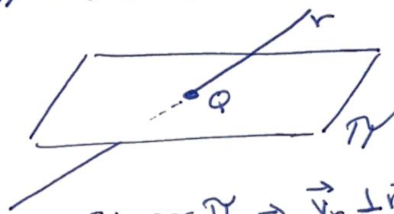
1 $r: \underbrace{5-x}_{\text{ojo!}} = y-3 = \underbrace{5-z}_{\text{ojo!}} \iff \dfrac{x-5}{-1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-5}{-1}$ $\boxed{\begin{matrix}\vec{v}_r\,(-1,1,-1)\\ P_r\,(5,3,5)\end{matrix}}$

$\pi: 3x-4y-8z+35=0 \Rightarrow \boxed{\vec{n}_\pi\,(3,-4,-8)}$

a) para ver posición relativa: $\vec{v}_r \cdot \vec{n}_\pi = (-1,1,-1)\cdot(3,-4,-8) = 1 \neq 0$

$\Rightarrow$ SON SECANTES



b) paso r a paramétrica

$\left.\begin{array}{l} x = 5-\lambda \\ y = 3+\lambda \\ z = 5-\lambda \end{array}\right\}$ y sustituyo en $\pi: 3x-4y-8z+35=0$

$3(5-\lambda)-4(3+\lambda)-8(5-\lambda)+35=0$

$15-3\lambda-12-4\lambda-40+8\lambda+35=0$

$-3\lambda-4\lambda+8\lambda = -15+12+40-35$

$\boxed{\lambda = 2}$

Sustituyendo $\lambda=2$ en la ec. param. de r obtengo el pto de intersección Q

$Q\left\{\begin{array}{l} x = 5-2 = 3 \\ y = 3+2 = 5 \\ z = 5-2 = 3 \end{array}\right.$ $\boxed{Q\,(3,5,3)}$ Solución

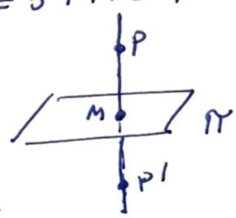
- Si $r \subset \pi \Rightarrow \vec{v}_r \perp \vec{n}_\pi \Rightarrow \vec{v}_r \cdot \vec{n}_\pi = 0$
- si $r \parallel \pi \Rightarrow \vec{v}_r \perp \vec{n}_\pi \Rightarrow \vec{v}_r \cdot \vec{n}_\pi = 0$
- si r corta a π (secante) $\Rightarrow \vec{v}_r \cdot \vec{n}_\pi \neq 0$ (no serían perpend.)
- si $r \perp \pi \Rightarrow \vec{v}_r \cdot \vec{n}_\pi = |\vec{v}_r| \cdot |\vec{n}_\pi| \neq 0$
  $\vec{v}_r = \vec{n}_\pi$ serían paralelos $\alpha = 0°$, $\cos 0° = 1$
  $\vec{v}_r \neq 0$
  $\vec{n}_\pi \neq 0$

---

2 $P(1,2,3)$ pto
$\pi: 3x+2y+z+4=0$ plano
Nos piden el pto simétrico de P con respecto a π

1º. compruebo que $P \notin \pi \Rightarrow 3\cdot1+2\cdot2+3 = 3+4+3 \neq 0$ efectivamente

2º hago un dibujo para situarme:



3º construyo la recta auxiliar r t.q. pasa por $P(1,2,3)$ y es $\perp$ a π, $\vec{n}_\pi(3,2,1) = \vec{v}_r$ me vale como vector director de r

$\left.\begin{array}{l} x = 1+3\lambda \\ y = 2+2\lambda \\ z = 3+\lambda \end{array}\right\} r$

4º Calculo M (pto medio de P y P') como $M = r \cap \pi$ basta sustituir r en la ec. de π y calcular λ
$\pi: 3x+2y+z+4=0$

$3(1+3\lambda)+2(2+2\lambda)+(3+\lambda)+4=0$

$3+9\lambda+4+4\lambda+3+\lambda+4=0$

$9\lambda+4\lambda+\lambda = -3-4-3-4$

$14\lambda = -14$

$\boxed{\lambda=-1} \Rightarrow M = \left\{\begin{array}{l} x = 1+3(-1) = 1-3 = -2 \\ y = 2+2(-1) = 0 \\ z = 3+(-1) = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{M=(-2,0,2)}$

5º) Por ser M pto medio de P y P' $\Rightarrow M = \dfrac{P+P'}{2} \Rightarrow 2M = P+P' \Rightarrow 2M-P = P'$

$P' = 2(-2,0,2)-(1,2,3) = (-4-1,\ 0-2,\ 2-3) = \boxed{(-5,-2,-1)}$

Solución

$\boxed{3}$ recta $r \equiv \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+4}{-3} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} P_r\ (2,-1,-4) \\ \vec{V_r}\ (1,1,-3)\end{matrix}}$

recta $s \equiv \begin{cases} x + z = 2 \\ -2x + y - 2z = 1 \end{cases}$ $\quad \vec{V_s} = \begin{vmatrix} i & \vec{j} & k \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = i(-1) - j(-2+2) + k(1) = -i + k = \boxed{(-1,0,1)}$

para obtener un pto cualq. de s
le doy p. ejemplo a $\boxed{z=0} \Rightarrow$ sustituyendo en las ecuaciones de s

$$\begin{cases} x + 0 = 2 \Rightarrow \boxed{x=2} \\ -2\cdot 2 + y - 2\cdot 0 = 1 \Rightarrow -4 + y = 1 \Rightarrow y = 1+4 = \boxed{5} \end{cases}$$

