

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Consideremos as matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) Calcula os valores de x e y para os que se cumpre a igualdade $C \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(b) Determina o rango das matrices A e B .

(c) Calcula X na ecuación matricial $X + A^t = 2I + B$, A^t matriz trasposta de A e I matriz identidade de orde 3.

2. O número de unidades en miles vendidas por unha empresa do sector editorial durante o seu primeiro ano de existencia, estimouse pola función $V(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & \text{se } 0 \leq t \leq 7 \\ t^2 - 18t + 112 & \text{se } 7 < t \leq 12 \end{cases}$, t é o tempo transcorrido en meses desde a creación da empresa.

(a) Nos primeiros sete meses, calcula as vendas máximas e o mes no que se alcanzaron. Xustifica se estas foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano. Representa a gráfica de $V(t)$.

(b) A partir do sétimo mes, ¿en que período o número de vendas foi menor ou igual a 32000 unidades?

3. Segundo certo estudo do departamento de vendas duns grandes almacéns, o 30% dos seus clientes son homes, o 25% dos seus clientes adquiren algún produto do departamento de electrónica e o 40% dos que adquiren algún produto do departamento de electrónica son mulleres.

(a) ¿Que porcentaxe dos seus clientes son mulleres e adquiren algún produto do departamento de electrónica?

(b) Se un cliente elixido ao azar é home, calcula a probabilidade de que non adquira algún produto do departamento de electrónica.

4. Unha empresa informática lanzou ao mercado un produto do que sabe que a súa vida útil, en anos, segue unha distribución normal de media μ e desviación típica $\sigma = 1,6$ anos.

(a) Para unha mostra aleatoria de 100 produtos, a vida media útil foi de 4,6 anos. Calcula un intervalo do 95% de confianza para estimar a vida media útil do produto. Interpreta o intervalo obtido.

(b) Supoñamos que a vida útil do produto segue unha distribución $N(4,6, 1,6)$ e tómase unha mostra aleatoria de 64 produtos. Calcula a probabilidade de que a vida media útil da mostra estea entre 4,25 e 4,95 anos.

OPCIÓN B

1. Sexa a función lineal $f(x,y) = 2x - 3y$ suxeita ás restricións $x + 2y \leq 40$, $x + y \geq 5$, $3x + y \leq 45$, $x \geq 0$.

(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) Calcula o punto ou puntos desa rexión onde a función alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo.

2. Os beneficios dunha compañía en millóns de euros, nos seus primeiros sete anos, foron estimados pola función $B(x) = ax^3 - 3x^2 + bx$, $0 \leq x \leq 7$, onde x indica o tempo transcorrido en anos, desde a súa fundación.

(a) Calcula os valores de a e b sabendo que a compañía tivo uns beneficios máximos de 8 millóns de euros no segundo ano.

(b) Supoñamos que $a = 1/4$ e $b = 9$. Determina cando a empresa non tivo beneficios. Calcula $\int_0^6 B(x) dx$.

3. Un artigo distribuído en tres marcas distintas A , B e C véndese nun supermercado. Obsérvase que o 30% das vendas diarias do artigo son da marca A , o 50% son da marca B e o resto son da marca C . Sábese ademais que o 60% das vendas da marca A realízase pola mañá, o 55% das vendas da marca B pola tarde e o 40% da marca C véndese pola mañá.

(a) Calcula a porcentaxe de vendas do artigo efectuadas pola mañá.

(b) Se a venda se efectuou pola tarde, calcula a probabilidade de que o artigo sexa da marca C .

4. Como resultado dunha enquisa na que se utilizou o suposto de máxima indeterminación ($p = 1 - p = 1/2$) afirmase que, cun 97,56% de confianza, a porcentaxe de individuos dunha poboación que considera o alcol e/ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico, está entre o 57,5% e o 62,5%.

(a) Calcula o número de individuos desa poboación aos que se lles realizou a enquisa.

(b) Dos que se lles realizou a enquisa, ¿cantos contestaron que a causa principal dos accidentes é o alcol e/ou as drogas?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & c & c \end{pmatrix}$.

- (a) Calcula os valores de a , b e c para que se satisfaga a igualdade $A \cdot B + B \cdot C = 2I$, I matriz identidade de orde 3.
(b) Para $a = 4$, $b = -3$ e $c = 1$ calcula o rango da matriz $A + B - 2C$.

2. O prezo en euros das accións de certo grupo empresarial ao longo dun ano estimouse pola función:

$$P(t) = \begin{cases} 15 + 2t - t^2, & 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{1}{3}t + 11, & 3 < t \leq 12 \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo transcorrido en meses.}$$

- (a) Determina os períodos nos que aumentou e nos que diminuíu o prezo e calcula o seu prezo máximo e o seu prezo mínimo.
(b) Determina o período no que o prezo das accións foi inferior ou igual a 13,75 euros. Representa a gráfica da función $P(t)$.

3. O 60% dos individuos dunha poboación está vacinado contra certa enfermidade. Durante unha epidemia sábese que o 20% contraeu a enfermidade e que o 3% está vacinado e contraeu a enfermidade.

- (a) Calcula a porcentaxe de individuos que contraeu a enfermidade, entre os que non están vacinados.
(b) Calcula a porcentaxe de individuos vacinados, entre os que contraeron a enfermidade. Xustifica se os sucesos "estar vacinado" e "contraer a enfermidade" son dependentes ou independentes.

4. (a) Nunha mostra aleatoria de 200 clientes dun centro comercial, 150 efectúan as súas compras utilizando a tarxeta propia do centro. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de clientes que efectúan as compras utilizando a tarxeta propia do centro. Interpreta o intervalo obtido.

- (b) Se se sabe que 8 de cada 10 clientes do centro comercial utilizan para as súas compras a tarxeta propia do centro e tomamos unha mostra aleatoria de 100 clientes, ¿cal é a probabilidade de que a proporción de clientes da mostra que utilizan a tarxeta propia do centro sexa superior a 0,75?

OPCIÓN B

1. Unha fábrica de materiais plásticos produce dous tipos de colectores A e B . A súa produción semanal debe de ser de polo menos 10 colectores en total e o número de colectores de tipo B non pode superar en máis de 10 ao número dos de tipo A . Ademais, cada colector de tipo A ten uns custos de produción de 150€ e cada colector de tipo B de 100€, dispoñendo dun máximo de 6000€ semanais para o custo total de produción.

- (a) Formula o sistema de inecuacións. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.
(b) Se cada colector de tipo A xera uns beneficios de 130€ e o de tipo B de 140€, ¿cantos colectores de cada tipo terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo?

2. Sexan as funcións $f(x) = x^2 + 2x - 8$ e $g(x) = -x^2 + 4$.

- (a) Representa o recinto limitado polas gráficas de $f(x)$ e $g(x)$, estudando os puntos de corte cos eixes, máximos, mínimos e os puntos nos que se cortan ambas as funcións.
(b) Calcula a área do devandito recinto.

