONAL

Estudiaremos la ecuación de una onda armónica unidimensional que se propaga a lo largo del eje x en su sentido positivo y que la vibración asociada a movimiento armónico simple tiene lugar en la dirección del eje y. Para eso recordamos el movimiento ondulatorio que aparece en una cuerda tensa y sujeta de uno de los extremos, a la que le damos un golpe vertical hacia arriba, volviendo al punto de partida, en el otro extremo, como se indica en la figura.



Como toda ecuación de ondas, va a ser la expresión matemática que permite obtener el estado de vibración de una partícula en cualquier instante.

En el instante $t = 0$, el impulso empieza a alcanzar la partícula situada en $x = 0$, que vibra con un m.a.s. que tiene por elongación la dada por la ecuación:

$$y(0,t) = A \text{ sen } (\omega t)$$

“y” es una función de dos variables: de x (abscisa) e de t (tempo).

Al cabo de un tiempo t' , el impulso llega a la partícula situada en x, que empieza a vibrar, con respecto a la partícula situada en $x = 0$ con un atraso de t' segundos, y su elongación es la que tenía la partícula situada en $x = 0$ t' segundos antes:

$$y(0, t-t') = A \text{ sen } [\omega(t-t')] = y(x, t)$$

Si la perturbación viaja a la velocidad v, podemos escribir la siguiente igualdad: $t' = x/v$ y sustituyéndola en la anterior tenemos:

$$y(x, t) = A \text{ sen } \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] = A \text{ sen } \left(\omega t - \omega \cdot \frac{x}{v} \right) = A \text{ sen } \left(\omega t - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{x}{v} \right)$$

Se recordamos que $v = \lambda/T$ e, en consecuencia, $v \cdot T = \lambda$ podemos escribir:

$$y(x, t) = A \text{ sen } \left(\omega t - \frac{2\pi \cdot x}{\lambda} \right)$$

siendo $2\pi/\lambda$ el llamado número de onda, simbolizado por k, y representa el número de longitudes de onda que hay en una longitud de 2π metros. Con esta nueva notación resulta:

$$y(x, t) = A \text{ sen}(\omega t - kx)$$

A ángulo $(\omega t - kx)$ se le llama fase de la onda. Se dice que dos puntos están en fase cuando la diferencia de fase es de 2π radianes o un múltiplo entero de este valor: su estado de vibración es el mismo. Si la diferencia de fase es de π radianes o un múltiplo impar de este valor, los estados de vibración están en **oposición de fase**.

Si la onda se propaga en el sentido negativo del eje x, la velocidad es negativa y la ecuación de onda es:
 $y(x,t) = A \text{ sen}(\omega t + kx)$

Si en el instante en que empezamos a contar el tiempo, $t = 0$, la perturbación en el foco ya posee la fase inicial ϕ_0 , la ecuación de onda queda da forma:

$$y(x,t) = A \text{ sen}(\omega t \pm kx + \phi_0).$$

De igual forma, se puede utilizar la función coseno para describir la perturbación:

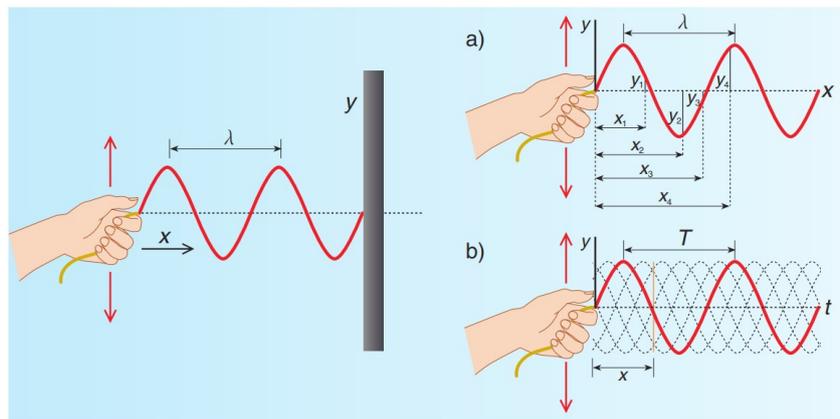
$$y(x,t) = A \text{ cos}(\omega t \pm kx)$$

La utilización de la función seno o coseno queda determinada por las condiciones iniciales (el mismo que en el movimiento armónico). Si la vibración de cada punto del medio tiene lugar en la misma dirección que la del avance de la perturbación, que suponemos en el eje x , la onda es longitudinal y la ecuación de onda correspondiente es:

$$x'(x,t) = A \text{sen}(\omega t \pm kx + \phi_0).$$

Como se ve, la ecuación obtenida depende de dos variables: x y t . Si mantenemos fijo t , observamos que, al variar x , la elongación y de los diversos puntos da onda varía periódicamente de forma sinusoidal:

$x_1 \rightarrow y_1, x_2 \rightarrow y_2, x_3 \rightarrow y_3, \dots$ La ecuación de onda nos da, para un instante determinado, la forma de onda de cualquier punto. Es como si hiciéramos una fotografía de la cuerda. Para una longitud λ se repite la misma situación física.



Doble periodicidad: espacial en el caso a) y temporal en el caso b)

Vemos que las ondas armónicas son doblemente periódicas: en el tiempo, con un período temporal T , y en el espacio, con un período longitudinal λ .

En la ecuación de una onda no hay que confundir la **velocidad de propagación** de la perturbación (o velocidad de fase): $v = \lambda/T = \lambda \cdot \nu$, que para un medio determinado es constante, con la velocidad de vibración de las partículas, que se obtiene derivando la elongación o ecuación de onda:

$$v = dy/dt = A \omega \cos(\omega t \pm kx), \text{ y depende del tiempo } t \text{ y de la partícula } x$$

La aceleración sería:

$$a = dv/dt = -A \omega^2 \text{sen}(\omega t \pm kx)$$

<https://phet.colorado.edu/es/simulations/wave-on-a-string>

EJERCICIOS:
PROBLEMAS (Ecuación de onda): 1-2- 3- 4-5-6-7
CUESTIONES(Características y ecuación de la las ondas): 4-9-10-11-12-13-14-15

4.- ENERGÍA DE UNA ONDA ARMÓNICA

Cuando una onda llega a un punto, este empieza a vibrar y adquiere energía cinética; simultáneamente, al desplazarlo de su posición de equilibrio, adquiere energía potencial. Por lo tanto, la propagación de una onda lleva consigo un transporte de energía. Consideremos que el foco realiza un m.a.s., apareciendo una onda mecánica que se propaga por un medio material. El foco transmite su energía a las partículas vecinas del medio, las que adquieren un m.a.s., y la energía de una partícula de masa m será:

- Solamente cinética: en la posición de equilibrio, cuando la elongación es cero.
- Solamente potencial: en los puntos de máxima elongación.
- Cinética y potencial: para otra posición cualquiera de la vibración.

Vamos a hacer el cálculo de la energía de una onda armónica para el caso más sencillo: cuando está en la posición de equilibrio, en el que toda su energía está en forma de energía cinética.

$$E_T = E_c + E_p$$

$$E_T = E_{c,max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \text{ donde } v \text{ es la velocidad de vibración del punto}$$

$$v = dy/dt = d/dt [A \sin(\omega t - kx)] = A \cdot \omega \cos(\omega t - kx)$$

La velocidad es máxima cuando el $\cos(\omega t - kx) = 1$ $v_{max} = A \cdot \omega$

$$\left. \begin{array}{l} E_{k,max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \\ v_{max} = A \omega \end{array} \right\} \rightarrow E_{k,max} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \left. \begin{array}{l} \omega = 2\pi/T \\ T = 1/\nu \end{array} \right\} \rightarrow E_{k,max} = \frac{1}{2} m A^2 \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow E_{k,max} = 2\pi^2 m A^2 \nu^2$$

Como vemos, la energía de las ondas armónicas es directamente proporcional al cuadrado de la frecuencia y de la amplitud.

EJERCICIOS:
CUESTIONES(Características y ecuación de las ondas): 16-

5.- INTENSIDAD DE UNA ONDA ARMÓNICAS

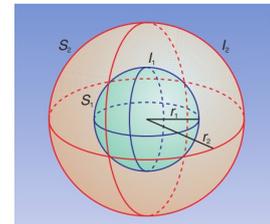
Se llama intensidad, I , de un movimiento ondulatorio en un punto a la cantidad de energía que en la unidad de tiempo atraviesa la unidad de superficie colocada en ese punto perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda:

$$I = \text{Energía/tiempo} \cdot \text{superficie} = \text{Potencia/superficie}$$

En el SI se mide en $J/(s \cdot m^2)$, equivalente a W/m^2 .

Es sabido que en las ondas bidimensionales y tridimensionales, la intensidad, I , disminuye con la distancia, r , al foco emisor. Cuál es la relación que hay entre intensidad y distancia?