$\boxed{P_s = (2,5,0)}$

Resumen datos $\quad r: \begin{cases} P_r\ (2,-1,-4) \\ \vec{V_r}\ (1,1,-3) \end{cases} \quad s: \begin{cases} P_s\ (2,5,0) \\ \vec{V_s}\ (-1,0,1) \end{cases}$

1º) Para estudiar la posición relativa de r y s construyo la matriz $B^* \begin{pmatrix} \vec{V_r} \\ \vec{V_s} \\ \overrightarrow{P_rP_s} \end{pmatrix}$

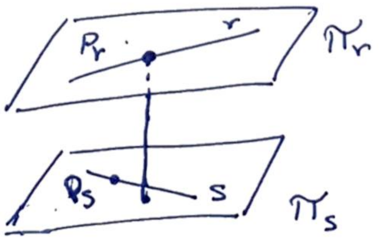
$\overrightarrow{P_rP_s} = P_s - P_r = (2,5,0) - (2,-1,-4) = (2-2, 5+1, 0+4) = \boxed{(0,6,4)}$

$B^* \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ $\quad B \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$ tiene un menor de orden 2 $\neq 0$
$\Rightarrow r(B) = 2$

$r(B^*) = ?$ calculo $|B^*| = 0 + 18 + 0 - (0 + 6 - 4) = 18 - 2 = 16 \neq 0$

$\Rightarrow \begin{matrix} r(B) = 2 \\ r(B^*) = 3 \end{matrix} \Big\} \Rightarrow$ SE CRUZAN

2º) Ahora que sé que se cruzan hago un dibujo para situarme



$d(r,s) = d(\pi_r, \pi_s) = d(P_r, \pi_s)$

π_r plano que contiene a r y es $\parallel$ a s
π_s plano que contiene a s y es $\parallel$ a r

π_s plano que contiene a s y es paralelo r
también puedo verlo como el plano que pasa por P_s y tiene de vectores directores $\vec{V_r}$ y $\vec{V_s}$

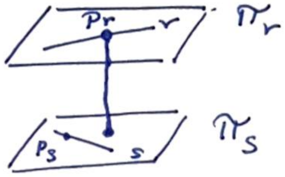
$P_s\ (2,5,0)$
$\vec{V_r}\ (1,1,-3)$
$\vec{V_s}\ (-1,0,1)$

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-5 & z \\ 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$(x-2)\cdot 1 - (y-5)(1-3) + z(+1) = 0$; $x - 2 - (y-5)(-2) + z = 0$
$x - 2 + 2y - 10 + z = 0$; $\boxed{x + 2y + z - 12 = 0}$: π_s

$\boxed{3}$ continuación



$\pi_s : x+2y+z-12=0$ ($A=1$, $B=2$, $C=1$, $D=-12$)

$P_r\,(2,-1,-4)$

$$d(r,s)=d(\pi_r,\pi_s)=d(P,\pi_s)$$

$$=\frac{|2+2(-1)+1(-4)-12|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\frac{|2-2-4-12|}{\sqrt{6}}=\frac{|-16|}{\sqrt{6}}=\boxed{\frac{16}{\sqrt{6}}}\text{ u. de medida}$$

Solución

$\boxed{4}$ b_1 | 4N, 2B | b_2 | 2N, 6B |

B = "ser bola blanca"
N = "bola negra"
b_1 = "bolsa 1"
b_2 = "bolsa 2" } como se elige al azar $P(b_1)=P(b_2)=0'5$

- b_1 $0'5$
  - $B \rightarrow \frac{2}{6}=P(B/b_1)$
  - $N \rightarrow \frac{4}{6}=P(N/b_1)$
- b_2 $0'5$
  - $B \rightarrow \frac{6}{8}=P(B/b_2)$
  - $N \rightarrow \frac{2}{8}=P(N/b_2)$

(la 2ª columna son probabilidades a "posteriori" o condicionadas)

a) $P(B) \underset{\uparrow\,\text{P. Totales}}{=} P(B/b_1)\cdot P(b_1)+P(B/b_2)\cdot P(b_2)=\frac{2}{6}\cdot 0'5+\frac{6}{8}\cdot 0'5 \simeq \boxed{0'5417}$

b) $P(b_1/B) \underset{\uparrow\,\text{bayes}}{=} \frac{P(b_1\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B\cap b_1)}{P(B)} \underset{\uparrow\,\text{Bayes}}{=} \frac{P(B/b_1)\cdot P(b_1)}{P(B)}=$

$$=\frac{\frac{2}{6}\cdot 0'5}{0'5417}\simeq \boxed{0'3077}$$

$\boxed{5}$ B = "de color Blanco"   M = "de madera"
R = "de color Rojo"
V = "de color Verde"

- B $0'48$
  - $M \rightarrow \boxed{\frac{2}{3}=P(M/B)}$
  - $\overline{M} \rightarrow \frac{1}{3}$
- R $0'24$
  - $M \rightarrow \boxed{3/4 = P(M/R)}$
  - $\overline{M} \rightarrow 1/4$
- V $0'28$
  - $M \rightarrow \boxed{1/2 = P(M/V)}$
  - $\overline{M} \rightarrow 1/2$

Total. $1'00$ ✓
(se puede apl. P. Totales)

a) en el propio esquema

b) $P(M) \underset{\uparrow\,\text{P. Totales}}{=} P(M/B)\,P(B)+\dots+P(M/V)\,P(V)$

$$=\frac{2}{3}\cdot 0'48+\frac{3}{4}\cdot 0'24+\frac{1}{2}\cdot 0'28$$

$$\simeq \boxed{0'64}$$