

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

- (a) Calcula as matrices B^{-1} e C^{-1} , inversas das matrices B e C respectivamente.
- (b) Despexa e calcula a matriz X que verifica $A^t + B \cdot X = 5C^{-1}$, A^t matriz trasposta de A .

2. (a) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = ax^2 + bx^3$ teña un punto de inflexión en $(2, 16)$.
- (b) Consideremos a función $f(x) = -x^3 + 6x^2$. Calcula e clasifica os seus extremos relativos.

Determina o punto ou puntos nos que a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.

3. Segundo os datos do ano 2013 relativos ás pensións básicas en alta da Seguridade Social na nosa Comunidade Autónoma, sábese que o 49,5% dos pensionistas son homes e deles o 11% ten 85 ou máis anos. Ademais sábese tamén que o 16% do total de pensionistas teñen 85 ou máis anos.

- (a) Calcula a porcentaxe de homes entre os pensionistas de 85 ou máis anos.
- (b) Elíxese un pensionista ao azar e resulta ser muller, calcula a probabilidade de que teña 85 ou máis anos.

4. Un fabricante garante a un laboratorio farmacéutico que as súas máquinas producen comprimidos cun diámetro medio non superior a 13 milímetros, que é o tope admitido polo laboratorio. Sábese que o diámetro dos comprimidos do fabricante segue unha distribución normal con desviación típica 0,6 milímetros. O laboratorio comproba unha mostra aleatoria de 100 comprimidos dese fabricante e obtén que o diámetro medio é 13,12 milímetros.

- (a) Formula un test para contrastar que o diámetro medio dos comprimidos é o que afirma o fabricante, fronte a que é superior. ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?
- (b) Calcula un intervalo do 95% de confianza para o diámetro medio dos comprimidos dese fabricante. Interpreta o intervalo obtido.

OPCIÓN B

1. Sexa a función $f(x, y) = x + 2y$ suxeita ao conxunto de restricións $y \leq x + 2$, $x + y \leq 10$, $x \geq -1$, $y \geq -2$.

- (a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.
- (b) Calcula o punto ou puntos onde a función f alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo. Razona se se obtén o mesmo valor máximo se engadimos a restrición $y \leq 3$ ao conxunto de restricións anteriores.

2. Sexa a función de poboación $P(t) = 8 + \frac{12t}{t^2 + 9}$, $t \geq 0$, onde t é o tempo transcorrido en anos e $P(t)$ a poboación en millóns de individuos.

- (a) Estuda o crecemento e decrecemento da poboación. Calcula o valor máximo da poboación.
- (b) Calcula cando a poboación é de 9,6 millóns de individuos. Estuda o comportamento da poboación a longo prazo.

3. Unha tenda que vende os seus produtos a través de Internet utiliza tres empresas de transporte para a entrega dos seus pedidos A , B e C . Reparten a entrega de pedidos entre as empresas, de forma que A entrega a metade, B a terceira parte e C o resto dos pedidos. O 84% dos pedidos entregados por A , o 90% dos entregados por B e o 96% dos entregados por C , cumpren co prazo de entrega establecido.

- (a) ¿Que porcentaxe de pedidos son entregados no prazo establecido?
- (b) Calcula a probabilidade de que un pedido, seleccionado ao azar, ou é entregado pola empresa B ou non cumpre co prazo de entrega establecido.

4. Unha empresa multinacional que posúe delegacións en Francia e España, realiza un estudo sobre a satisfacción dos seus empregados no traballo. Polo estudo realizado na delegación francesa, sabemos que o 45% dos empregados están satisfeitos co seu traballo. Na delegación española, dunha mostra aleatoria de 1600 empregados 672 están satisfeitos co seu traballo.

- (a) Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de empregados satisfeitos na delegación española é polo menos a mesma que na delegación francesa fronte a que é inferior. ¿Cal sería a conclusión cun 1% de nivel de significación?
- (a) Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Sexa a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

- (a) Determina os valores de x e y para os que se verifica a seguinte ecuación $3A^2 - xA + yI = O$, onde I é a matriz identidade de orde 2 e O é a matriz nula da mesma orde.
- (b) Despexa e calcula a matriz X na ecuación matricial $2A + X = 3A^{-1}$ (A^{-1} é a matriz inversa de A).

2. O número de persoas, en centos, que visitou unha exposición que permaneceu aberta durante tres meses nun museo, estimouse pola función $N(t) = -t^3 + at^2 + bt$, $0 \leq t \leq 3$, onde t é o tempo transcorrido en meses desde a inauguración.

