ANÁLISE ABAU

MODELO

1.- a) Estuda a continuidade en x = 1 (se é descontinua, clasifica a descontinuidade) e determina os intervalos de crecemento e decrecemento da función $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$

b) Dada $g(x) = xlnx$, calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de g(x) que é paralela ao eixe de abscisas.

c) Debuxa a rexión limitada polas rectas y = x, y = 2x e a parábola $y = x^2$e calcula a súa área.

2.- a) Enuncia o teorema de Rolle. Dada a función $f(x) = x^2|x|$, ¿cumpre f(x) as hipóteses do teorema de Rolle no intervalo $[-1,1]$.? Xustifica a resposta.

b) Dada a función $g(x) = e^x(x^2 - 4x + c)$, determina o valor de c para que g(x) teña un único punto crítico. Para c = 5,calcula os extremos relativos de g(x).

c) Calcula $\int_0^2 \frac{x+3}{\sqrt{x+2}} dx$

2019

3.- Dá resposta aos apartados seguintes:

a) Mediante integración por partes, demostra que $\int \ln x \, dx = x\ln(x-1) + C$. Logo, demostra a mesma igualdade mediante derivación.

b) Se $f(x) = \begin{cases} \ln x & se \in (0,e] \\ ax + b & se\ x \in (e,\infty) \end{cases}$ di que relación ten que existir entre os parámetros a e b para que f sexa continua e cales teñen que ser os seus valores para que f sexa derivable.

c) Calcula a área da rexión encerrada polo eixe X, a recta x=4 e a gráfica de $f(x) = \begin{cases} \ln x & se \in (0,e] \\ \frac{x}{e} & se\ x \in (e,\infty) \end{cases}$

4.- Considérese a función $f(x) = x^2e^{-x}$. Pídese:

a) Calcular os límites $\lim_{x\to\infty} f(x)$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

b) Determinar intervalos de crecemento e decrecemento, extremos relativos e puntos de inflexión.

c) Calcular $\int f(x)dx$.

5.- Dá resposta aos apartados seguintes:

a) De entre tódolos triángulos rectángulos contidos no primeiro cuadrante que teñen un vértice na orixe, outro sobre a parábola $y = 4 - x^2$, un cateto sobre o eixe X e o outro paralelo ao eixe Y, obtén os catetos e a hipotenusa daquel cuxa área é máxima.

b) Enuncia os teoremas de Bolzano e de Rolle.

6.- Dá resposta aos apartados seguintes:

a) Estuda os intervalos de crecemento e de decrecemento e os extremos relativos da función $f(x) = x^2 \ln x$.

b) Considérese un triángulo tal que: dous dos seus vértices son a orixe $O(0,0)$ e o punto $P(1,3)$, un dos seus lados está sobre o eixe X e outro sobre a tanxente en $P(1,3)$ á gráfica da parábola $y = 4 - x^2$. Pídese calcular as coordenadas do terceiro vértice, debuxar o triángulo e calcular, por separado, a área das dúas rexións nas que o triángulo queda dividido pola parábola $y = 4 - x^2$.

2018

7.- a)Calcula: intervalos de crecemento, decrecemento, máximos e mínimos de $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada por a parábola $y = x^2 - 4x$ e a recta $y = x - 4$ (para a parábola indica: vértice, puntos de corte cos eixes de coordenadas e a curvatura).

8.- a) Calcula a e b para que a función

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x} + ax + b \ , & x < 0 \\ \frac{1}{2}(x^2 + 2), & x \geq 0 \end{cases}$$ sexa continua e derivable en x = 0.

b) Calcula os vértices do rectángulo de área máxima que se pode construír, se un dos vértices é o (0,0), outro está sobre o eixe X, outro sobre o eixe Y e outro sobre a recta 2x+3y = 8.

c) Calcula $\int_0^3 x\sqrt{x+1}\,dx$.

9.- Enuncia o teorema de Rolle. Calcula a, b, c para que a función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax, & x < 1 \\ bx + c, & x \geq 1 \end{cases}$ cumpra as hipóteses do teorema de Rolle no intervalo $[0,2]$ e calcula o punto no que se cumpre o teorema.

b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada por a parábola $y = x^2 - 2x$ e a recta y =x.

10.- a)Calcula, se existe, o valor de m para que o $\lim_{x\to 0} \frac{cos2x+mx^2-1}{sen(x^2)} = 3$

b) Calcula os valores de a, b, c e d para que a función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ teña un punto de inflexión no punto (0,5) e a tanxente á súa gráfica no punto (1,1) sexa paralela ao eixe X.

c)Calcula $\int_1^e \sqrt{x}\, lnx\ \ dx$

2017

11.- a)Calcula: $\lim_{x\to 0} \frac{sen^2x-3x^2}{e^{x^2}-cos2x}$

b) Deséxase construír unha caixa de base cadrada, con tapa e cunha capacidade de 80 dm^3. Para a tapa e a superficie lateral quérese utilizar un material que custa 2€/dm^2 e para a base outro que custa 3€/dm^2 . Calcula as dimensións da caixa para que o seu custo sexa mínimo .

c) Calcula$\int_0^1 xln(1+x)dx$.

