1) Se corresponde con el ejercicio 4a) de Castilla-La-Mancha Extraordinaria

$\pi_1 : mx + y + 2z = 3$
$\pi_2 : 2x - y + mz = 0$
$\left.\right\} \vec{n}_{\pi_1} = (m,1,2)$, $\vec{n}_{\pi_2} = (2,-1,m)$

a) $\vec{n}_{\pi_1} \perp \vec{n}_{\pi_2} \Leftrightarrow \vec{n}_{\pi_1} \cdot \vec{n}_{\pi_2} = 0$

$(m,1,2)\cdot(2,-1,m) = 0 \Leftrightarrow 2m - 1 + 2m = 0 \Leftrightarrow 4m = 1$

$\Leftrightarrow \boxed{m = \frac{1}{4}}$

b) $\vec{n}_{\pi_1} \parallel \vec{n}_{\pi_2} \Leftrightarrow$ sus vectores son proporcionales:

$$\frac{m}{2} = \frac{1}{-1} = \frac{2}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} = \frac{1}{-1} \Leftrightarrow -m = 2 \text{ (equivalent)} \\ \frac{1}{-1} = \frac{2}{m} \Leftrightarrow m = -2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \boxed{m = -2}$

---

2) Se corresponde con el Ej. 8 de la EBAU Andalucía, convocatoria ORDINARIA (ver enlace en el A. Virtual)

$r \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-3}{3}$

$P_r = (-3,-4,3)$
$\vec{v}_r = (2,2,3)$

$s \equiv$ recta pasa $P(1,0,2)$, $Q(a,1,0)$
P_s pto de s : $(1,0,2)$
$\vec{v}_s = \vec{PQ} = Q - P = \boxed{(a-1,1,-2)}$

primero tenemos que estudiar su posición relativa

$$M = \begin{pmatrix} \vec{v}_r \\ \vec{v}_s \\ \vec{P_rP_s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ a-1 & 1 & -2 \\ 4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$\vec{P_rP_s} = P_s - P_r =$
$= (1,0,2) - (-3,-4,3)$
$= (1+3, 4, 2-3) =$
$= \boxed{(4,4,-1)}$

$r(M) = 2$ ya que tenemos $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \neq 0$ por tanto las rectas no son ni paralelas ni coincidentes

Estudiamos el $r(M^*) \geq 2$ (p.q. $r(M^*) \geq r(M) = 2$)

$$|M^*| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ a-1 & 1 & -2 \\ 4 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 14a - 28 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a = 2}$$

* Si $a \neq 2 \Rightarrow r(M^*) = 3 \neq 2 = r(M) \Rightarrow$ SE CRUZAN
* Si $a = 2 \Rightarrow r(M^*) = 2 = 2 = r(M) \Rightarrow$ SECANTES

* Para $\underline{a=2}$ secantes, calcularemos pto. corte

$r \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-3}{3}$; s la puedo escribir en paramétrica usando

$s = \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2-2\lambda \end{cases}$

$P_s(1,0,2)$
$\vec{v_s}(1,1,-2)$
$\downarrow$
(para $a=2$ $\vec{PQ}(a-1,1,-2)$)

sustituyo (x,y,z) de s en la ecuación de r y me queda:

$$\frac{(1+\lambda)+3}{2} = \frac{\lambda+4}{2} = \frac{(2-2\lambda)-3}{3} \; ; \; \frac{\lambda+4}{2} = \frac{\lambda+4}{2} = \frac{-1-2\lambda}{3}$$

$3(\lambda+4) = 2(-1-2\lambda)$; $\boxed{\lambda=-2} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 1-2 = -1 \\ y_0 = -2 \\ z_0 = 2-2(-2) = 2+4 = 6 \end{cases}$

Pto corte: $\boxed{(-1,-2,6)}$

---

3) Se corresponde con una pequeña parte del 3a) de EBAU Navarra - Ordinaria (enlace en A. Virtual) $d(r,s) = ?$

$r \equiv \begin{cases} x+2y+z+3=0 \\ x+6y-z = 7 \end{cases}$ $s \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+2}{1}$

(En realidad en Navarra pedían la ecuación del plano paralelo a ambas y equidistante entre ambas rectas)

* primero tenemos que estudiar su posición relativa

$$\vec{v_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(-2-6) - \vec{j}(-1-1) + \vec{k}(6-2) = -8\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k} = (-8,2,4)$$

~ también puedo tomar como $\vec{v_r} = (-4,1,2)$ (div. por 2)