Supongamos una **onda tridimensional** esférica que se propaga en un medio homogéneo e isótropo (condición necesaria para que el frente de ondas sea esférica). En este caso la energía se irradia por igual en todas las direcciones, repartiéndose uniformemente en la superficie del frente de onda y para una distancia r_1 del foco emisor la intensidad vale:



$$I_1 = P_1/S_1 = P_1 / 4\pi r_1^2$$

Para una distancia r_2 del mismo foco emisor tenemos:

$$I_2 = P_2/S_2 = P_2 / 4\pi r_2^2$$

Si no existe ningún tipo de rozamiento, la energía mecánica que atraviesa la superficie esférica de radio r_1 es la misma que la energía que atraviesa la superficie esférica de radio r_2 :

$$E_1 = E_2 \rightarrow P_1 = P_2 \text{ y, por lo tanto, } I_1 4\pi r_1^2 = I_2 4\pi r_2^2, \text{ resultando:}$$

$$I_1 / I_2 = r_2^2 / r_1^2 = \text{constante}$$

La intensidad va disminuyendo proporcionalmente al cuadrado de la distancia al foco emisor. En el caso 1 la energía se reparte entre las partículas que forman el frente de onda de radio r_1 y en el caso 2 entre las que forman el frente de onda de radio r_2 , que es mayor y, por lo tanto, su cociente menor: $I = P/S$.

Si la **onda es bidimensional**, la intensidad es la potencia por unidad de longitud del frente de onda. $I = P/L$ (se mide en W/m)

$$I_1 = P/L_1 = P/2\pi r_1 \quad I_2 = P/L_2 = P/2\pi r_2 \text{ misma potencia} \rightarrow I_1 2\pi r_1 = I_2 2\pi r_2, I_1 / I_2 = r_2 / r_1 = \text{cte}$$

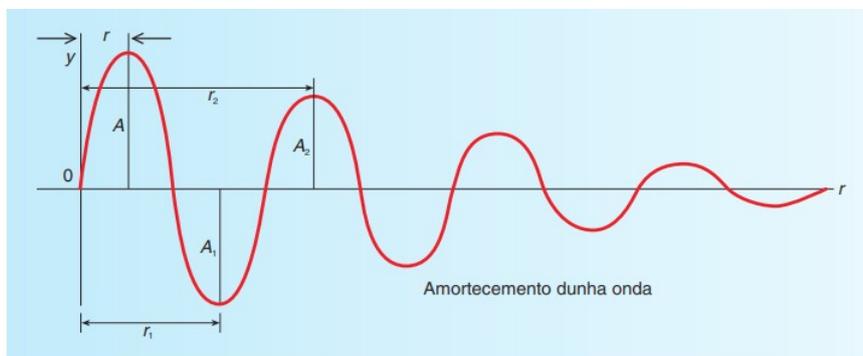
ATENUACIÓN

¿Cómo varía la amplitud, A , de una onda a medida que esta se aleja del foco emisor? Como ya vimos la energía y por lo tanto la intensidad es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud

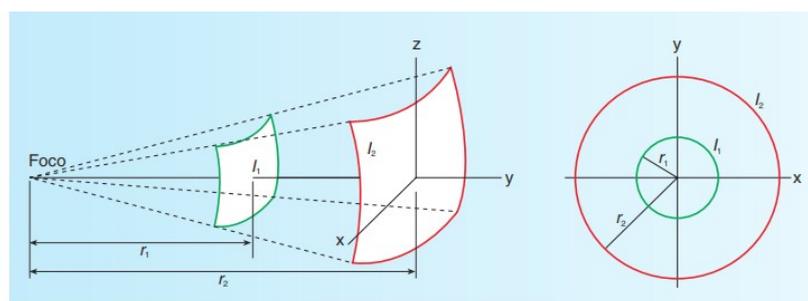
La energía proporcional a A^2 ($E = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot A^2 \cdot f^2$) y, en consecuencia, I proporcional A^2 [$I = E/(t \cdot S)$]. Por lo tanto:

$$\left. \begin{array}{l} I_1 \propto A_1^2 \\ I_2 \propto A_2^2 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \\ \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1} \rightarrow A_1 \cdot r_1 = A_2 \cdot r_2 = \text{cte.}$$

Es decir: la amplitud del movimiento ondulatorio es inversamente proporcional a la distancia del centro emisor y, por lo tanto, a aumentar la distancia las partículas vibran con menor energía: $E \propto A^2$. Esto se debe a que la misma energía se reparte en cada frente de ondas, a medida que aumenta r , en mayor número de partículas. Este fenómeno se conoce como **atenuación**. A la amortiguación de una onda también contribuye la absorción, cuando su propagación tiene lugar en un medio inelástico, perdiéndose energía por rozamiento, viscosidad etc. esto hace que la amplitud de una onda no sea inversamente proporcional a la distancia del foco emisor, sino que la onda se amortigua a distancias a las que, según la ley de proporcionalidad, $A = \text{cte}/r$, aún le corresponderían amplitudes considerables. Esto es lo que sucede en las ondas generadas en la superficie de un lago (bidimensionales) cuando se deja caer una piedra, o las producidas en un altavoz (tridimensionales). Las amortiguaciones descritas exigen la presencia de estaciones repetidoras de ondas de TV y radio, permitiendo prolongar el alcance de la señal hasta puntos muy alejados de la estación emisora.



Si la amplitud A permanece constante con la distancia, se dice que la onda no es amortiguada



En el caso de ondas unidimensionales, tales como las de un resorte o cuerda, las ondas se propagan en una sola dirección del espacio y, si el medio es elástico, no se disipa energía: el

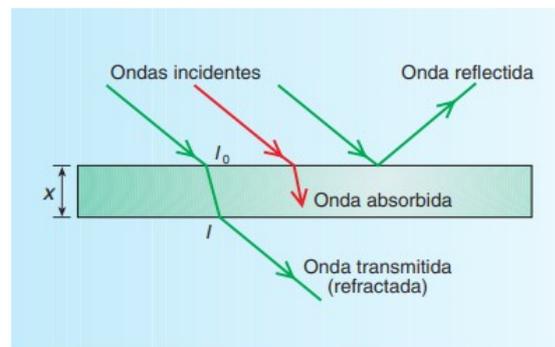
frente de ondas es plana, los radios son paralelos, no variando el número de partículas afectadas por la perturbación. En la práctica los medios son inelásticos: disipan energía en forma de calor

ABSORCIÓN

Ya estudiamos que, aún en el caso de que el medio en el que se propaga una onda no disipe energía, la amplitud y, en consecuencia, la energía de una onda bi y tridimensional se va amortiguando con la distancia al foco emisor. Esto se debe a que la energía se reparte en cada frente de ondas, a medida que aumenta r , en un mayor número de partículas. Este fenómeno se conoce como atenuación.

En el caso de ondas unidimensionales, al propagarse en una sola dirección del espacio, no se produce amortiguación de la onda por atenuación: el número de partículas afectadas por la perturbación es constante. Lo mismo ocurre en una onda plana: toda la energía que pasa a través de una determinada superficie también lo hace por otra igual y paralela. Sin embargo, en la práctica, se observa una amortiguación de la onda para cualquier clase de onda, debido a que el medio de propagación es inelástico, disipándose energía en forma de calor por rozamiento, viscosidad etc. Este hecho es lo que se conoce como absorción.

Cuando una onda llega a la superficie de separación de un medio por el que se propaga puede presentar simultáneamente los fenómenos de reflexión, refracción y absorción, como esquemáticamente se indica en a figura. Cuando el frente de ondas es plana se comprobó experimentalmente que la disminución de intensidad que experimenta por absorción es directamente proporcional a:



La intensidad de la onda (I)

La longitud del trayecto (dx)

Medio en que se propaga la onda (a : coeficiente de absorción del medio)

Resultando: $dI = -a \cdot I \cdot dx$, donde el signo negativo indica que la intensidad disminuye al aumentar x . Integrando tenemos:

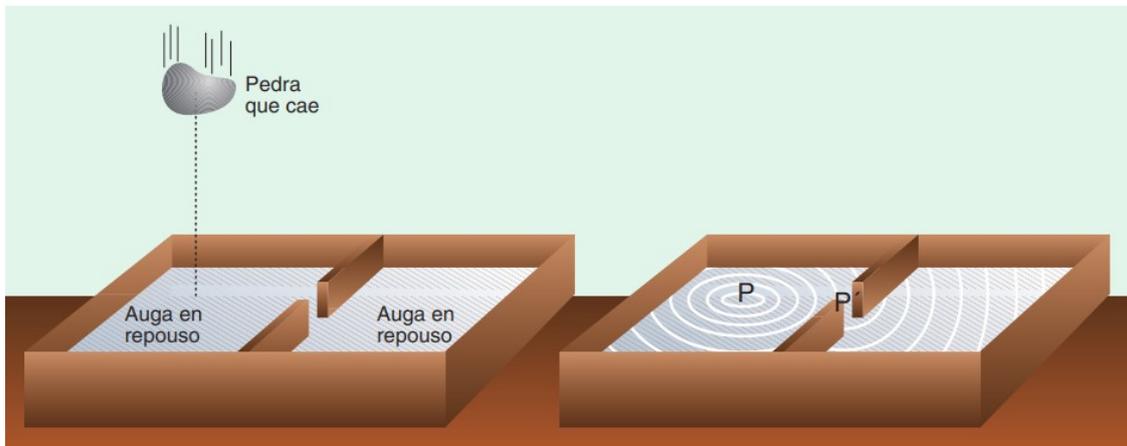
$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\int_0^x a \, dx \rightarrow \ln [I]_{I_0}^I = -a[x]_0^x \rightarrow \ln I - \ln I_0 = -ax \rightarrow$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -ax \rightarrow e^{\ln \frac{I}{I_0}} = e^{-ax} \rightarrow I = I_0 e^{-ax} \quad \text{Ley de Lambert-Beer}$$

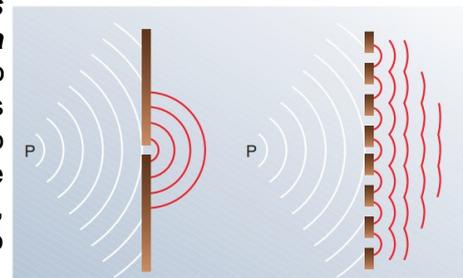
Esta expresión constituye la ley de absorción del movimiento ondulatorio, donde I_0 es la intensidad incidente e I la intensidad de la onda después de atravesar el medio de coeficiente de absorción a y anchura x . Recordemos que cuando el frente de ondas es esférica o circular, además de la disminución de intensidad a causa de la absorción hay que sumar el efecto de la atenuación por razón de la distancia. En general, el fenómeno de la absorción es selectivo, dependiendo de la frecuencia de la onda. Así, por ejemplo, el vidrio es transparente para las radiaciones visibles del Sol –no poseen energía suficiente para excitar los electrones–; absorbe la radiación ultravioleta y es opaco para la radiación infrarroja

6.- PRINCIPIO DE HUYGENS: REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN

Principio de Huygens



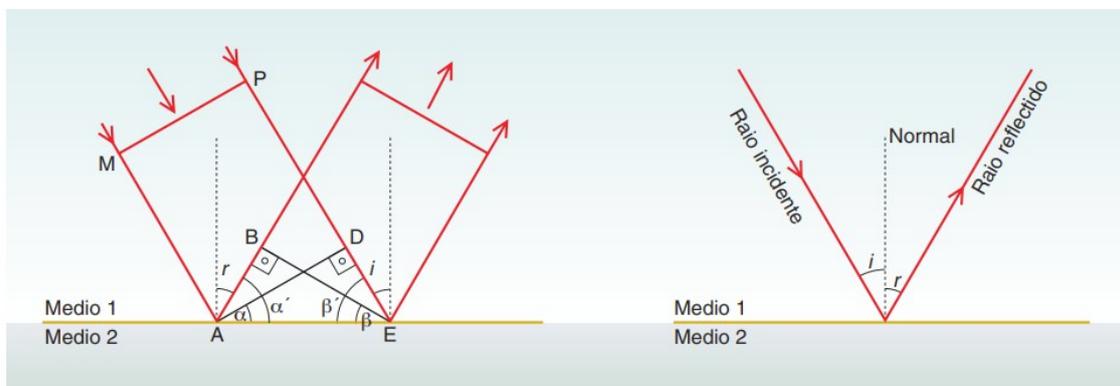
Al caer la piedra en el estanque, aparecen unos círculos concéntricos en la superficie del agua, que propagan la perturbación, alcanzando al cabo de un tiempo t el punto P' , observándose aquí la formación de nuevas ondas circulares, comportándose este punto como un nuevo foco emisor de ondas de las mismas características que las que llegan a él. Si en el tabique divisorio hubiera más ranuras, veríamos que cada uno de ellos se convierte en un nuevo centro emisor de ondas.



Esto constituye el **principio de Huygens: todo punto alcanzado por una onda se convierte en un nuevo foco emisor de ondas** (ondas elementales). Estas ondas elementales determinan un nuevo frente de ondas, que es la envolvente de todas las ondas elementales. Al llegar una onda a la superficie de separación de dos medios, parte de la energía que lleva la onda puede pasar al segundo medio, cambiando la dirección de propagación (refracción) y otra permanecer en el mismo medio, cambiando también la dirección de propagación (reflexión).

Reflexión

Con este nombre se conoce el cambio de dirección de propagación o de sentido que una onda experimenta cuando llega a la superficie de separación de dos medios, no cambiando de medio. El ángulo que forma el rayo incidente de la onda con la normal a la superficie reflectora se llama ángulo de incidencia, i , y el que forma la normal con la dirección que sigue el rayo reflejado es el ángulo de reflexión, r



Experimentalmente se comprueba que:

- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en un mismo plano.
- El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión

En efecto: si el foco emisor dista mucho de la superficie reflectora, los rayos incidentes M y P son paralelos y el frente de onda MP es recta y perpendicular a dichos rayos.

Al avanzar el frente MP, su extremo M es el primero que encuentra la superficie de separación (que suponemos plana) en el punto A, el que, según el principio de Huygens, se convierte en un nuevo centro emisor de ondas. Como la onda no cambia de medio, la velocidad antes y después de la reflexión es la misma, por lo que cuando el punto D alcanza la superficie en E, recorriendo la distancia DE, las ondas elementales emitidas por A recorrerán el espacio AB que es igual a DE. Resulta que los triángulos rectángulos ABE y ADE son iguales (además de ser iguales los lados AB y DE, tienen la misma hipotenusa). De esta igualdad de triángulos resulta que: $\alpha = \beta$, $\alpha' = \beta'$ y, en consecuencia, $i = r$, ya que

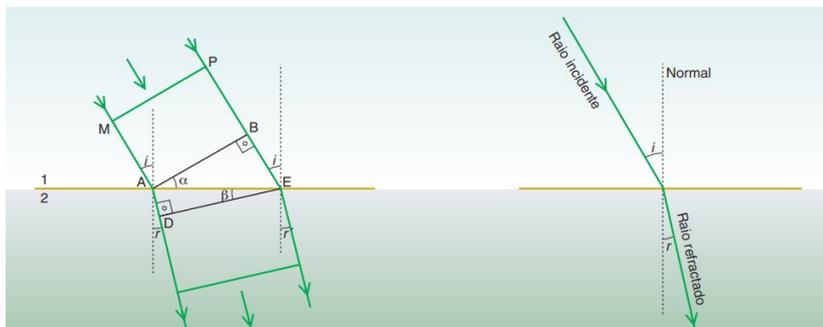
$$\left. \begin{array}{l} \alpha' + r = 90^\circ \\ \beta' + i = 90^\circ \\ \alpha' = \beta' \end{array} \right\} \rightarrow i = r$$

Refracción

Con este nombre se conoce el cambio de dirección de propagación que una onda experimenta cuando pasa de un medio a otro. El ángulo que forma el rayo incidente con la normal a la superficie de separación de los dos medios es el llamado ángulo de incidencia, i , y el que forma la normal con el rayo refractado es el ángulo de refracción, r . Experimentalmente se comprueba que:

- El rayo incidente, la normal y el rayo refractado están en un mismo plano.
- $\text{sen } i / \text{sen } r = v_1 / v_2$, siendo v_1 la velocidad de la onda en el primer medio (medio incidente) y v_2 la del segundo medio (medio en el que se refracta).

