EJERCICIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA:

1. Dados los puntos A(3, 1) y B(5, 4), halla las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $2\cdot\overrightarrow{AB}$

2. Represента los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$, siendo A(1,1), B(-2, 7), C(6, 0), D(3, 6) y observa que son iguales. Compruébalo hallando sus coordenadas, y calcula sus módulos.

3. Dados tres puntos de coordenadas: A(3, -1), B(4, 6), C(0, 0), halla las coordenadas del punto D para que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ sean iguales.

4. El vector $\overrightarrow{AB}\,(3,-4)$, tiene por origen A(3, -1). ¿Cuáles son las coordenadas de B?

5. a) Representa los vectores $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ y $\vec{v}=\overrightarrow{BC}$, siendo A(1,3), B(4, 5), C(6, -2), halla sus coordenadas.
b) Representa $\vec{u}+\vec{v}$ y halla sus coordenadas.
c) Representa $3\vec{u}-4\vec{v}$ y halla sus coordenadas.

6. Comprueba que el vector $\vec{w}\,(5,7)$ es combinación lineal de $\vec{u}\,(1,1)$ y $\vec{v}\,(2,3)$.

7. Determina el valor de *k* para que el vector $\vec{u}\,(3k\,,2)$ sea linealmente dependiente de $\vec{v}\,(2,4)$

8. Representa los vectores, obtén sus coordenadas y módulos:
a) $\vec{a}=4\,\vec{i}$ b) $\vec{b}=-4\,\vec{j}$ c) $\vec{c}=3\,\vec{i}-4\,\vec{j}$ d) $\vec{d}=-8\,\vec{i}-6\,\vec{j}$

9. Dados los vectores $\vec{a}=3\,\vec{i}+4\,\vec{j}$ y $\vec{b}=-2\,\vec{i}+3\,\vec{j}$, calcula la suma, el producto escalar, los módulos y el ángulo que forman.

10. Dados los vectores $\vec{a}=2\,\vec{i}+4\,\vec{j}$ y $\vec{b}=3\,\vec{i}+\vec{j}$, calcula el módulo de $\vec{a}-\vec{b}$

11. Dado el vector $\vec{u}\,(4,-7)$, encontrar:
   a) Dos vectores con la misma dirección.
   b) Dos vectores que sean perpendiculares.
   c) Un vector con la misma dirección, sentido contrario y unitario. (unitario = módulo 1)

12. Dados los puntos A(3, 1) y B(5, 2), halla las coordenadas del punto medio del segmento AB.

13. Halla el punto medio del vector $\overrightarrow{AB}$ de extremos A(1, 4) y B(9, 8), para ello utiliza el vector $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

14. Obtén los puntos P y Q, de forma que el segmento de extremos A(1, 4) y B(10, 10), quede dividido en tres partes iguales. (Ayuda: usa múltiplos del vector $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ y $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$)

15. Halla las coordenadas del punto simétrico de A respecto de P, en cada caso:
   a) A(7, 2) y P(4, 4), b) A(4, -1) y P(-7, 2), c) A(2, 4) y P(5, -1), d) A(-2, -1) y P(0, 0)

16. Halla las ecuaciones de la recta *r* que pasa por A(3, 5) y lleva la dirección del vector $\vec{u}\,(-1,5)$. En la recta *r* ¿es única su pendiente?¿es único el vector director?

17. Dada la recta de ecuación: $(x\,,\,y)=(3,\,2)+t(4,\,-1)$, obtener el resto de ecuaciones.

18. Halla todas las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos A(3, 2) y B(1, -4).

19. Dada la recta en forma paramétrica : $\begin{cases} x = -9 + 2t \\ y = 4 - 10t \end{cases}$, halla el resto de formas.

20. Halla la forma continua y general de las siguientes rectas:
    a) Pasa por A(-1, 2) y tiene de vector director $\vec{u}\,(3,-2)$.
    b) Pasa por B(4, 3) y tiene de vector director $\vec{u}\,(-2,\,4)$.
    c) Pasa por los puntos A(2, 3) y por B(1, -7).
    d) Pasa por los puntos C(5, 0) y por D(0, - 3).

21. Halla las ecuaciones de la recta en la forma punto pendiente y explícita en los casos:
    a) Pasa por A(2, -2) y tiene pendiente *m* = -1.
    b) Pasa por B(4, 6) y tiene pendiente *m* = $\frac{1}{3}$.
    c) Pasa por C(-3, 2) y tiene pendiente *m* = 5.
    d) Pasa por D(-2, 6) , con pendiente *m* = $\frac{-1}{5}$.
    e) Pasa por E(-6, 4) con dirección $\vec{u}\,(3,\,2)$
    f) Pasa por F(-2, -1) con dirección $\vec{v}\,(-1,\,6)$

22. Encuentra un punto cualquiera y un vector director de las siguientes rectas:

a) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 4 - t \end{cases}$ b) $y - 3 = 2(x - 5)$ c) $y = 5x - 1$ d) $y = 3$

23. Halla la ecuación de la circunferencia en cada caso:

a) Centro (2, 3) y radio 4.
b) Centro (-1, 6) y radio 2.
c) Centro (0, 0) y radio $\sqrt{2}$.
d) Centro (-1, 3) y radio 3.