$\vec{v_s}(3,3,1)$
$P_s(3,-2,-2)$

necesito P_r un pto cualq. de r p. ejemplo, si le doy a $z=0 \Rightarrow$

$\begin{cases} x+2y = -3 \\ x+6y = 7 \end{cases}$ reducción

$\begin{cases} \cancel{-x}-2y = 3 \\ \cancel{x}+6y = 7 \end{cases}$
$4y = 10$

$\Rightarrow y = \frac{10}{4} = \boxed{\frac{5}{2}}$

$x = -3-2y = -3-\cancel{2}\cdot\frac{5}{\cancel{2}} = -3-5 = -8$

$P_r\left(-8, \frac{5}{2}, 0\right)$

continuación 3) p.3

$r \begin{cases} P_r(-8, \frac{5}{2}, 0) \\ \vec{v}_r(-4, 1, 2) \end{cases}$ $s \begin{cases} P_s(3, -2, -2) \\ \vec{v}_s(3, 3, 1) \end{cases}$

* calculo $\overrightarrow{P_r P_s} = (3,-2,-2) - (-8, \frac{5}{2}, 0) =$

$= (3+8, -2-\frac{5}{2}, -2) = (11, \frac{-4-5}{2}, -2) = (11, \frac{-9}{2}, -2)$

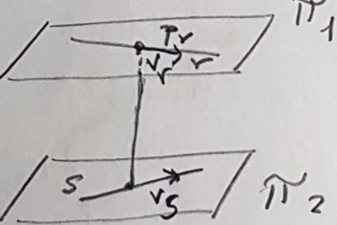
* Calculo la matriz $M^* = \begin{pmatrix} \vec{v}_r \\ \vec{v}_s \\ \overrightarrow{P_r P_s} \end{pmatrix}$ para estudiar la posición relativa de r y s

$M^* = \begin{pmatrix} -4, & \boxed{1, & 2} \\ 3 & \boxed{3 & 1} \\ 11, & -\frac{9}{2} & -2 \end{pmatrix}$ $r(M) = 2$ ya que $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$

así que las rectas ni son coincidentes, ni paralelas

$r(M^*)?$ $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 11 & -\frac{9}{2} & -2 \end{vmatrix} = -70 \neq 0 \Rightarrow$ SE CRUZAN

por tanto r y s están contenidas en dos planos paralelos entre sí



$d(r,s) = d(\pi_1, \pi_2) = d(P_r, \pi_2)$

calculo π_2

$\vec{n}_{\pi_2} \perp \vec{v}_s$

. Además por $\pi_1 \parallel \pi_2 \Rightarrow$

$\vec{n}_{\pi_2} \perp \vec{v}_r$

$\vec{n}_{\pi_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i}(1-6) - \vec{j}(-4-6) + \vec{k}(-12-3) =$

$= -5\vec{i} + 10\vec{j} - 15\vec{k} = (-5, 10, -15)$

también me vale como vector del plano π_2: $(1, -2, 3)$
div. entre -5

$\pi_2: x - 2y + 3z + D = 0$
para calcular D
hago $P_s \in \pi_2$

$P_s(3,-2,-2) \Rightarrow$ $3 - 2\cdot(-2) + 3(-2) + D = 0$

$3 + 4 - 6 + D = 0$

$7 - 6 + D = 0 \Rightarrow \boxed{D = -1}$

$\pi_2 : x - 2y + 3z - 1 = 0$

$$\left.\begin{array}{l} A = 1 \\ B = -2 \\ C = 3 \\ D = -1 \end{array}\right\}$$

$d(r,s) = d(\pi_1, \pi_2) = d(P_r, \pi_2) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

$P_r\left(-8, \frac{5}{2}, 0\right)$

$$d(r,s) = \frac{|-8+(-2)\frac{5}{2}+3\cdot 0-1|}{\sqrt{1+4+9}} = \frac{|-8-5-1|}{\sqrt{14}} = \frac{|-14|}{\sqrt{14}} =$$

$$= \frac{14}{\sqrt{14}} = \frac{\cancel{14}\sqrt{14}}{\cancel{14}} = \boxed{\sqrt{14}\ u}$$ unidades de medida

— o —

4) Se corresponde con el ej. 8a) de Castilla-La-Mancha-Extraord.
Pero CAMBIÉ LOS DATOS
¡OJO! $P(I/G) = 0'85$ en lugar de $0'6$