3. Unha multinacional realiza operacións comerciais en tres mercados A , B e C . O 20% das operacións corresponden ao mercado B e nos mercados A e C realiza o mesmo número de operacións. Prodúcese atrasos no pago no 15%, 10% e 5% das operacións realizadas nos mercados A , B e C , respectivamente.

- (a) Calcula a porcentaxe de operacións da multinacional nas que se producen atrasos no pago.
(b) ¿Que porcentaxe das operacións nas que se atrasou o pago foron realizadas no mercado A ?

4. O tempo de formación, en horas, que necesita un empregado dunha empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución $N(\mu, \sigma = 15)$.

- (a) Elixida unha mostra de 36 empregados da empresa, obtense o intervalo de confianza (321,1, 330,9) para a media μ . Calcula o tempo medio de formación dos empregados da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.
(b) Supoñamos que o tempo de formación, en horas, que necesita un empregado desa empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución $N(\mu = 326, \sigma = 15)$. Calcula a probabilidade de que o tempo medio de formación non supere as 330 horas, en mostras de 36 empregados.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 (3 puntos)

- (a) **1 punto:**
- Operar coas matrices e formular as dúas ecuacións: **0,50 puntos**.
 - Calcular os valores de x e y : **0,50 puntos**.
- (b) **1 punto:**
- Determinar o rango da matriz A : **0,50 puntos**.
 - Determinar o rango da matriz B : **0,50 puntos**.
- (c) **1 punto:**
- Despejar a matriz X na ecuación matricial: **0,25 puntos**.
 - Operar alxébricamente coas matrices e chegar ao resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

- (a) **2,25 puntos:**
- Calcular a primeira derivada no primeiro anaco e o punto crítico: **0,25 puntos**.
 - Xustificar que nese punto a función presenta un máximo : **0,25 puntos**.
 - Calcular, no contexto do exercicio, as vendas máximas e o mes no que se alcanzaron: **0,50 puntos**.
 - Xustificar que non foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano: **0,75 puntos**.
 - Representación gráfica: **0,50 puntos**.
- (b) **0,75 puntos:**
- Calcular o intervalo no que a función é menor ou igual a 32: **0,50 puntos**.
 - Responder no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

- (a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
 - Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,50 puntos**.
 - Expresar o resultado obtido coma porcentaxe: **0,25 puntos**.
- (b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
 - Realizar os calculos precisos na probabilidade condicionada anterior e resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

- (a) **0,75 puntos:**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos**.
 - Interpretar o intervalo de confianza obtido: **0,25 puntos**.
- (b) **1,25 puntos:**
- Determinar a distribución da media muestral: **0,25 puntos**.
 - Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
 - Tipificación: **0,25 puntos**.
 - Paso a táboas: **0,25 puntos**.
 - Resultado: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **2,25 puntos:**

- Vértices da rexión factible: **1,25 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os catro vértices).

(b) **0,75 puntos:**

- Calcular os valores da función obxectivo en cada un dos catro vértices: **0,25 puntos**.
- Puntos da rexión factible onde a función alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,50 puntos:**

- Determinar a primeira derivada da función: **0,25 puntos**.
- Formular as dúas ecuacións coas condicións de máximo no punto dado e de pasar a función por ese punto: **0,75 puntos**.
- Obter o valor de a e de b : **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**

- Determinar cando a empresa non tivo beneficios: **0,50 puntos**.
- Calcular a integral indefinida: **0,50 puntos**.
- Aplicar a regra de Barrow e resultado: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado do exercicio e obter o resultado: **0,75 puntos**.
- Responder á pregunta da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **1,25 puntos:**

- Calcular o radio do intervalo de confianza dado: **0,25 puntos**.
- Obter $z_{\alpha/2}$: **0,25 puntos**.
- Identificar o valor do radio coa expresión numérica que lle corresponde e obter o valor de n : **0,50 puntos**.
- Responder no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.

(b) **0,75 puntos:**

- Calculo do valor da proporción muestral: **0,25 puntos**.
- Calcular cantos, dos que se lles realizou a enquisa, contestaron que a causa principal dos accidentes é o alcol e/ou as drogas: **0,50 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **2 puntos:**

- Calcular o produto das matrices $A \cdot B$: **0,50 puntos**.
- Calcular o produto das matrices $B \cdot C$: **0,50 puntos**.
- Formular as ecuacións e calcular os valores de a , b e c : **1 punto**.

(b) **1 punto:**

- Calcular a matriz $A + B - 2C$: **0,25 puntos**.
- Determinar o rango da matriz anterior: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,75 puntos:**

- Calcular a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Determinar os períodos de crecemento e decrecemento no contexto do enunciado: **0,75 puntos**.
- Calcular o valor da función nos puntos extremos: **0,25 puntos**.
- Obter o prezo máximo e o prezo mínimo: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**

- Formular a inecuación pedida e resolvela no primeiro anaco: **0,25 puntos**.
- Formular a inecuación pedida e resolvela no segundo anaco: **0,25 puntos**.
- Responder no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.
- Representar a gráfica da función: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,50 puntos**.
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Obter o resultado e expresalo en porcentaxe: **0,25 puntos**.
- Xustificar que os sucesos son dependentes: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Calcular o valor da proporción muestral: **0,25 puntos**.
- Calcular numericamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos**.
- Interpretar o intervalo de confianza obtido: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Determinar a distribución da proporción muestral: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **2,50 puntos:**

- Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**.
- Vértices da rexión factible: **0,75 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos**.

(b) **0,50 puntos:**

- Determinar a función obxectivo a maximizar: **0,25 puntos**.
- Obter o número de colectores de cada tipo que terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,75 puntos:**

- Calcular os puntos de corte das funcións cos eixes: **0,50 puntos**.
- Polo cálculo do máximo e do mínimo: **0,50 puntos**.
- Polos puntos nos que se cortan ambas as funcións: **0,25 puntos**.
- Representar o recinto pedido: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**

- Expresión da área pedida: **0,50 puntos**.
- Cálculo da integral indefinida: **0,25 puntos**.
- Aplicar a regra de Barrow e resultado: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado do exercicio e obter o resultado: **0,75 puntos**.
- Responder á pregunta da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,50 puntos**.
- Responder á pregunta da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Calcular o valor da media muestral: **0,25 puntos**.
- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0,25 puntos**.
- Obter $z_{\alpha/2}$: **0,25 puntos**.
- Uso da táboa e obter o nivel de confianza: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Determinar a distribución da media muestral: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Uso das táboas e resultado: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) **1 punto.** Calcula os valores de x e y para os que se cumpre a igualdade $C \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

– Calcular $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x-3y \\ x+y \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– Calcular $\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+x \\ -y-1 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– Calcular os valores de x e y $\begin{pmatrix} -2x-3y \\ x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-1 \\ -y-1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x-3y = -1 \\ x+2y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5/3 \\ y = -4/3 \end{cases}$ **0'50 puntos.**

(b) **1 punto.** Determina o rango das matrices A e B .