Esta expresión se conoce como **ley de Snell** (1621) y el cociente v_1/v_2 y el llamado índice de refracción del medio dos con respecto al medio uno, y se designa por n_{12}



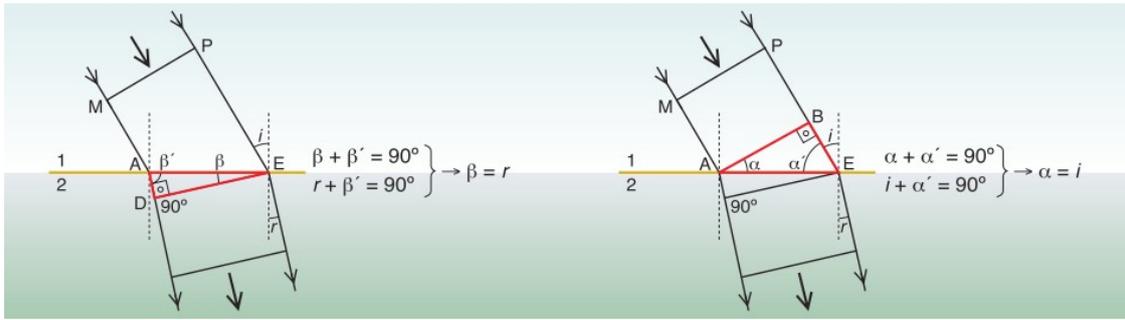
En efecto, sea MP el frente de onda plana que se propaga en el medio 1 con una velocidad v_1 . El extremo M es el primero en alcanzar la superficie de separación de los dos medios haciéndolo en el punto A, el que se convierte, según el principio de Huygens, en un foco emisor de nuevas ondas. Estas penetran en el segundo medio recorriendo el espacio AD, con una velocidad v_2 , en el mismo tiempo que el extremo B de la onda incidente AB recorre el espacio BE, con la velocidad v_1

$$\left. \begin{array}{l} BE = v_1 \cdot t \\ AD = v_2 \cdot t \end{array} \right\} \rightarrow \frac{BE}{AD} = \frac{v_1}{v_2}$$

Como intentamos relacionar v_1 y v_2 con $\text{sen } i$ y $\text{sen } r$, vamos a definir el seno de aquellos ángulos que tengan por catetos opuestos los lados BE y AD y, después, relacionar estos ángulos con los de incidencia y refracción

$$\left. \begin{array}{l} \text{sen } \alpha = \frac{BE}{AE} \\ \text{sen } \beta = \frac{AD}{AE} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = \frac{BE}{AD} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = \frac{v_1}{v_2} \\ \frac{v_1}{v_2} = \frac{BE}{AD} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} = \text{cte.}$$

De los triángulos BAE y AED se deduce que $\alpha = i$ e $\beta = r$



Para el caso de ondas electromagnéticas se define el índice de refracción absoluto n de un medio material transparente como: $n = c/v$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío (que es la misma para las distintas longitudes de onda) y v la velocidad de la luz en ese medio. Como c es mayor que v , n es siempre mayor que la unidad. En los medios dispersivos, el índice de refracción depende de la longitud de onda, λ , de la radiación luminosa ya que la velocidad v de la luz en un medio dispersivo depende de λ :

$$n = c/v = c / \lambda f$$

y f depende del foco emisor, siendo independiente del medio material en el que se propaga la luz. Por esta razón, el índice de refracción se da para una longitud de onda, generalmente para la luz amarilla del sodio ($\lambda = 5890 \cdot 10^{-10} \text{ m}$)

En función de los índices de refracción la ley de Snell es:
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$$

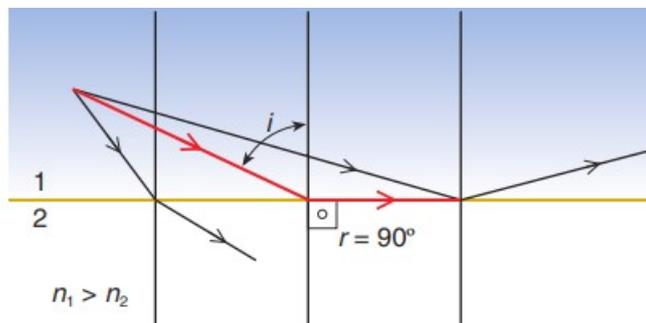
donde n_{12} es el cociente de la velocidad de la luz en el medio uno, v_1 , y en el medio dos, v_2 , recibiendo el nombre de índice de refracción relativo del medio dos con respecto al medio uno.

Se $n_2 > n_1 \rightarrow \text{sen } i > \text{sen } r \rightarrow i > r$, y el rayo refractado se acerca a la normal.

Una onda monocromática al cambiar de medio (se refracta) varía su velocidad, y como sabemos que $v = \lambda \cdot f$ y f no varía en la refracción \Rightarrow que tiene que variar λ , de modo que si aumenta v , λ también aumenta.

El rayo refractado se acerca a la normal si $v_2 < v_1$ y se aleja de la normal cuando $v_2 > v_1$. En este segundo caso hay un ángulo de incidencia, llamado **ángulo límite**, para el que el ángulo de refracción es de 90° . Se calcula de la forma:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} \rightarrow \text{sen } i = \frac{v_1}{v_2}$$



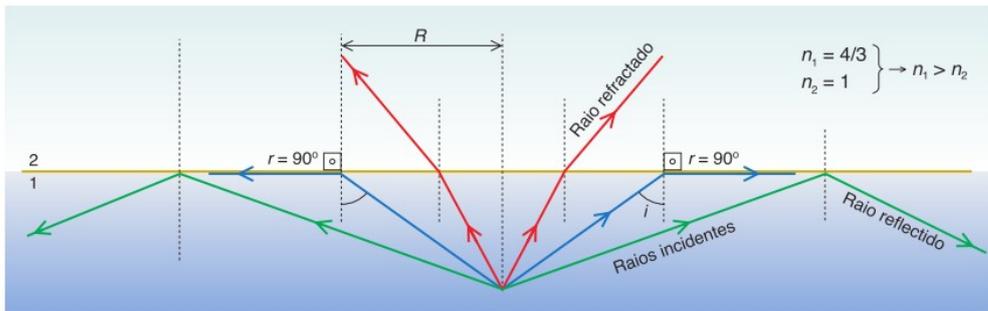
Para ángulos de incidencia mayores al ángulo límite no se produce refracción, teniendo lugar solamente la reflexión, conociéndose este hecho como **reflexión total**

<https://phet.colorado.edu/es/simulations/bending-light>

EJERCICIO: En el fondo de una piscina con agua de 2 m de profundidad hay un foco que emite luz en todas las direcciones. Calcula el radio R del círculo luminoso que es observado en la superficie del agua. Dato: $n_{\text{agua}} = 4/3$.

Como la luz va desde un medio de mayor índice de refracción (agua: $n_{\text{agua}} = 4/3$) a otro de menor índice de refracción (aire: $n_{\text{aire}} = 1$), el radio refractado se separa de la normal a la superficie de separación de los dos medios y para ángulos de incidencia superiores al ángulo límite aparece el fenómeno de reflexión total. Por lo tanto, la abertura máxima del radio incidente para el que la luz se refracta es el ángulo límite, que vamos a calcular a partir de la ley de Snell, haciendo $r = 90^\circ$.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \frac{\sin i_{\text{límite}}}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{4/3} \rightarrow i_{\text{límite}} = 48,6^\circ$$

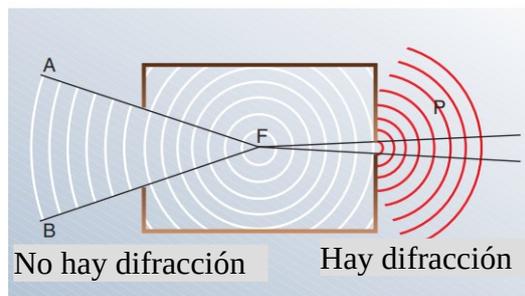


Ahora el radio R del círculo luminoso de la superficie del agua se calcula teniendo en cuenta que la profundidad del foco es de 2 m

$$\tan 48,6^\circ = \frac{R}{2} \rightarrow R = 2,3 \text{ m}$$

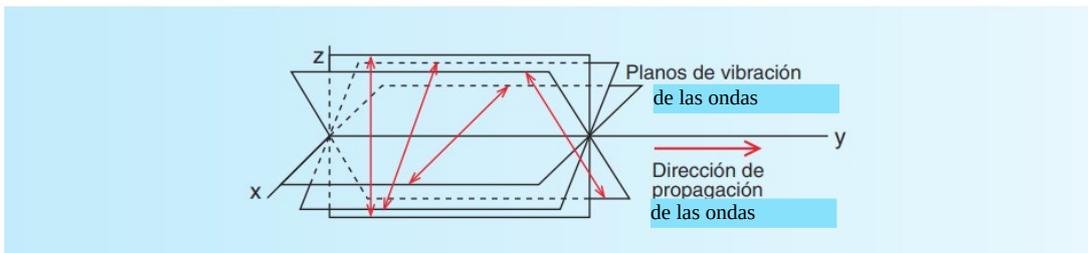
Difracción

De todos es sabido que el sonido, por ejemplo, emitido detrás de una esquina se puede oír aunque no veamos el foco emisor. Este fenómeno se conoce con el nombre de difracción y es característico del movimiento ondulatorio, no pudiendo ser explicado con el concepto de partícula. Para que el frente de ondas rodee el obstáculo y se propague al redor de él, el tamaño de este será igual o menor que la longitud de onda de la onda que se propaga. Así, las ondas sonoras, que poseen una longitud de onda comprendida entre unos centímetros y varios metros (ondas de FM de radio), pueden rodear la mayoría de los obstáculos que encuentran en su camino, pero no pueden salvar un gran edificio o una montaña. El fenómeno de la difracción también se puede observar si se trata de una barrera con una pequeña abertura en vez de un obstáculo. Ahora el diámetro de la abertura será menor que la longitud de onda de la onda que se propaga. Sea, por ejemplo, un foco luminoso F. Si la abertura del tabique es muy grande, fuera del cono AFB no hay luz: no aparece el fenómeno de difracción. Sin embargo, cuando esta abertura es del mismo orden de magnitud que la longitud de onda del movimiento ondulatorio considerado (preferiblemente menor que esta) aparece en ella, según el principio de Huygens, un nuevo foco emisor de ondas, habiendo luz en el punto P: los rayos se difractan.