24. Halla el centro y el radio de las siguientes circunferencias:
a) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 33 = 0$
d) $2x^2 + 2y^2 + 8x - 4y + 9{,}5 = 0$
e) $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 30 = 0$
f) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$

25. Halla la recta paralela a $5x - 6y + 14 = 0$, que pasa por (0, 3).

26. Halla la recta paralela a $5y - 15 = 0$, que pasa por (2, 4).

27. Da tres vectores perpendiculares a $\vec{u}\,(6,-1)$.

28. Hallar la recta que pasa por A(4, 7) y es perpendicular al vector $\vec{v}\,(3,-5)$.

29. Dar la ecuación de la recta *r*, perpendicular a $s: 5x - 3y + 15 = 0$ que pasa por (-7, 2).

30. La recta *r* pasa por (3, 0), y la recta *s* por (-5, 3), ambas son perpendiculares a $4x - 2y - 7 = 0$, obtén sus ecuaciones en forma explícita.

31. Estudiar la posición relativa de los siguientes pares de rectas:
a) $r: 5x - 4y + 10 = 0$, $s: y = 2x + 1$: b) r pasa por (2, -1) y (8, 2) ; s pasa por (2, 5) con m = -1 .
c) r pasa por (3, 8) y (8, 3) ; $s: x + y - 11 = 0$; d) r pasa por (2, 4) y (4, 7) ; $s: y = \frac{3}{2}x - 2$.
e) r pasa por (-1, 4) y (7, -2) ; $s: 3x + 4y = 0$; f) r pasa por (2, -1) y (8, 2); s tiene $m = \frac{1}{2}$ y pasa por (0, -2).

32. Halla la distancia entre los puntos:
a) A(-7, 4) y B(6, 4), b) A(3, 4) y B(3, 9), c) A(-5, 11) y B(0, -1),

33. Halla el valor de ***k*** para que la distancia de A(-1, 4) a B(*k* , 1) sea igual a 5.

34. Calcula el valor de ***a*** para que el punto P(*a*, 7) diste 10 unidades de Q(5, 1).

35. Halla el valor de *k* para que se cumpla: $\left(\frac{6}{5}, -2\right) = k(-3, 5)$.

36. Dados los vectores $\vec{u}(3, 2)$, $\vec{v}(x, 5)$ y $\vec{w}(8, y)$, halla *x* e *y*, para que se cumpla $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$.

37. Dados los vectores $\vec{u}(5, -3)$, $\vec{v}(1, 3)$ y $\vec{w}(2, 0)$, calcula los valores de m y n para que se cumpla: $\vec{u} = m\vec{v} + n\vec{w}$.

38. Calcula los valores de m y n para que las rectas r y s, se corten en el punto P(1,5), siendo $r: 3x + my - 8 = 0$ y $s: nx - 2y + 3 = 0$

39. Halla los puntos que dividen al segmento de extremos A(-3, 4) y B(6, 1) en tres partes iguales.

40. Halla las ecuaciones de los lados del triángulo de vértices A(2, 3), B(-1, 6) y C(-2, 0).

41. Determina si los puntos están alineados: A(1, 5), B(3, 7) y C(5, 9).

42. Dada la recta $r: 5x + 3y - 7 = 0$, halla el área del triángulo limitado por la recta con los ejes de coordenadas.

43. Calcula el valor de k para que el punto (-2, k) sea de la recta $r: 2x - 3y + 8 = 0$.

44. Halla los vectores que forman los lados del rombo de vértices A(2, 5), B(5, 9), C(9, 6) y D(6, 2).

45. Halla las coordenadas de los vértices del triángulo cuyos lados están en las rectas:

$x - y - 1 = 0$; $x + y + 2 = 0$; $y = 3x + 2$.

46. Dado el triángulo de vértices A(-1, 1), B(3, 4) y C(3, 0), halla, las mediatrices de los lados BC y AC. Y el punto de intersección de las mediatrices. (El circuncentro) .
(**Mediatriz** de un segmento es la perpendicular en el punto medio)

47. El centro de un cuadrado es el punto (-1, 2), dos vérticess consecutivos son A(4, 5), y B(-4, 7),
Calcula los otros vértices, y la longitud del lado.

48. Dado un rectángulo de vértices consecutivos ABCD, A(-2, 5), B(-1, 2), C(5, 4), Halla el punto D y el punto donde se cortan las diagonales.

49. Comprueba que el triángulo de vértices A(2, 3), B(3, 1) y C(-1, -1) es rectángulo y halla su perímetro y su área,

50. Halla en cada caso, la ecuación de la circunferencia concéntrica con la dada y cuyo radio mida la mitad:

a) $x^2 + (y-2)^2 = 36$, b) $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 12$.

51. Dada la recta $x - 2y + 1 = 0$ y el punto A(-1, 5), calcula: la recta perpendicular a r que pasa por A, el punto M intersección de las dos rectas, y el simétrico de A respecto de M.

52. La recta $y = 2x + 1$ es la mediatriz de un segmento que tiene un extremo en el punto A(-6, 4). Halla las coordenadas del otro extremo. (*Es el simétrico de un punto respecto de una recta)*