– Calcular $\det(A) = 16$ **0'25 puntos.** Concluír que, como $\det(A) \neq 0$ entón $\text{rango}(A) = 3$ **0'25 puntos.**

– Calcular $\det(B) = 0 \Rightarrow \text{rango}(B) < 3$. O menor, por exemplo, $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ten $\det \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = 6 \neq 0$ **0'25 puntos.** Concluír que o rango $(B) = 2$ **0'25 puntos.**

(c) **1 punto.** Calcula X na ecuación matricial $X + A^t = 2I + B$, A^t matriz trasposta de A e I matriz identidade de orde 3.

– Despejar X na ecuación matricial, $X = 2I + B - A^t$ **0'25 puntos.**

– Determinar a trasposta da matriz A , $A^t = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– Calcular $2I + B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– Chegar ao resultado $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O número de unidades en miles vendidas por unha empresa do sector editorial durante o seu primeiro ano de existencia, estimouse pola función $V(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & \text{se } 0 \leq t \leq 7 \\ t^2 - 18t + 112 & \text{se } 7 < t \leq 12 \end{cases}$, t é o tempo transcorrido en meses desde a creación da empresa.

(a) **2'25 puntos.** Nos primeiros sete meses, calcula as vendas máximas e o mes no que se alcanzaron. Xustifica se estas foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano. Representa a gráfica de $V(t)$.

Exemplos de resposta / Solucións

- Determinar a primeira derivada da función no primeiro anaco e o punto crítico

No intervalo (0, 7)

$$\left. \begin{array}{l} V'(t) = 12 - 2t; V'(t) = 0 \Rightarrow t = 6 \\ V''(t) = -2 < 0, \text{ para todo } t \end{array} \right\} \Rightarrow \text{No punto } t = 6 \text{ } V(t) \text{ presenta un máximo relativo e } V(6) = 36 \text{ } \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

“Nos primeiros sete meses, as vendas foron máximas no sexto mes **0'25 puntos.**

“E foron de 36000 unidades” **0'25 puntos.**

Xustificamos se estas foron ou non as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano:

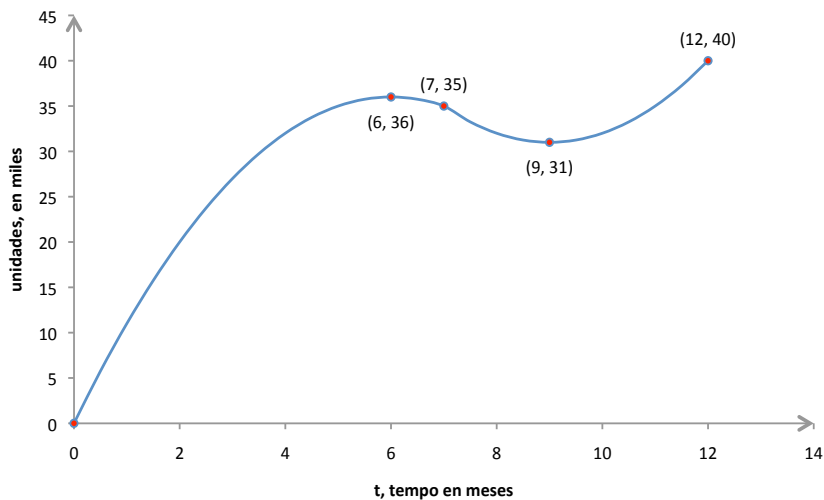
- No intervalo (7, 12)

$$\left. \begin{array}{l} V'(t) = 2t - 18; V'(t) = 0 \Rightarrow t = 9 \\ V''(t) = 2 > 0, \text{ para todo } t \end{array} \right\} \Rightarrow \text{No punto } t = 9 \text{ } V(t) \text{ presenta un mínimo relativo e } V(9) = 31 \text{ } \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Estudamos o valor da función no punto extremo da función, $t = 12$ $V(12) = 40$ **0'25 puntos.**

“Non foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano, xa que as vendas máximas nese ano alcanzáronse no último mes e foron 40000 unidades” **0'25 puntos.**

- Representación gráfica de $V(t)$ **0'50 puntos.**



- (b) **0'75 puntos.** A partir do sétimo mes, ¿en que período o número de vendas foi menor ou igual a 32000 unidades?

- Formulamos a inecuación:

$$t^2 - 18t + 112 \leq 32 \Leftrightarrow t^2 - 18t + 80 \leq 0 \text{ } \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Resolvemos a ecuación $t^2 - 18t + 80 = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} t = 8 \\ t = 10 \end{array} \right.$ **0'25 puntos.**

- Responder no contexto do exercicio:

“Entre o oitavo e o décimo mes as vendas foron inferiores ou iguais a 32000 unidades” **0'25 puntos.**

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Segundo certo estudo do departamento de vendas duns grandes almacéns, o 30% dos seus clientes son homes, o 25% dos seus clientes adquiren algún produto do departamento de electrónica e o 40% dos que adquiren algún produto do departamento de electrónica son mulleres.

- (a) **1 punto.** ¿Que porcentaxe dos seus clientes son mulleres e adquiren algún produto do departamento de electrónica?

Sexan os sucesos:

“H”: un cliente, elixido ao azar, é home; “M”: un cliente, elixido ao azar, é muller; “A”: un cliente, elixido ao azar, adquire algún produto do departamento de electrónica.

Datos: $P(H) = 0'3$; $P(A) = 0'25$; $P(M/A) = 0'4$.

- Formular a probabilidade pedida: $P(M \cap A)$ **0'25 puntos.**

- Expresión da probabilidade anterior e resultado $P(M \cap A) = P(A) \cdot P(M/A) = 0,25 \cdot 0,4 = 0,1$ **0'50 puntos.**

- Expresar o resultado coma porcentaxe, respondendo á pregunta do exercicio:

“O 10% dos clientes son mulleres e adquiren algún produto do departamento de electrónica” **0'25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto.** Se un cliente elixido ao azar é home, calcula a probabilidade de que non adquira algún produto do departamento de electrónica.

- Formular a probabilidade pedida: $P(\bar{A}/H)$ **0'25 puntos.**
- Expresión da probabilidade anterior: $P(\bar{A}/H) = \frac{P(\bar{A} \cap H)}{P(H)} = \frac{P(H) - P(A \cap H)}{P(H)} = \frac{0'3 - 0'25(1 - 0'4)}{0'3} = 0'5$ **0'75 puntos.**

Este apartado tamén pode resolverse, de maneira moito máis sinxela, construíndo a táboa de continxencia, pero para iso é necesario coñecer o resultado do apartado (a),

	A	\bar{A}	
H	15	15	30
$\bar{H} \equiv M$	(a) 10	60	70
	25	75	100

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha empresa informática lanzou ao mercado un produto do que sabe que a súa vida útil, en anos, segue unha distribución normal de media μ e desviación típica $\sigma = 1'6$ anos.