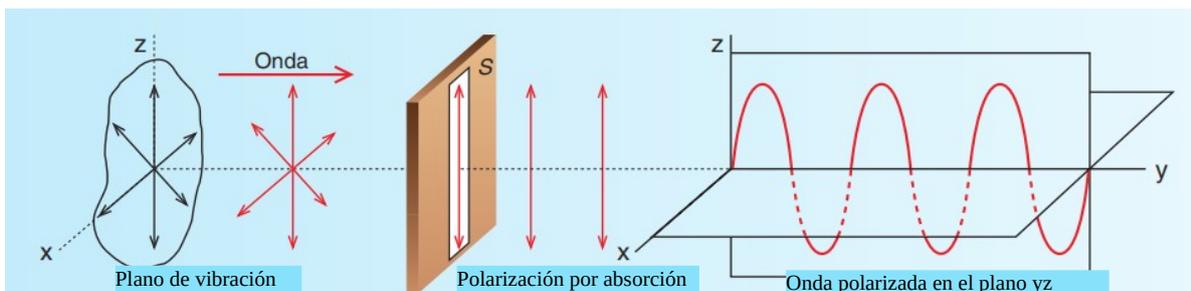


Polarización

Polarización de una onda, en su sentido más amplio, consiste en limitar de algún modo la forma libre de vibración de las partículas del medio. Si conseguimos que la vibración tenga lugar en un único plano se dice que la onda está polarizada linealmente: las partículas afectadas por la onda efectúan vibraciones en una única dirección, perpendiculares a la de propagación; es la polarización que vamos estudiar ahora. Pensemos en una onda transversal: la perturbación y su propagación son perpendiculares. En las ondas transversales hay infinitos planos, conteniendo la dirección de propagación, en los que la onda puede vibrar. Supongamos que el eje y es la dirección de propagación, vibrando las partículas en cualquier plano que (conteniendo la dirección de propagación) es perpendicular al plano xz .



Si de alguna forma conseguimos que la onda transversal vibre solamente en un plano que, conteniendo la dirección de propagación, sea perpendicular a una de las infinitas direcciones del plano xz , decimos que la onda está polarizada linealmente.

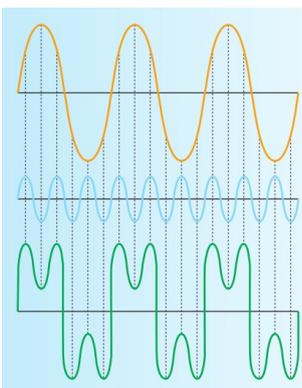


Se llama plano de polarización al formado por la dirección de propagación y la dirección de vibración. En el ejemplo es el plano yz . Se dice que la onda que aparece después de atravesar la superficie S está polarizada linealmente en el eje z : la vibración se realiza siempre a lo largo de la misma línea (z) contenida en el plano de vibración yz . El ejemplo más inmediato que podemos tener de una onda polarizada linealmente es el de la onda transversal que se propaga en una cuerda. En las ondas longitudinales no tiene sentido hablar de polarización, ya que la dirección de vibración coincide con la dirección de propagación y no cumplen la condición de que estas direcciones sean perpendiculares.

7.- PROPIEDADES DE LAS ONDAS. ESTUDIO CUALITATIVO

Interferencias

Puede ocurrir que dos o más ondas producidas en focos diferentes se propaguen simultáneamente en un mismo medio, coincidiendo en algunos puntos. En estos puntos en los que coinciden, las ondas superponen sus efectos, continuando después sin modificación ninguna. Así, por ejemplo, es posible que cuatro personas mantengan dos conversaciones distintas aunque hablen de forma cruzada. La superposición de dos o más ondas en un punto se conoce como interferencia. Se comprueba experimentalmente que la perturbación resultante en cada punto obedece al principio de superposición de ondas, según el que la elongación de una partícula del medio afectada simultáneamente por varias ondas es igual a la suma de las elongaciones que le produciría cada onda por separado.



Superposición de dos ondas armónicas de diferente frecuencia y amplitud.

Dos ondas al sumarse pueden dar lugar a una onda de mayor amplitud que las iniciales. Se dice que la interferencia es **constructiva**.

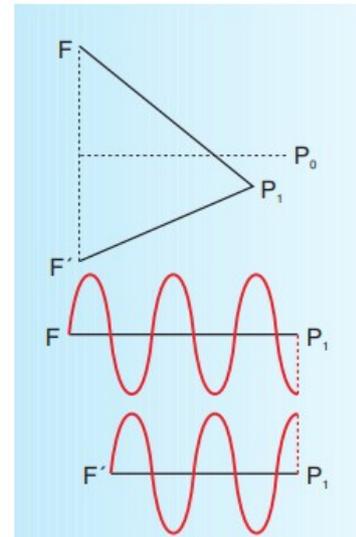
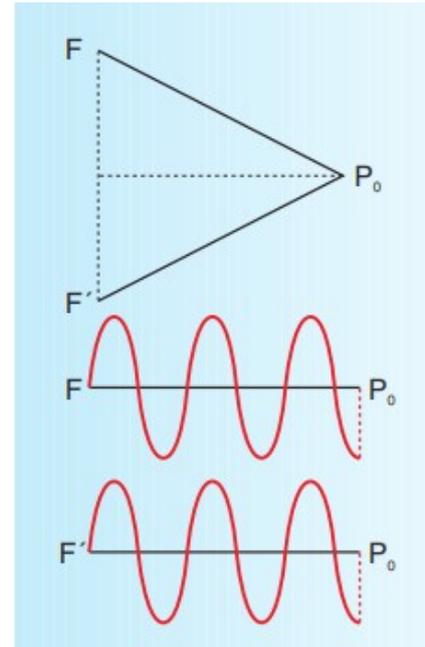
En el caso de que la amplitud resultante sea más pequeña que las amplitudes iniciales la interferencia es **destruktiva**.

La variedad de casos de interferencias de ondas es enorme. Vamos a analizar un caso muy simple: el de dos focos puntuales F y F' que emiten simultáneamente ondas armónicas de igual amplitud, frecuencia y longitud de onda, estando en igual fase al ser emitidas por los focos.

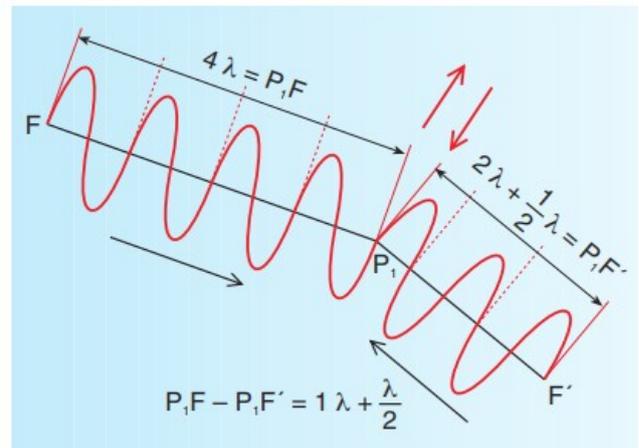
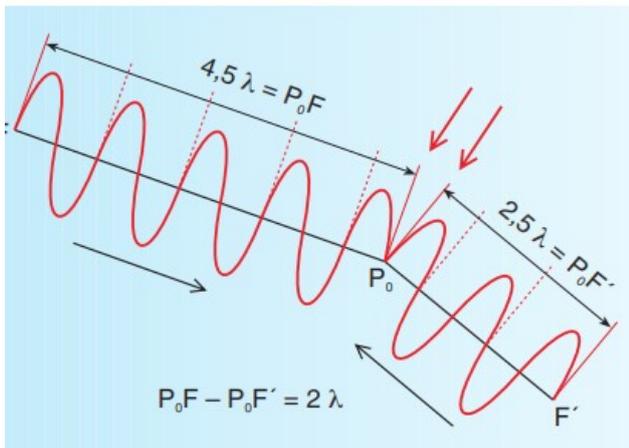
Cuando los frentes de onda se encuentran en un punto de la mediatriz del segmento FF' , por recorrer ambas ondas igual distancia, se van a encontrar en la misma fase y con la misma elongación y, por el principio de superposición, la elongación resultante será doble de la de una onda individual. Igual interferencia se produce cuando la diferencia de caminos recorridos por las dos ondas sea de: $1\lambda, 2\lambda, 3\lambda, 4\lambda, ..$

Consideremos ahora un punto como el P_1 tal que $P_1F - P_1F' = \lambda/2$.