12.- Calcula os valores a, b para que a función$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b, & x < 3 \\ \ln(x-2), & x \geq 3 \end{cases}$

sexa derivable en x = 3 e determina o punto no que a tanxente á gráfica de $f(x)$ é paralela á recta x + 3y = 0.

b) Se $P(x)$ é un polinomio de terceiro grao, cun punto de inflexión no punto (0,5) e un extremo relativo no punto (1,1), calcula$\int_0^1 P(x)dx$.

13.- a) Calcula: i) $\lim_{x\to -\infty} \frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$; ii) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$

b) A derivada dunha función $f(x)$, que ten por dominio (0, ∞), é $f'(x)$ = 1 + lnx. Determina a función $f(x)$ tendo en conta que a súa gráfica pasa polo punto (1,4).

c) Determina, se existen, os máximos e mínimos relativos de $f(x)$.

14.- Dada a función $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$

a) Estuda, en x = 0, a continuidade e derivabilidade de $f(x)$.
b) Determina os puntos da gráfica de $f(x)$ nos que a recta tanxente é paralela á recta $x - 4y = 0$ e determina as ecuacións desas rectas tanxentes.
c) Calcula $\int_{-1}^{0} f(x)dx$.

2016

15.- a) Definición e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial.

b) Calcula os límites seguintes:

i) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x-1}{x-\sqrt{2-x}}$ ii) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-\ln(1+x)}{x ln(1+x)}$

16.- A derivada dunha función f(x), cuxo dominio é $(0, +\infty)$, é

$$f^{\prime}(x) = \frac{1 - lnx}{x^2}$$

a)Determina a función f(x) sabendo que a súa gráfica pasa polo punto (1,0) .
b) Determina os intervalos de concavidade e convexidade de f(x).

17.- a) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema de Rolle.

b) Sexa $f(x) = 2x + \frac{5}{2}\ln(1 + x^2)$. Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de f(x) no punto correspondente a x=0. Determina, se existen, os máximos e mínimos relativos de f(x).

18.- Dada a función $f(x) = \begin{cases} ax+2, & x<1 \\ 3(x-2)^2, & x \geq 1 \end{cases}$

a) ¿É f(x) derivable en x=1 , para algún valor de a?

b) Para a=1, calcula a área da rexión limitada pola gráfica de f(x) e o eixe OX.

19.- a) Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

b) Dunha función f(x) sabemos que f (-1)=1 e que a súa función derivada é

$f'(x) = \begin{cases} 2x-1, & x<0 \\ e^{2x}-2, & x \geq 0 \end{cases}$ Calcula as ecuacións das rectas tanxentes á gráfica de f(x) nos puntos de abscisa: $x=-2 \ e \ x=\frac{ln2}{2}$.

20.- Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola y=x(x-2) o eixe de abscisas e a recta y=x (Nota: para o debuxo da gráfica da parábola, indica os puntos de corte cos eixes, o vértice e a concavidade ou convexidade).

21.- Debuxa a gráfica de $f(x) = 1 + \frac{2}{(x-2)^2}$ estudando: dominio, simetrías, puntos de corte cos eixes, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

22.- a) Enuncia o teorema fundamental do cálculo integral. Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica da función $F(x) = \int_0^x \frac{t^2+6}{2+e^t} dt$, no punto de abscisa x = 0 .

b) Calcula $\int_0^1 xln(1+x)dx$

2015

23.- Debuxa a gráfica de $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$ estudando: dominio, simetrías, puntos de corte cos eixes, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

24.- a) Define primitiva dunha función e enuncia a regra de Barrow.

b) Dada a función $f(x) = ax^3 + bx + c$, determina a, b, c sabendo que y = 2x+1 é a recta tanxente á gráfica de f(x) no punto de abscisa x = 0 e que $\int_0^1 f(x)dx = 1$.

25.- a)Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

b)Calcula os valores de b, c para que a función

$$f(x) = \begin{cases} \ln(e + x^2), & x < 0 \\ x^2 + bx + c, & x \geq 0 \end{cases}$$

Sexa derivable en x = 0.

26.- A gráfica dunha función f(x) pasa pola orixe de coordenadas e a súa derivada é $f'(x) = (2 - x)e^{3x}$. Determina a función f(x) e calcula os intervalos de concavidade e convexidade de f(x).

27.- a) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & se\ \ x \leq 1 \\ \frac{2\ln x + 2}{x^2} & se\ \ x > 1 \end{cases}$ sexa derivable en x=1.

b) Para os valores a = - 4, b = 6, determina os intervalos de crecemento e decrecemento da f(x).

28.- Debuxa e calcula a área da rexión limitada polas gráficas da parábola $f(x) = 4x - x^2$ e as rectas tanxentes á gráfica de f(x) nos puntos correspondentes a x = 0 e x =2.

29.- Define derivada dunha función nun punto. Interpretación xeométrica.

b)Dada a función $f(x) = 2e^{-x}(x+1)$, calcula: intervalos de crecemento e decrecemento e máximos e mínimos relativos de f(x).