(a) **0'75 puntos.** Para unha mostra aleatoria de 100 produtos, a vida media útil foi de 4'6 anos. Calcula un intervalo do 95% de confianza para estimar a vida media útil do produto. Interpreta o intervalo obtido.

- Sexa X : vida útil, en anos, dun produto informático.

Sabemos que

$$X \sim N(\mu, \sigma = 1'6)$$

$$\downarrow n=100$$

\bar{X} media muestral: vida media útil, en mostras de 100 produtos $\xrightarrow{\text{valor particular do estatístico para a mostra dada}}$ $\bar{x} = 4'6$ anos

- Os estatísticos L_1 e L_2 , extremo esquerdo e dereito, respectivamente, do intervalo de confianza pedido, avaliados para a mostra dada son.

$$L_1: \bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 4'6 - 1'96 \cdot \frac{1'6}{\sqrt{100}} = 4'6 - 0'3136 = 4'2864 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

$$L_2: \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 4'6 + 1'96 \cdot \frac{1'6}{\sqrt{100}} = 4'6 + 0'3136 = 4'9136 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

“Estímase a vida media útil do produto informático entre, aproximadamente, 4'29 anos e 4'91 anos, cun 95% de confianza” (máximo erro cometido nesta estimación 0'31 anos) **0'25 puntos.**

(b) **1'25 puntos.** Supoñamos que a vida útil do produto segue unha distribución $N(4'6, 1'6)$ e tómase unha mostra aleatoria de 64 produtos. Calcula a probabilidade de que a vida media útil da mostra estea entre 4'25 e 4'95 anos.

- Determinamos a distribución da media muestral:

$$\bar{X}: \text{media muestral} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \equiv N\left(4'6, \frac{1'6}{\sqrt{64}}\right) \equiv N(4'6, 0'2) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Formular a probabilidade pedida: $P(4'25 < \bar{X} < 4'95)$ **0'25 puntos.**

$$\text{– Tipificación: } P(4'25 < \bar{X} < 4'95) = P\left(\frac{4'25 - 4'6}{0'2} < Z < \frac{4'95 - 4'6}{0'2}\right) = P(-1'75 < Z < 1'75) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Paso a táboas: $P(-1'75 < Z < 1'75) = 2P(Z < 1'75) - 1$ **0'25 puntos.**

- Resultado: $P(4'25 < \bar{X} < 4'95) = P(-1'75 < Z < 1'75) = 2P(Z < 1'75) - 1 = 2 \cdot 0'9599 - 1 = 0'9198 \equiv 0'92$ **0'25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función lineal $f(x,y) = 2x - 3y$ suxeita ás restricións $x + 2y \leq 40$, $x + y \geq 5$, $3x + y \leq 45$, $x \geq 0$.

(a) **2'25 puntos.** Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

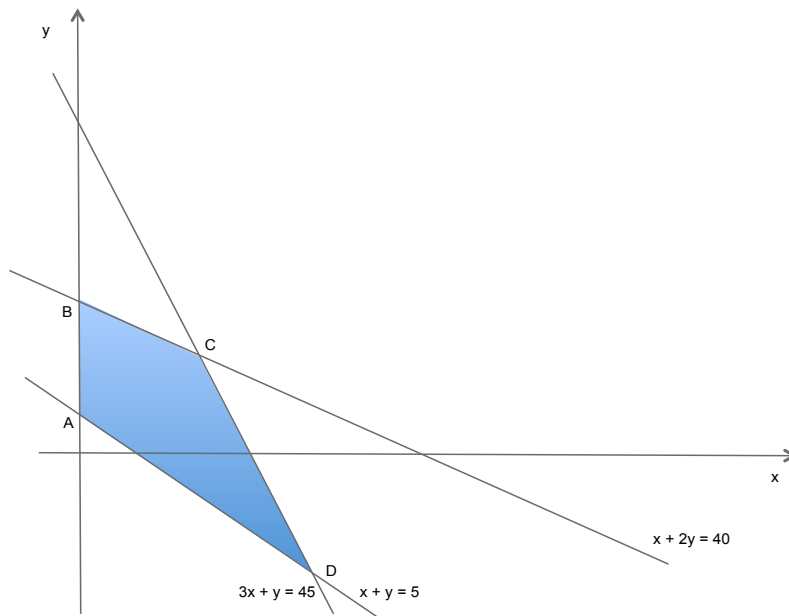
– Representamos as rectas

$x + 2y = 40$, pasa polos puntos (0, 20) e (40, 0).

$x + y = 5$, pasa polos puntos (0, 5) e (5, 0).

$3x + y = 45$, pasa polos puntos (0, 45) e (15, 0).

– Representación gráfica da rexión factible **1 punto**



– Polos vértices: A(0, 5) e B(0, 20) **0'25 puntos**; C(10, 15) **0'50 puntos**; D(20, -15) **0'50 puntos**.

(b) **0'75 puntos.** Calcula o punto ou puntos desa rexión onde a función alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo.

– Calcular os valores da función obxectivo en cada un dos catro vértices: **0'25 puntos.**

No A(0, 5) $f(0, 5) = -15$; No B(0, 20) $f(0, 20) = -60$; No C(10, 15) $f(10, 15) = -25$; No D(20, -15) $f(20, -15) = 85$

– A función obxectivo alcanza o seu *valor máximo* no punto D(20, -15) **0'25 puntos.**

– A función obxectivo alcanza o seu *valor mínimo* no punto B(0, 20) **0'25 puntos.**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Os beneficios dunha compañía en millóns de euros, nos seus primeiros sete anos, foron estimados pola función $B(x) = ax^3 - 3x^2 + bx$, $0 \leq x \leq 7$, onde x indica o tempo transcorrido en anos, desde a súa fundación.

(a) **1'50 puntos.** Calcula os valores de a e b sabendo que a compañía tivo uns beneficios máximos de 8 millóns de euros no segundo ano.