Al llegar a P_1 , la diferencia de los caminos recorridos por ambas ondas es media longitud de onda y las elongaciones de cada onda son iguales y de sentido contrario. Por el principio de superposición, la onda resultante es nula y el punto P_1 no vibrará



En los puntos como el P_0 , donde las ondas al superponerse poseen elongaciones del mismo sentido, la perturbación resultante es mayor que la de cada onda por separado y se produce una interferencia constructiva. Esto ocurre para todos aquellos puntos en que la diferencia entre los caminos recorridos por las dos ondas sea $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, ...$; es decir: $n\lambda = 2n(\lambda/2)$ (múltiplo entero de longitudes de onda o múltiplo par de semilongitudes de onda). Por lo contrario, hay puntos como P_1 , en los que las elongaciones de las ondas que interfieren son de sentido contrario y la elongación resultante es menor que la elongación de cada onda por separado. En estos puntos hay interferencia destructiva y ocurre para todos aquellos puntos en los que la diferencia de caminos recorridos por las dos ondas sea $\lambda/2, \lambda/2+\lambda, \lambda/2+2\lambda, ...$; es decir, un número impar de semilongitudes de onda: $(2\cdot n+1)\cdot\lambda/2$.

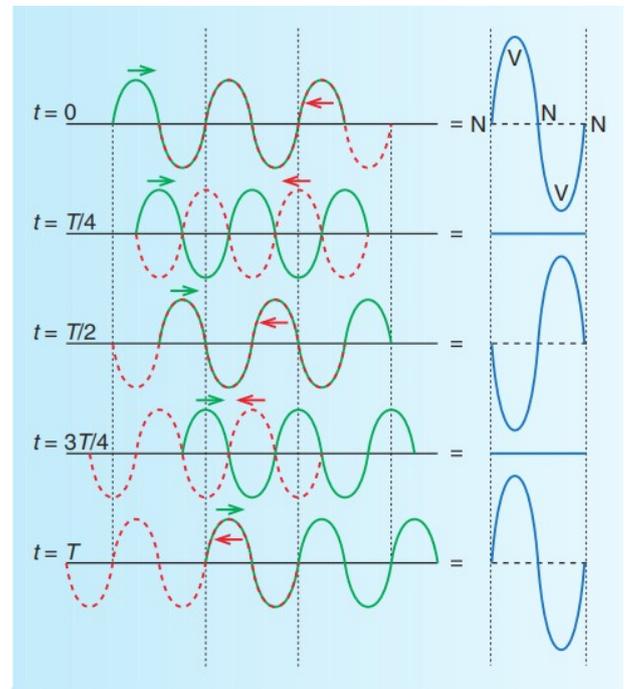


Las ondas estacionarias constituyen un caso particular de interferencias y se forman cuando se propagan, en un medio elástico y homogéneo, con el mismo valor de velocidad, en la misma dirección y en sentidos contrarios, dos ondas armónicas de la misma frecuencia, amplitud y longitud de onda

La onda estacionaria que resulta es armónica, de igual frecuencia y longitud de onda que las ondas componentes, siendo su amplitud variable para cada punto.

En la figura aparecen dos ondas armónicas transversales unidimensionales que se propagan en sentido contrario, avanzando al representada con la línea continua verde hacia derecha y la de línea discontinua roja hacia la izquierda. Cada representación está hecha, con respecto a la anterior, con un avance de un cuarto de longitud de onda ($\lambda/4$).

Se observa que hay puntos que permanecen siempre en reposo, como los N: son los nodos, estando distanciados media longitud de onda. Entre cada dos nodos, y a la misma distancia, hay un punto que vibra con amplitud máxima: son los vientres y están representados por V. Los demás puntos vibran con una amplitud intermedia, comprendida entre 0 y $2A$



Como puede verse en la figura anterior todos los puntos alcanzados por la onda estacionaria adquieren al mismo tiempo las posiciones centrales de vibración, por lo que todos ellos (excepto los nodos) vibran con la misma frecuencia.

Cuando en una onda estacionaria solo son posibles determinadas frecuencias, se dice que la onda está cuantizada. Esto sucede en el caso de las ondas estacionarias asociadas al electrón en el átomo o en la cuerda de una guitarra (solo se pueden producir aquellas ondas que originan nodos en los extremos de la cuerda). Como los nodos están siempre en reposo, la onda no viaja (de ahí el nombre de la onda estacionaria) y la energía no se propaga, no siendo una onda en sentido estricto, como vamos a ver: Si las ecuaciones de las ondas que se propagan las expresamos como:

$$y_1(x, t) = A \text{ sen } (\omega t - k x)$$

$$y_2(x, t) = A \text{ sen } (\omega t + k x)$$

El estado de perturbación resultante de la interferencia viene dado por:

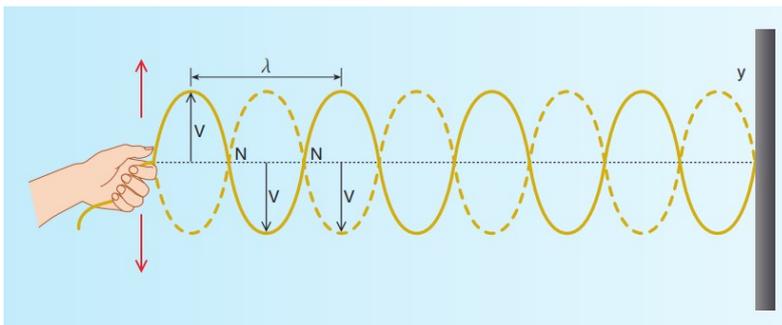
$$y(t) = A \sin(\omega t - kx) + A \sin(\omega t + kx)$$

Al aplicar la fórmula de transformación de una suma de dos senos en un producto de razones trigonométricas resulta:

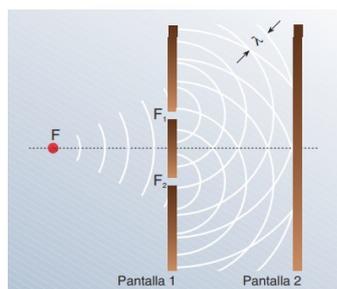
$$y(t) = 2A \cos(kx) \sin(\omega t)$$

La fase de esta ecuación es solamente temporal (como en los movimientos armónicos simples) y no presenta parte espacial (como en las funciones de onda), por lo que esta ecuación no representa una función de onda. Además, la amplitud de las oscilaciones no es la misma para los distintos puntos, ya que depende de x : $2A \cos(kx)$.

La representación para las ondas estacionarias es la indicada en la figura que sigue:



El fenómeno de interferencia se produce tanto en ondas que se propagan en medios materiales como en ondas electromagnéticas. En el caso de la luz es muy conocida la experiencia de Young, consistente en que la luz monocromática procedente de un foco puntual pasa a través de dos pequeños agujeros abiertos en una pantalla opaca, equidistantes de los focos, comportándose como dos nuevos focos emisores de luz, F_1 y F_2 . Como por construcción $FF_1 = FF_2$, las ondas que parten de los focos F_1 y F_2 tienen la misma fase inicial y la misma amplitud, (además de la misma frecuencia y longitud de onda) y al interferir estas ondas vemos, en una segunda pantalla, distintas zonas de iluminación, según sea la distancia que hay desde los focos hasta el punto de la pantalla observado. Si la diferencia de caminos recorridos es $n\lambda$ la interferencia es constructiva y aparece un máximo de luz, mientras que si esa diferencia es $(2n+1)\lambda/2$, la interferencia es destructiva y aparece oscuridad, viendo una sucesión de franjas claras y oscuras.



<https://phet.colorado.edu/es/simulations/wave-interference>

8.- EL SONIDO

Si golpeamos un diapasón se pone a vibrar de forma periódica y aparece un sonido. Si tocamos fuertemente el diapasón, deja de vibrar y desaparece el sonido. El sonido se produce por la vibración periódica de un objeto (si las vibraciones no son periódicas, aparece lo que llamamos ruido).

Las vibraciones del diapasón comprimen las capas de aire que hay a su alrededor, estas capas lo hacen sobre las siguientes, provocando compresiones y expansiones, apareciendo unas ondas: son las ondas sonoras que llegan al oído (las partículas de aire solo oscilan en torno a su posición de equilibrio). Como los elementos de volumen de aire se mueven paralelamente a la dirección de propagación, las ondas sonoras son longitudinales. Además, como las compresiones y expansiones pueden tener lugar en todas las direcciones del espacio, forman parte del grupo de ondas tridimensionales.