30.- a)Calcula:$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{4+x}-2-\frac{x}{4}}{x^2}$

b) Calcula unha primitiva da función f(x)= x senx que pase polo punto $(\pi, 0)$.

2014

31.- a)Define función continua nun punto. Que tipo de discontinuidade ten $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-2x}$ nos puntos x = 0 e x = 2?

b) Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ no seu punto de inflexión.

32.- a)Calcula: $\lim_{x\to 1} \frac{\ln(2x-1)}{x^2-\sqrt{x}}$ b) Calcula $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2}dx$

33.- a)Dada a función $f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$ calcula os valores de a,b,c sabendo que $x = \frac{1}{2}$ é unha asíntota vertical e que y = 5x-6 é a recta tanxente á súa gráfica no punto correspondente a x = 1. Para os valores de a,b,c calculados, posúe f(x) máis asíntotas?

b) Enuncia o teorema do valor medio do cálculo diferencial. Pódese aplicar, no intervalo $[0,1]$, este teorema á función $f(x) = \frac{1}{2-x}$? En caso afirmativo calcula o punto ao que fai referencia o teorema.

34.- Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola $f(x) = -x^2$ e a recta normal á gráfica de f(x) no punto correspondente a x= 1.

35.- a) Calcula : $\lim_{x\to 0} \frac{cosx-e^{-2x}-2x}{sen^2x}$

b) Queremos dividir un fío metálico de 70 metros de lonxitude en tres partes de maneira que unha delas teña dobre lonxitude que outra e ademais que ao construír con cada parte un cadrado, a suma das áreas dos tres cadrados sexa mínima. Calcula a lonxitude de cada parte.

36.- a) A segunda derivada da función f(x) é $f''(x) = 4e^{2x} - 2x$. Ademais a tanxente á gráfica de f(x) no punto (0,1) é paralela á recta x-y+3=0. Calcula f(x).

b) Calcula $\int_0^{\pi/2} x\, sen(2x + \pi)\, dx$.

37.- Dada a función $f(x) = \begin{cases} mx & , \ x < 1 \\ ax^2 + bx + 1, & x \geq 1 \end{cases}$

a)Calcula os valores de a, b e m para que f(x) sexa derivable en x = 1 e teña un extremo relativo en x = 3.

b) Enuncia o teorema do valor medio do cálculo diferencial.

Para os valores a = 1, b = - 6 e m = -4, calcula, se existe, un punto $c \in (0,5)$ tal que a tanxente á gráfica de f(x) en x=c sexa paralela ao segmento que une os puntos (0,0) e (5,-4).

38.- a)Calcula $\int_0^1 \frac{2}{3+3e^x} dx$

b)Enuncia o Teorema fundamental do cálculo integral.Se $F(x) = \int_0^x \frac{2}{3+3e^t} dt$. Calcula $\lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{x}$

2013

39.- Enuncia o teorema de Bolzano. Ten a ecuación $x^3 + 2x - 2 = 0$ algunha solución no intervalo (0,1)? Ten esta ecuación máis dunha solución real?.

b)Calcula os valores de a e b para que $\lim_{x \to 0} \frac{ax^2+bx+1-e^{2x}}{sen(x^2)} = 1$

40.- a)Calcula os intervalos de crecemento e decrecemento e os intervalos de concavidade e convexidade da función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$

b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica de $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ e a bisectriz do primeiro cuadrante. (para o debuxo da gráfica é suficiente utilizar o apartado anterior e calcular os puntos de corte cos eixes)

41.- Nunha circunferencia de centro O e radio 10cm trázase un diámetro AB e unha corda CD perpendicular a ese diámetro. A que distancia do centro O da circunferencia debe estar a corda CD, para que a diferencia entre as áreas dos triángulos ADC e BCD sexa máxima?.

42.- Enuncia o teorema de Rolle. Determina o valor de a para que sexa aplicable o teorema de Rolle á función $f(x) = x^3 + ax - 1$, no intervalo $[0,1]$. Para este valor de a, calcula un punto $c \in (0,1)$ no que a recta tanxente á gráfica de f(x) sexa paralela ao eixe OX.

b) Calcula $\int \frac{x^3+3}{x^2-x} dx$.

43.- a)Calcula: $\lim_{x \to \infty} \frac{e^{2x}+1}{xe^x}$

b)Se f(x) é unha función continua no intervalo $[1,4]$ tal que $\int_1^2 f(x)dx = 2$ e $\int_1^4 f(x)dx = -4$, cal é o valor de $\int_2^4 5f(x)dx$?. Enuncia as propiedades da integral definida que utilices.

44.- Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica da parábola $f(x) = -x^2 + 9x$, e as rectas y= 20 ; x-y+15 = 0.

45.- Calcula o dominio, as asíntotas, os intervalos de crecemento e decrecemento e os máximos e mínimos de $f(x) = \frac{2x+1}{e^{x^2}}$.

46.- a)Define primitiva dunha función e enuncia a regra de Barrow.

b)Calcula $\int_2^3 \frac{x^3+2}{x^2-1} dx$