– Determinar a primeira derivada da función: $B'(x) = 3ax^2 - 6x + b$ **0'25 puntos.**

– Condicións de máximo no punto (2, 8), $B'(2) = 0$ e de pasar polo punto (2, 8), $B(2) = 8$ **0'25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

- Formular as dúas ecuacións:

$$B'(2) = 0 \Rightarrow 12a + b = 12 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

$$B(2) = 8 \Rightarrow 8a + 2b = 20 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Resolver por calqueira método $\begin{cases} a = 1/4 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ b = 9 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{cases}$

(b) **1'50 puntos.** Supoñamos que $a = 1/4$ e $b = 9$. Determina cando a empresa non tivo beneficios. Calcula

$$\int_0^6 B(x) dx.$$

- A empresa non tivo beneficios cando

$$B(x) = 0 \Rightarrow x \left(\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 12x + 36 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

“Non tivo beneficios no sexto ano” **0'25 puntos.**

- Calcular a integral indefinida e aplicar a regra de Barrow:

$$\int_0^6 B(x) dx = \int_0^6 \left(\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x \right) dx = \underbrace{\left[\frac{x^4}{16} - x^3 + \frac{9}{2}x^2 \right]_0^6}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} = \underbrace{\left[\frac{6^4}{16} - 6^3 + \frac{9}{2}6^2 - 0 \right]}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} = 27.$$

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un artigo distribuído en tres marcas distintas A, B e C véndese nun supermercado. Obsérvase que o 30% das vendas diarias do artigo son da marca A, o 50% son da marca B e o resto son da marca C. Sábese ademais que o 60% das vendas da marca A realízase pola mañá, o 55% das vendas da marca B pola tarde e o 40% da marca C véndese pola mañá.

(a) **1 punto.** Calcula a porcentaxe de vendas do artigo efectuadas pola mañá.

Sexan os sucesos: “A, B e C”, un artigo seleccionado ao azar é da marca A, B e C, respectivamente.

“M” un artigo seleccionado ao azar véndese pola mañá.

“T” un artigo seleccionado ao azar véndese pola tarde.

As probabilidades que nos dan no enunciado son:

$$P(A) = 0'3; \quad P(B) = 0'5; \quad P(C) = 0'2.$$

$$P(M/A) = 0'6; \quad P(T/B) = 0'55; \quad P(M/C) = 0'4.$$

- Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado:

$$P(M) = P(A \cap M) + P(B \cap M) + P(C \cap M) = \underbrace{0'3 \cdot 0'6 + 0'5 \cdot (1 - 0'55) + 0'2 \cdot 0'4}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} = \mathbf{0'485}$$

0'25 puntos

- Responder a pregunta da porcentaxe pedida:

“O 48'5% das vendas do artigo efectúanse pola mañá” **0'25 puntos.**

(b) **1 punto.** Se a venda se efectuou pola tarde, calcula a probabilidade de que o artigo sexa da marca C.

- Formular a probabilidade pedida: $P(C/T)$ **0'25 puntos**

- Expresión da probabilidade anterior e resultado:

$$P(C/T) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)} = \frac{0'2 \cdot (1 - 0'4)}{1 - 0'485} = \frac{0'12}{0'515} \cong \mathbf{0'233}.$$

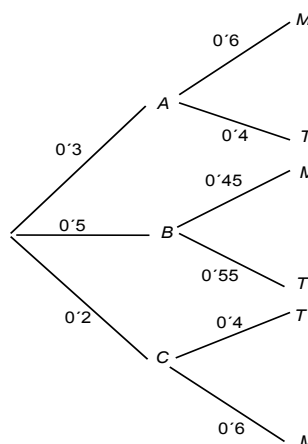
0'50 puntos

0'25 puntos

- No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0'75 puntos pola árbora ben feita e despois

- (a) $\begin{cases} \text{Cálculos no teorema das probabilidades totais} & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ \text{Expresión da porcentaxe pedida} & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{cases}$
- (b) $\begin{cases} \text{Formular a probabilidade pedida} & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ \text{Probabilidade condicionada e resultado final} & \mathbf{0'50 \text{ puntos}} \end{cases}$



Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Como resultado dunha enquisa na que se utilizou o suposto de máxima indeterminación ($p = 1 - p = 1/2$) afirmase que, cun 97,56% de confianza, a porcentaxe de individuos dunha poboación que considera o alcol e/ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico, está entre o 57,5% e o 62,5%.

(a) **1'25 puntos.** *Calcula o número de individuos desa poboación aos que se lles realizou a enquisa.*

Sexa

" p : proporción de individuos da poboación, que considera o alcol e/ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico". **Parámetro poboacional descoñecido**

– Como resultado da enquisa na que se utilizou o suposto de máxima indeterminación, temos que o máximo erro que cometeron na estimación do intervalo ven dado por:

$$E = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{4n}}$$

– Como consecuencia do intervalo que obtiveron (baixo ese principio), o radio do intervalo foi $\frac{0'625 - 0'575}{2} = 0'025$

é dicir, que cometeron un erro na estimación dun 2,5% **0'25 puntos.**

– Calculamos, para unha confianza do 97'56%, $z_{\alpha/2} = z_{0'0122} = 2'25$ **0'25 puntos.**

– Resolver $z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{4n}} = 2'25 \sqrt{\frac{1}{4n}} = 0'025 \Rightarrow n = 2025$ **0'50 puntos.**

– Responder no contexto do exercicio:

"A enquisa realizóuselles a 2025 individuos desa poboación" **0'25 puntos.**

(b) **0'75 puntos.** *Dos que se lles realizou a enquisa, ¿cantos contestaron que a causa principal dos accidentes é o alcol e/ou as drogas?*

p : proporción de individuos da poboación, que considera o alcol e / ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico

$\downarrow n = 2025$

X : número de individuos, en mostras de 2025 individuos, que considera o alcol e / ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico $\xrightarrow{\text{valor particular para a mostra dada}} x$

\hat{P} : proporción de individuos, en mostras de 2025 individuos, que considera o alcol e / ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico $\xrightarrow{\text{valor particular para a mostra dada}} \hat{p} = \frac{x}{2025}$

– Calcular o valor da proporción muestral $\hat{p} = \frac{0'575 + 0'625}{2} = 0'6$ **0'25 puntos.**

– Calcular o 60% de 2025 = 1215, ou así $\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{x}{2025} = 0'6 \Rightarrow x = 1215$ **0'25 puntos.**

"Contestaron que o alcol e/ou as drogas son a causa principal dos accidentes de tráfico 1215 individuos, da mostra de 2025 enquisados" **0'25 puntos.**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & c & c \end{pmatrix}$.

(a) **2 puntos.** Calcula os valores de a , b e c para que se satisfaga a igualdade $A \cdot B + B \cdot C = 2I$, I matriz identidade de orde 3.

– Calcular o produto das matrices $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2b+a & 2 \\ 0 & b+a & 1 \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

– Calcular o produto das matrices $B \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b+c & b+c \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

– Formular as ecuacións $\begin{cases} a+b+c=2 \\ b+c=-2 \\ a+b=1 \end{cases}$ **0'25 puntos.**

– Calcular $a = 4$, $b = -3$ e $c = 1$, por calquera método **0'75 puntos (0'25 puntos por cada un dos valores).**

(b) **1 punto.** Para $a = 4$, $b = -3$ e $c = 1$ calcula o rango da matriz $A + B - 2C$.