Si hacemos vibrar el diapason en el interior de una campana en la que se hizo el vacio no escuchamos nada: las ondas sonoras necesitan de un medio material para propagarse, haciendolo con distinta velocidad, segun su naturaleza.

Asi: $v_{do\ son\ no\ aire} = 344\ m\ s^{-1}$; $v_{do\ son\ na\ auga} = 1500\ m\ s^{-1}$; $v_{do\ son\ no\ ferro} = 5120\ m\ s^{-1}$

9.- CUALIDADES DEL SONIDO. SONORIDAD, TIMBRE Y TONO

Desde un punto de vista fisiológico, podemos decir que el sonido es todo lo que oímos; pero desde el punto de vista físico, el sonido es una onda y, como toda onda, es la propagación de una perturbación con transporte de energía.

No todas las ondas sonoras son audibles para el oído: depende de varias magnitudes; ni captadas de igual forma: el oído distingue entre distintos sonidos, clasificándolos de acuerdo a su sonoridad, tono y timbre. Estas cualidades, que son sensoriales y, como tales, subjetivas del individuo, vamos a relacionarlas con las propiedades físicas de las ondas.

La sonoridad

La sonoridad, también conocida como sensación sonora, intensidad subjetiva o nivel sonoro, es una sensación asociada a la percepción del sonido, pudiendo ser débil y fuerte.

Por experiencia sabemos que cuanto mayor sea la distancia del foco emisor, r , menos se oye; y que el sonido de una cuerda de guitarra es tanto más fuerte cuanto mayor es la separación o amplitud, A , de la misma. Esto nos indica que la sonoridad disminuye con la distancia y aumenta con la amplitud, magnitudes estas que se relacionan con la intensidad I de la onda:

Para la frecuencia de 1000 Hz, el nivel inicial de intensidad, I_0 , en el aire, para el oído humano, es de $10^{-12}\ W\ m^{-2}$ (sonido débil) y el nivel de sensación desagradable aparece para una intensidad, I , de $1\ W\ m^{-2}$ (sonido fuerte). Los sonidos de intensidad superior producen sensaciones dolorosas.

En la audición no existe una proporcionalidad directa entre la causa que produce la excitación: la intensidad de la onda sonora, I , y la sensación fisiológica que percibimos, S . Según la ley de Weber-Fechner, esta relación es:

$$S = \log I/I_0, \text{ siendo } I_0 \text{ la intensidad inicial mínima: } I_0 = 10^{-12}\ W\ m^{-2}.$$

La unidad de sensación sonora es el bel o belio, B , aunque en acústica se utiliza el decibel o decibelio, dB , adoptando, en este caso, la ley de Weber-Fechner la forma de

$$S = 10 \log I/I_0$$

Según lo que acabamos de decir, al límite inicial de intensidad le corresponde una sonoridad de 0 dB: $S = 10 \log 10^{-12}/10^{-12} = 0\ dB$ y al límite máximo 120dB: $S = 10 \log 1/10^{-12} = 120\ dB$

La sonoridad, S , también se puede expresar en función de la distancia, r , al foco sonoro:

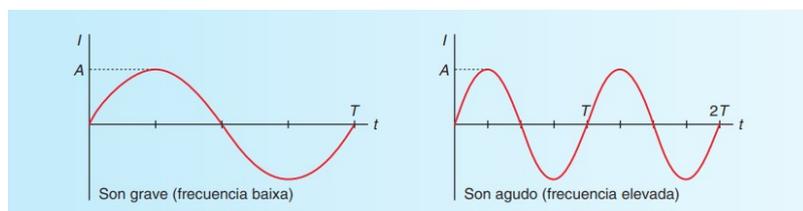
$$\left. \begin{aligned} S &= 10 \log \frac{I}{I_0} \\ \frac{I}{I_0} &= \frac{r_0^2}{r^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow S = 10 \log \frac{r_0^2}{r^2} = 20 \log \frac{r_0}{r} \text{ dB}$$

siendo r_0 la distancia límite, que es aquella distancia al foco sonoro para la que la sonoridad S_0 es nula

El tono

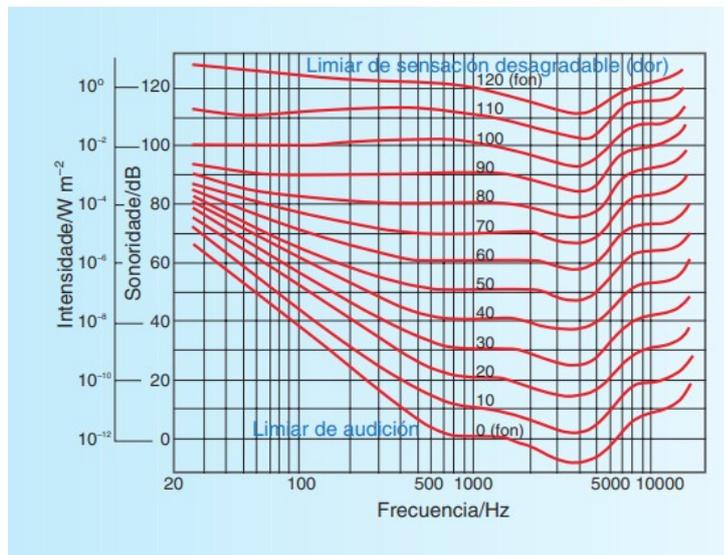
Al teclear de izquierda a derecha un piano, observamos como va subiendo el tono de las notas en cada una de las escalas. Dos sonidos de igual intensidad pero de distinta frecuencia se perciben de forma diferente, pudiendo ser:

- De tono bajo (sonido grave), si su frecuencia es baja, y
- De tono alto (sonido agudo), si su frecuencia es elevada



El tono es una característica del sonido que depende del número de vibraciones por segundo (frecuencia) que el oído recibe. Su sensibilidad es máxima para el intervalo de 1000 Hz–5000 Hz.

Resulta que la sensibilidad del oído humano a un sonido depende, además de su intensidad, de la frecuencia de la onda. Para cada frecuencia es necesaria una intensidad mínima, I_{\min} , por debajo de la que no se produce sensación sonora. Igualmente, para cada frecuencia hay una intensidad máxima, I_{\max} , por encima de la que el oído tiene una sensación dolorosa. Esta influencia de la frecuencia en la sensación sonora de un sonido

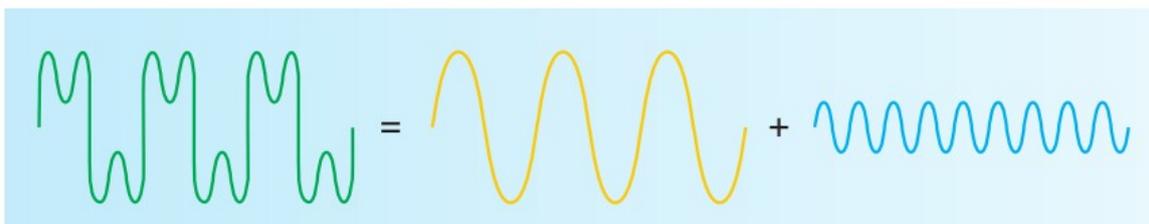


puede verse en el gráfico adjunto. En él aparecen curvas de igual sonoridad para distintas frecuencias. Para un sonido fuerte, el intervalo de frecuencias está comprendido entre 20 Hz y 20000 Hz, mientras que si el sonido es débil, este intervalo se reduce considerablemente. Por debajo de los 20 Hz están los infrasonidos (son producidos por oscilaciones de cuerpos grandes, por ejemplo: un temblor de tierra) y por encima de los 20000 Hz tenemos los ultrasonidos (se obtienen por medio de la piroelectricidad de ciertas sustancias, como es el caso del cuarzo tallado adecuadamente).

Timbre

Una misma nota musical, producida con la misma intensidad y frecuencia por instrumentos distintos, suena diferente; es muy distinto el sonido de una misma nota tocada en un piano y en una flauta. Se debe a que los sonidos no son puros, es decir, de una sola frecuencia. Además de los sonidos principales, aparecen otros que lo acompañan, que reciben el nombre de armónicos o sobretonos. El resultado es que la onda es armónica, pero no sinusoidal y, en consecuencia, aparecen ondas de distinta forma.

Una onda compleja periódica puede descomponerse en una serie de ondas armónicas de diferentes frecuencias o tonos. Esto es lo que se conoce como síntesis de Fourier.



Una onda compleja puede descomponerse en una suma de ondas armónicas de distinta frecuencia.