Hosp.
- L ($0'9$)
  - $I/L \rightarrow 0'2$
  - $\bar{I}/L \rightarrow 0'8$
- $G = \bar{L}$ ($0'1$)
  - $I/\bar{L} \rightarrow 0'85$
  - $\bar{I}/\bar{L} \rightarrow 0'15$

$L \cup G =$ todos los pacients
$L \cap G = \emptyset$

a) $P(I) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{prob. totales}}}{=} P(L)\cdot P(I/L) + P(G)\cdot P(I/G) =$

$= 0'9 \cdot 0'2 + 0'1 \cdot 0'85 = \boxed{0'265}$

b) $P(L/I) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Bayes}}}{=} \dfrac{P(L \cap I)}{P(I)} = \dfrac{0'18}{0'265} = 0'679245283 \simeq$
$\simeq \boxed{0'6792}$

[por otro lado $P(I/L) = \dfrac{P(I \cap L)}{P(L)} = 0'2$ (dato del ejer.)
$\Rightarrow P(I \cap L) = P(L \cap I) = 0'2 \cdot P(L) = 0'2 \cdot 0'9 = 0'18$]

— o —

OJO!
(En el ejer. original $P(I/G) = 0'6$, yo cambié ese dato para hacerlo distinto)

Ej. 5 Está sacado del ej. 9 de la EBAU de Extremadura, convocatoria extraordinaria, pero modifiqué aptdos y añadí 2

NUESTRO	Extremadura
a)	
b) $\longleftrightarrow$	b) iguales.
c)	
d)	

$I \to$ Inglés $\to \frac{500}{1000} = \frac{1}{2} = \boxed{0'5}$

$E \to$ Español $\to \frac{300}{1000} = \frac{3}{10} = \boxed{0'3}$

$E \cap I \to$ los dos idiomas $\to \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = \boxed{0'1}$

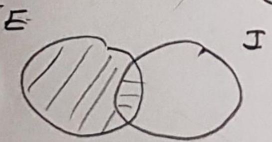
los datos

a) $P(\overline{E} \cup \overline{I}) \underset{\text{Morgan}}{=} P(\overline{E \cap I}) = 1 - P(E \cap I) = 1 - 0'1 = \boxed{0'9}$

b) (está si coincide con el original)

$P(E/I) \underset{\text{Bayes}}{=} \frac{P(E \cap I)}{P(I)} = \frac{0'1}{0'5} = \boxed{0'2}$

c) $P(E \cap \overline{I}) \underset{(*)}{=} P(E) - P(E \cap I) = 0'3 - 0'1 = \boxed{0'2}$



$E = (E \cap \overline{I}) \cup (E \cap I)$ disjunta

$\parallel$

$(E - I)$

$P(E) = P(E \cap \overline{I}) + P(E \cap I) \Rightarrow$

$\Rightarrow P(E \cap \overline{I}) = P(E) - P(E \cap I)$ (*)

d) $P(\overline{E} \cap \overline{I}) \underset{\text{Morgan}}{=} P(\overline{E \cup I}) = 1 - P(E \cup I) = 1 - 0'7 = \boxed{0'3}$

Como $P(E \cup I) =$

$= P(E) + P(I) - P(E \cap I) =$

$= 0'3 + 0'5 - 0'1 = \boxed{0'7}$

Se podía hacer una tabla de contingencia

	E	$\overline{E}$	Totales
I	100	400	500
$\overline{I}$	200	300	500
Totales	300	700	1000

Ej 6 Se corresponde con el ej. A5 del PAU
Vasco, convocatoria ordinaria

Farmacia
- A 0,8
  - C/A 0'1
  - $\bar{C}$/A 0'9
- I 0'1
  - C/I 0'2
  - $\bar{C}$/I 0'8
- M 0'1
  - C/M 0'05
  - $\bar{C}$/M 0'95

a) $P(C) \underset{\uparrow}{=} P(A)\, P(C/A) + P(I) \cdot P(C/I) + P(M) P(C/M) =$

P. Totales

$= 0'8 \cdot 0'1 + 0'1 \cdot 0'2 + 0'1 \cdot 0'05 = \boxed{0'105}$

b) $P(A/C) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(C)} \overset{*}{=} \dfrac{0'08}{0'105} \simeq 0'76190476... \simeq \boxed{0'7619}$

(*) $P(C/A) = \dfrac{P(C \cap A)}{P(A)} = 0'1 \Rightarrow P(C \cap A) = 0'8 \cdot 0'1 = 0'08$

$P(A) = 0'8$