– Calcular a matriz $A + B - 2C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– $\det(A + B - 2C) = 0 \Rightarrow \text{rango}(A + B - 2C) < 3$ **0'25 puntos.**

– O menor $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ten $\det \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow \text{rango}(A + B - 2C) = 2$ **0'50 puntos.**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O prezo en euros das accións de certo grupo empresarial ao longo dun ano estimouse pola función:

$$P(t) = \begin{cases} 15 + 2t - t^2, & 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{1}{3}t + 11, & 3 < t \leq 12 \end{cases}, \text{ sendo } t \text{ o tempo transcorrido en meses.}$$

(a) **1'75 puntos.** Determina os períodos nos que aumentou e nos que diminuíu o prezo e calcula o seu prezo máximo e o seu prezo mínimo.

– Calcular a primeira derivada: $P'(t) = \begin{cases} 2 - 2t & \text{se } 0 < t < 3 \\ \frac{1}{3} & \text{se } 3 < t < 12 \end{cases}$ **0'25 puntos.**

– Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento:

No (0, 3) $P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$		(0, 1)	(1, 3)	(3, 12)
No (3, 12) $P'(t) = \frac{1}{3} > 0$, para todo t	valor t	$t = 1/2$	$t = 2$	para todo t
	signo de $P'(t)$	$P'(1/2) > 0$	$P'(2) < 0$	$P'(t) > 0$

Exemplos de resposta / Solucións

“As accións aumentaron de prezo desde o inicio do ano ata o primeiro mes e desde o terceiro mes ao último mes”.
0’50 puntos.

“As accións diminuíron de prezo desde o primeiro mes ata o terceiro mes” **0’25 puntos.**

- Calcular o valor da función nos puntos extremos: $P(0) = 15$, $P(12) = 15$ **0’25 puntos.**
- Obter o prezo máximo e o prezo mínimo:
 No punto $(1, 16)$ $P(t)$ presenta un máximo absoluto, e no punto $(3, 12)$ un mínimo absoluto
- “O prezo máximo das accións, nese ano, foi de 16 euros” **0’25 puntos.**
- “O prezo mínimo das accións, nese ano, foi de 12 euros” **0’25 puntos.**

(b) **1’25 puntos.** Determina o período no que o prezo das accións foi inferior ou igual a 13,75 euros. Representa a gráfica da función $P(t)$.

- No primeiro intervalo

$$[0,3], 15 + 2t - t^2 \leq 13,75 \Rightarrow t^2 - 2t - 1,25 \leq 0$$

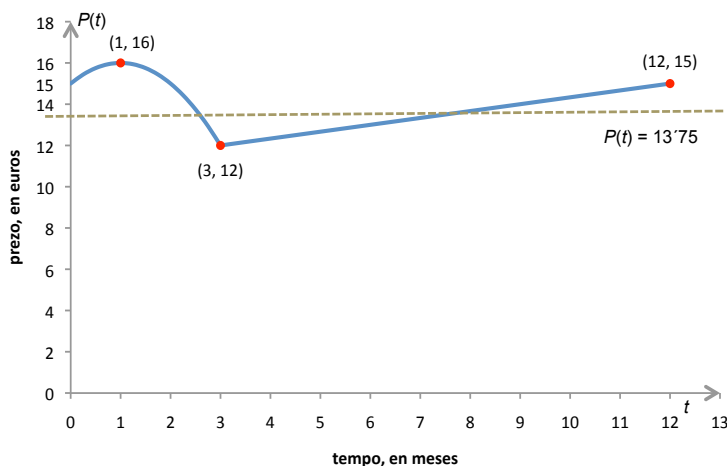
$$\text{Resolvemos } t^2 - 2t - 1,25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1/2 \text{ (solución non válida)} \\ t = 5/2 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- No segundo intervalo $[3,12]$, $\frac{1}{3}t + 11 \leq 13,75 \Rightarrow t \leq 8,25$ **0’25 puntos.**

- responder no contexto do exercicio

“O prezo foi inferior ou igual a 13,75 euros no intervalo $[2,5,8,25]$, é dicir, desde o segundo mes e medio ata o oitavo e un cuarto de mes” **0’25 puntos.**

- Representación gráfica **0’50 puntos.**



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O 60% dos individuos dunha poboación está vacinado contra certa enfermidade. Durante unha epidemia sábese que o 20% contraeu a enfermidade e que o 3% está vacinado e contraeu a enfermidade.

(a) **1 punto.** Calcula a porcentaxe de individuos que contraeu a enfermidade, entre os que non están vacinados.

Sexan os sucesos “ V un individuo da poboación, seleccionado ao azar, está vacinado contra certa enfermidade”

“ C un individuo da poboación, seleccionado ao azar, contraeu a enfermidade”

Datos $P(V) = 0,6$, $P(C) = 0,2$, $P(V \cap C) = 0,03$.

Cos datos que nos dan, podemos construír a táboa de continxencia

- Pola táboa **0’50 puntos.**

	V	\bar{V}	
C	3	17	20
\bar{C}	57	23	80
	60	40	100

- Formular a probabilidade pedida: $P(C/\bar{V})$ **0’25 puntos.**

- Cálculo da probabilidade anterior $P(C/\bar{V}) = \frac{17}{40} = 0,425$ e expresar o resultado obtido coma porcentaxe “O 42’5% dos non vacinados, contraeu a enfermidade” **0’25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto.** Calcula a porcentaxe de individuos vacinados, entre os que contraeron a enfermidade. Xustifica se os sucesos “estar vacinado” e “contraer a enfermidade” son dependentes ou independentes.

– Formular a probabilidade pedida: $P(V/C)$ **0’25 puntos.**

– Obter o resultado e expresalo en porcentaxe: $P(V/C) = \frac{3}{20} = 0’15$

“O 15% dos que contraeron a enfermidade, estaban vacinados” **0’25 puntos.**

– Xustificar que os sucesos son dependentes, por exemplo, coa definición

$$\left. \begin{array}{l} P(V/C) = 0’15 \\ P(V) = 0’6 \end{array} \right\} \Rightarrow P(V/C) \neq P(V) \text{ **0’25 puntos.**}$$

“Os sucesos “estar vacinado” e “contraer a enfermidade” son sucesos dependentes” **0’25 puntos.**

Se non se fai uso da táboa, no apartado (a) teríamos:

– Formular a probabilidade pedida: $P(C/\bar{V})$ **0’25 puntos.**

– Expresión da probabilidade anterior e resultado:

$$P(C/\bar{V}) = \frac{P(C \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{P(C) - P(V \cap C)}{1 - P(V)} = \frac{0’2 - 0’03}{0’4} = 0’425.$$

0’50 puntos

– Expresar o resultado obtido coma porcentaxe “O 42’5% dos non vacinados, contraeu a enfermidade” **0’25 puntos.**

O apartado (b) valoraríase igual que antes.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

(a) **1 punto.** Nunha mostra aleatoria de 200 clientes dun centro comercial, 150 efectúan as súas compras utilizando a tarxeta propia do centro. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de clientes que efectúan as compras utilizando a tarxeta propia do centro. Interpreta o intervalo obtido.