Diremos que el timbre es la calidad del sonido, que nos permite distinguir sonidos de igual sonoridad y tono producidos por instrumentos distintos y se debe a la forma de la onda

EJERCICIOS:

PROBLEMA: intensidad sonora

CUESTIONES (Características y ecuación de las ondas): 2-3-23

10. EL ECO. EFECTO DOPPLER

El eco

Las ondas sonoras, a igual que cualquier otra onda, poseen la propiedad de reflejarse. Así, cuando un sonido se encuentra con un obstáculo que le impide su propagación, se refleja, escuchando dos sonidos distintos si el intervalo de tiempo entre el sonido directo y el reflejado (eco) es igual o superior a 0,1 s (intervalo de tiempo necesario para que el oído humano distinga dos sonidos consecutivos)

Efecto Doppler

El efecto Doppler es un fenómeno característico de todos los movimientos ondulatorios, siendo fácilmente observable en las ondas sonoras e en las electromagnéticas.

Cuando el foco emisor de ondas y el observador están en movimiento relativo con respecto al medio en que la onda se propaga, la frecuencia de las ondas observadas es distinta de la frecuencia de las ondas emitidas. Este cambio de frecuencia recibe el nombre de efecto Doppler.

¿Cuál es la relación de la frecuencia f' que aparece en el efecto Doppler, percibida por el observador, con la frecuencia f del foco emisor? La expresión que relaciona estas frecuencias, cuando el foco y el observador se mueven en la misma dirección, viene dada por la expresión:

$$\frac{f'}{f} = \frac{v \pm v_o}{v \pm v_F}$$

siendo: v la velocidad de la onda en el medio en que se propaga; v_o la velocidad del observador y v_F la velocidad del foco emisor de ondas.

El criterio de signos es:

- a) para v_o : “+” si el observador se acerca al foco emisor y “-” si se aleja;
- b) para v_F : “-” si el foco emisor se acerca al observador y “+” si se aleja.

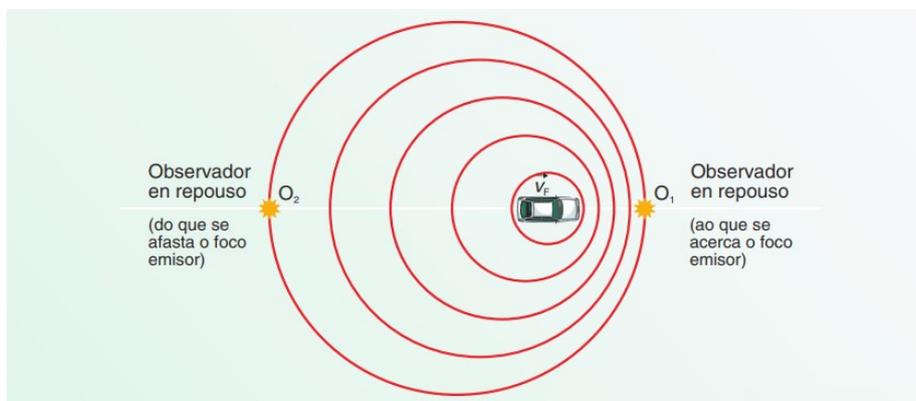
Aplicando esta ecuación a algún caso particular resulta:

El foco emisor se acerca al observador, que permanece en reposo:

$$\frac{f'}{f} = \frac{v}{v - v_F}$$

El foco emisor se aleja del observador, que permanece en reposo:

$$\frac{f'}{f} = \frac{v}{v + v_F}$$

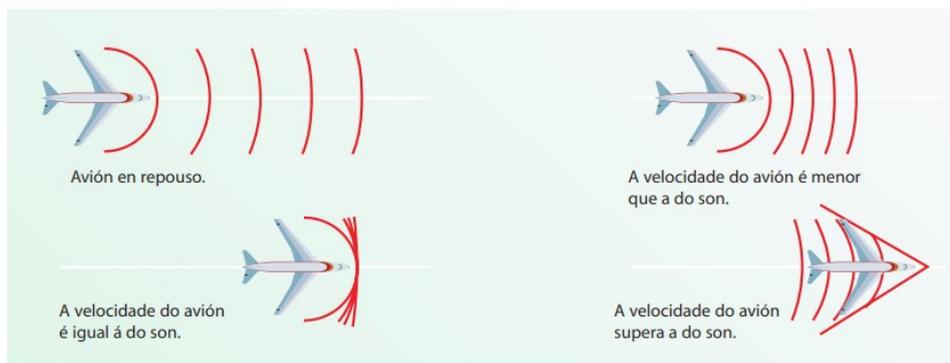


El observador se acerca al foco emisor, que permanece en reposo: $\frac{f'}{f} = \frac{v + v_o}{v}$

El observador se aleja del foco emisor, que permanece en reposo: $\frac{f'}{f} = \frac{v - v_o}{v}$

Si la velocidad con que el observador se aleja del foco es mayor que la velocidad de la onda en el medio en que se propaga, $v_0 > v$, no tiene sentido aplicar la ecuación, ya que la onda nunca puede alcanzar al observador.

Un caso especial aparece cuando, estando el observador en reposo relativo con respecto al medio, el foco emisor se mueve con una velocidad mayor que la velocidad de propagación de las ondas: $v_F > v$. Cuando esto sucede, resulta que aplicando la ecuación se obtiene una frecuencia negativa, $f' < 0$, cosa que físicamente es imposible. En este caso, los frentes de onda se agrupan, dando lugar a una onda de choque, también llamada onda de Mach, que acumula una gran cantidad de energía. En las siguientes figuras se representan distintos estados sucesivos de las ondas sonoras emitidas por un avión a iguales intervalos de tiempo para distintas velocidades. Vemos la formación de la barrera del sonido, cuando la velocidad del avión alcanza la velocidad del sonido, y la formación de la onda de Mach, cuando la velocidad del avión supera la velocidad del sonido.



<https://www.youtube.com/watch?v=sIBczgRNwU8&list=RDLVslBczgRNwU8&index=1>

https://www.google.com/search?q=efecto+doppler&rlz=1C1CHBF_esES883ES883&sxsrf=ALiCzsZwl8gZikBfBcPzO1YrPlv9-sGmQg:1672833402962&source=lnms&tbn=vid&sa=X&ved=2ahUKewjAwYGG7q38AhVFUqQEhcD7DIAQ_AUJoAnoECAEQBA&biw=1280&bih=601&dpr=1.5#fpstate=ive&vld=cid:3ebee976,vid:UEBNJqUW5Ok

EJEMPLO 1: La alarma de un edificio emite un sonido de 500 Hz. Con qué frecuencia observará este sonido una persona que huye a la velocidad de 144 km/h y el policía que se acerca al edificio a la misma velocidad? Dato: $v_{\text{sonido}} = 340\text{m/s}$

En este caso la velocidad del foco es nula, $v_F = 0$; la velocidad del observador que huye es negativa, ya que se aleja de la alarma: $v_0 = -144\text{ km/h} = -40\text{ m/s}$, y la velocidad del policía es positiva, ya que se acerca a la alarma: $v_{\text{policia}} = +40\text{ m/s}$.

Sustituyendo los valores en la ecuación: $f'/f = v \pm v_0 / v \pm v_F$ resulta:

Para la persona que huye: $f'/500 = 340 - 40 / 340 \pm 0 \rightarrow f' = 441\text{Hz}$

Para el policía que se acerca: $f'/500 = 340 + 40 / 340 \pm 0 \rightarrow f' = 559\text{Hz}$

El sonido que escucha el policía es más agudo (de mayor frecuencia) que lo que percibe la persona que huye: este observa un sonido más grave (de menor frecuencia).

EJEMPLO2: La sirena de una ambulancia, que se mueve en línea recta con una velocidad de 35m/s, emite un sonido de 400 Hz. Qué frecuencia escucha un motorista, que se mueve con una velocidad de 30 m/s en la misma dirección y en sentido contrario, cuando: a) se aproxima a la ambulancia; b) se aleja de la ambulancia? Dato: $v_{\text{sonido}} = 340\text{ m/s}$

a) Cuando la ambulancia-moto se acercan: $v_F = -35\text{m/s}$ y $v_0 = +30\text{m/s}$. Sustituyendo los valores en la ecuación: $f'/f = v \pm v_0 / v \pm v_F$ resulta:

$f'/400 = 340 + 30 / 340 - 35 \rightarrow f' = 485\text{Hz}$

b) Cuando la ambulancia-moto se acercan: $v_F = +35\text{m/s}$ y $v_0 = -30\text{m/s}$.

$f'/400 = 340 - 30 / 340 + 35 \rightarrow f' = 331\text{Hz}$

El motorista percibe mayor frecuencia (un sonido agudo) cuando se acerca a la ambulancia y menor frecuencia (un sonido más grave) cuando se aleja de la ambulancia