Sexan:

“ p : proporción de clientes dun centro comercial, que para as súas compras utiliza a tarxeta propia do centro”

“ \hat{P} : proporción de clientes que utilizan a tarxeta propia do centro, en mostras de 200 clientes”

– O valor particular do estatístico \hat{P} para a mostra dada é $\hat{p} = \frac{150}{200} = 0’75$ **0’25 puntos.**

– Calcular numericamente os extremos do intervalo de confianza pedido

$$L_1: \hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \xrightarrow{\text{valor particular para a mostra dada}} 0’75 - 1’96 \sqrt{\frac{0’75 \cdot 0’25}{200}} \cong 0’69 \text{ **0’25 puntos.**}$$

$$L_2: \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \xrightarrow{\text{valor particular para a mostra dada}} 0’75 + 1’96 \sqrt{\frac{0’75 \cdot 0’25}{200}} \cong 0’81 \text{ **0’25 puntos.**}$$

– Interpretar o intervalo obtido:

“Cun 95% de confianza, nese centro comercial entre o 69% e o 81% (aproximadamente) dos seus clientes utilizan para as súas compras a tarxeta propia do centro” **0’25 puntos.**

(b) **1 punto.** Se se sabe que 8 de cada 10 clientes do centro comercial utilizan para as súas compras a tarxeta propia do centro e tomamos unha mostra aleatoria de 100 clientes, ¿cal é a probabilidade de que a proporción de clientes da mostra que utilizan a tarxeta propia do centro sexa superior a 0,75?

Coñecemos o valor da proporción poboacional $p = \frac{8}{10} = 0’8$ e, neste caso, a proporción muestral é

“ \hat{P} : proporción de clientes que utilizan a tarxeta propia do centro, en mostras de 100 clientes”

– Determinar a distribución da proporción muestral \hat{P} :

$$\hat{P} \sim N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) \cong N\left(0’8, \sqrt{\frac{0’8 \cdot 0’2}{100}}\right) = N(0’8, 0’04) \text{ **0’25 puntos.**}$$

– Formular a probabilidade pedida $P(\hat{P} > 0’75)$ **0’25 puntos.**

– Tipificación $P(\hat{P} > 0’75) = P\left(Z > \frac{0’75 - 0’8}{0’04}\right) = P(Z > -1,25)$ **0’25 puntos.**

– Uso das táboas e resultado $P(\hat{P} > 0’75) = P(Z > -1,25) = P(Z < 1,25) = 0’8944$ **0’25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Unha fábrica de materiais plásticos produce dous tipos de colectores A e B. A súa produción semanal debe de ser de polo menos 10 colectores en total e o número de colectores de tipo B non pode superar en máis de 10 ao número dos de tipo A. Ademais, cada colector de tipo A ten uns custos de produción de 150€ e cada colector de tipo B de 100€, dispoñendo dun máximo de 6000€ semanais para o custo total de produción.

(a) **2'50 puntos.** Formula o sistema de inecuacións. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.

Sexan "x: número de colectores tipo A que producen á semana"

"y: número de colectores tipo B que producen á semana"

– Formulamos as inecuacións $\underbrace{x+y \geq 10}_{0'25 \text{ puntos}}$, $\underbrace{y \leq x+10}_{0'25 \text{ puntos}}$, $\underbrace{150x+100y \leq 6000}_{0'25 \text{ puntos}}$, $\underbrace{x \geq 0, y \geq 0}_{0'25 \text{ puntos}}$

– Representamos as rectas

$x+y=10$, pasa polos puntos (0, 10) e (10, 0)

$y-x=10$ pasa polos puntos (0, 10) e (-10, 0)

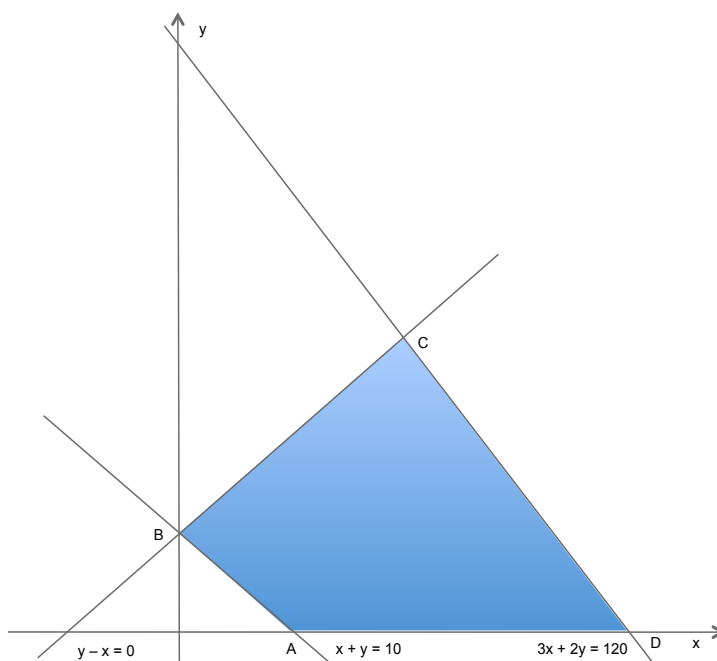
$150x+100y=6000 \leftrightarrow 3x+2y=120$, pasa polos puntos (0, 60) e (40, 0)

– Vértices da rexión factible

polos vértices: A (10, 0), B (0, 10), D (40, 0) **0'25 puntos.**

polo vértice C (20, 30) **0'50 puntos.**

– Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices) **0'75 puntos:**



(b) **0'50 puntos.** Se cada colector de tipo A xera uns beneficios de 130€ e o de tipo B de 140€, ¿cantos colectores de cada tipo terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo?

– Determinar a función obxectivo a maximizar: $f(x,y)=130x+140y$ **0'25 puntos.**

– A función alcanza o seu valor máximo no vértice C(20, 30).

– Responder á pregunta do exercicio:

"Terán que producir á semana 20 contenedores do tipo A e 30 do tipo B para que o seu beneficio total semanal sexa máximo" **0'25 puntos.**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexan as funcións $f(x)=x^2+2x-8$ e $g(x)=-x^2+4$.

(a) **1'75 puntos.** Representa o recinto limitado polas gráficas de $f(x)$ e $g(x)$, estudando os puntos de corte cos eixes, máximos, mínimos e os puntos nos que se cortan ambas as funcións.

Exemplos de resposta / Solucións

- Calcular os puntos de corte das funcións cos eixes:

A función $f(x) = x^2 + 2x - 8$ corta aos eixes nos puntos $(0, -8)$, $(-4, 0)$ e $(2, 0)$ **0'25 puntos**.

A función $g(x) = -x^2 + 4$ corta aos eixes nos puntos $(0, 4)$, $(2, 0)$ e $(-2, 0)$ **0'25 puntos**.

- Cálculo do máximo e o mínimo:

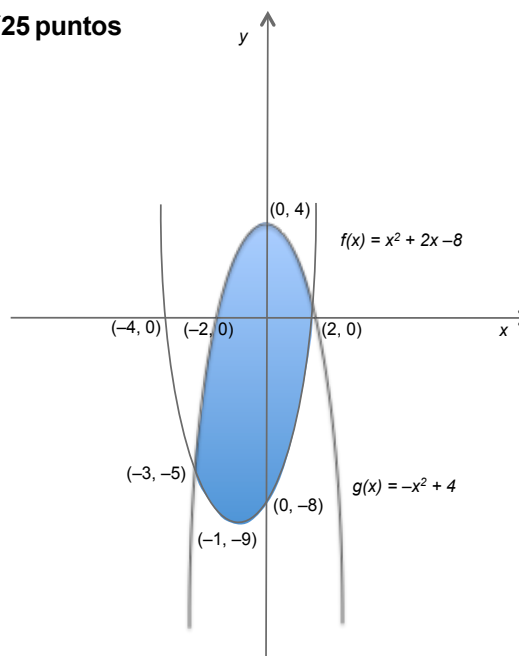
A función $f(x)$ presenta un mínimo no punto $(-1, -9)$ **0'25 puntos**.

A función $g(x)$ presenta un máximo no punto $(0, 4)$ **0'25 puntos**.

- Puntos nos que se cortan ambas as funcións:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 0 \begin{cases} x = -3 & (-3, -5) \\ x = 2 & (2, 0) \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

- Representar o recinto pedido **0'50 puntos**



- (b) **1'25 puntos**. *Calcula a área do devandito recinto.*

- Expresión da área pedida, cálculo da integral indefinida, regra de Barrow e resultado

$$A = \int_{-3}^2 \underbrace{(-x^2 + 4 - x^2 - 2x + 8)}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} dx = \int_{-3}^2 \underbrace{(-2x^2 - 2x + 12)}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 12x \right]_{-3}^2$$

$$= \underbrace{-\frac{16}{3} - 4 + 24 + \frac{2}{3}(-3)^3 + (-3)^2 - 12(-3)}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} = \frac{125}{3} u^2$$

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha multinacional realiza operacións comerciais en tres mercados A, B e C. O 20% das operacións corresponden ao mercado B e nos mercados A e C realiza o mesmo número de operacións. Prodúcese atrasos no pago no 15%, 10% e 5% das operacións realizadas nos mercados A, B e C, respectivamente.

- (a) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de operacións da multinacional nas que se producen atrasos no pago.*

Sexan os sucesos:

“A, B e C”, a multinacional realiza operacións comerciais nos mercados A, B e C, respectivamente.

“R” prodúcese atraso no pago.

As probabilidades que nos dan no enunciado son:

$$P(A) = 0'4; \quad P(B) = 0'2; \quad P(C) = 0'4.$$

$$P(R/A) = 0'15; \quad P(R/B) = 0'10; \quad P(R/C) = 0'05.$$

- Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado:

$$\underbrace{P(R)}_{\mathbf{0'25 \text{ puntos}}} = P(A \cap R) + P(B \cap R) + P(C \cap R) = \underbrace{0'4 \cdot 0'15 + 0'2 \cdot 0'1 + 0'4 \cdot 0'05}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} = 0'1$$

- Responder a pregunta da porcentaxe pedida:

“No 10% das operacións comerciais da multinacional prodúcese atrasos no pago” **0'25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto.** ¿Que porcentaxe das operacións nas que se atrasou o pago foron realizadas no mercado A?

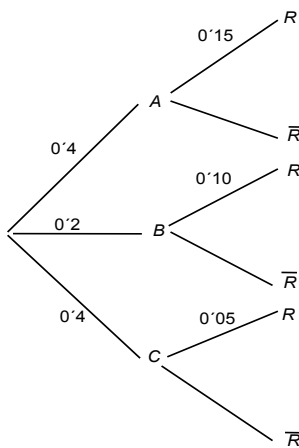
- Formular a probabilidade pedida: $P(A/R)$ **0'25 puntos**
- Expresión da probabilidade anterior e resultado:

$$P(A/R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{0'4 \cdot 0'15}{0'1} = 0'6$$

0'50 puntos

- Responder a pregunta da porcentaxe pedida:
"O 60% das operacións comerciais nas que se atrasou o pago, foron realizadas no mercado A" **0'25 puntos.**
- No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0'75 puntos pola árbore ben feita e despois



- (a) { Cálculos no teorema das probabilidades totais **0'25 puntos**
Expresión da porcentaxe pedida **0'25 puntos**
- (b) { Formular a probabilidade pedida **0'25 puntos**
Expresión da probabilidade anterior e porcentaxe pedida **0'50 puntos**

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O tempo de formación, en horas, que necesita un empregado dunha empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución $N(\mu, \sigma = 15)$.

- (a) **1 punto.** Elixida unha mostra de 36 empregados da empresa, obtense o intervalo de confianza (321,1, 330,9) para a media μ . Calcula o tempo medio de formación dos empregados da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.

Definimos X : tempo de formación, en horas, dun empregado da empresa.

Sabemos que

$$X \sim N(\mu, \sigma = 15)$$

$$\downarrow n = 36$$

\bar{X} media muestral: tempo medio de formación, en mostras de 36 empregados $\xrightarrow{\text{valor particular do estatístico para a mostra dada}}$ \bar{x} ?

- Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a media poboacional μ e cálculo do valor observado da media muestral \bar{x} :

$$\begin{cases} \bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{15}{\sqrt{36}} = 321'1 \\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{15}{\sqrt{36}} = 330'9 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = \frac{321'1 + 330'9}{2} = 326 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

O tempo medio de formación na mostra de 36 empregados é de 326 horas.

- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde $z_{\alpha/2} \cdot \frac{15}{\sqrt{36}} = 4'9$ **0'25 puntos.**
- Despejar e calcular o valor do punto crítico $z_{\alpha/2} = 1'96$ **0'25 puntos.**
- Uso da táboa e obter o nivel de confianza $1 - \alpha = 0'95$, sendo o intervalo dun 95% de confianza **0'25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto.** Supoñamos que o tempo de formación, en horas, que necesita un empregado desa empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución $N(\mu = 326, \sigma = 15)$. Calcula a probabilidade de que o tempo medio de formación non supere as 330 horas, en mostras de 36 empregados.

– Determinamos a distribución da media muestral:

$$\bar{X} : \text{media muestral} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \equiv N\left(326, \frac{15}{\sqrt{36}}\right) \equiv N(326, 2'5) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Formular a probabilidade pedida $P(\bar{X} \leq 330)$ **0'25 puntos.**

– Tipificación $P(\bar{X} \leq 330) = P\left(Z \leq \frac{330 - 326}{2'5}\right) = P(Z \leq 1'6)$ **0'25 puntos.**

– Uso das táboas e resultado $P(Z \leq 1'6) = 0'9452$ **0'25 puntos.**