- (a) Calcula os valores de a e b , se se sabe que no segundo mes se alcanzou o máximo de 400 visitantes.
- (b) Para $a = 3$ e $b = 0$, estuda en que período de tempo se rexistrou un aumento e no que se rexistrou unha diminución do número de visitantes. Estuda a concavidade e convexidade da función e representa a súa gráfica.

3. Uns grandes almacéns teñen á venda un determinado artigo en dous formatos diferentes: A e B. Entre os compradores do artigo, dous de cada cinco elixen o formato A e o resto elixen o formato B. Quedan satisfeitos o 80% dos que elixen o formato A e o 85% dos que elixen o formato B.

- (a) Determina a probabilidade de que unha persoa quede satisfeita coa compra do artigo.
- (b) Se un comprador do artigo, elixido ao azar, non quedou satisfeito coa compra, ¿cal é a probabilidade de que elixise o formato A?

4. Un estudo revela que polo menos o 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. Elexida unha mostra aleatoria de 200 universitarios galegos comprobouse que 146 deles practican algún deporte.

- (a) Formula un test para contrastar a afirmación do estudo fronte a que menos do 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?
- (b) A partir da mostra dada, calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte. Interpreta o intervalo obtido.

OPCIÓN B

1. Consideremos o sistema de inecuacións $y \geq 0$, $2 \leq y + x \leq 9$, $3y - 4x \leq 6$, $2y \geq 3x - 12$.

- (a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.
- (b) ¿En que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función $f(x, y) = 4x - 3y + 2$?

2. Os gastos de mantemento $G(t)$, en miles de euros, da maquinaria dunha empresa estímense en función do tempo t , en meses, que dita maquinaria leva en funcionamento por:

$$G(t) = \begin{cases} -\frac{1}{9}t + \frac{7}{2} & \text{se } 0 \leq t \leq 18 \\ 6 - \frac{144}{t+14} & \text{se } t > 18 \end{cases}$$

- (a) Calcula os intervalos de crecemento e de decrecemento do gasto de mantemento. ¿Nalgún mes o gasto é mínimo? Nese caso, ¿a canto ascende?
- (b) Determina en que mes ou meses o gasto é de 3000 euros. Xustifica e calcula o valor ao que tende o gasto co paso do tempo.

3. Sexan A e B sucesos tales que $P(A) = 0,80$, $P(B) = 0,60$ e $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,52$, onde \bar{A} e \bar{B} son os sucesos contrarios ou complementarios de A e B , respectivamente.

- (a) Calcula $P(A \cap B)$. Xustifica se son independentes ou non os sucesos A e B .
- (b) Formula e calcula as probabilidades de: “que aconteza A e non aconteza B ” e “que non aconteza nin A nin B ”.

4. O peso das robalizas capturadas polos pesqueiros dun porto da costa galega distribúese normalmente con media μ e desviación típica $\sigma = 500$ gramos. Elíxese unha mostra aleatoria de 25 robalizas do devandito porto.

- (a) Obtense o intervalo de confianza (2083, 2517) para a media μ . Calcula o peso medio das robalizas da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.
- (a) Utilizando o peso medio da mostra obtido no apartado (a), formula un test para contrastar que o peso medio das robalizas que alí se pescan é de polo menos 2500 gramos como afirman os pescadores do lugar, fronte a que é inferior. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCI3N A

EXERCICIO 1 (3 puntos)

- (a) **1,75 puntos:**
- Calcular a inversa da matriz B : **0,75 puntos**.
 - Calcular a inversa da matriz C : **1 punto**.
- (b) **1,25 puntos:**
- Despejar a matriz X : **0,50 puntos**.
 - Calcular $5C^{-1} - A^t$: **0,25 puntos**.
 - Obter a matriz X : **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

- (a) **1,50 puntos:**
- Determinar a primeira e a segunda derivada da funci3n: **0,50 puntos**.
 - Condici3n de punto de inflexi3n no punto dado: **0,25 puntos**.
 - Condici3n de pasar a funci3n polo punto anterior: **0,25 puntos**.
 - Obter o valor de a e de b : **0,50 puntos**.
- (b) **1,50 puntos:**
- Calcular os puntos cr3ticos: **0,25 puntos**.
 - Determinar o m3ximo e o m3nimo relativos: **0,50 puntos**.
 - Formular a condici3n pedida: **0,25 puntos**.
 - Resolver a ecuaci3n anterior para obter os puntos pedidos: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

- (a) **1 punto:**
- Formulaci3n da probabilidade condicionada pedida: **0,25 puntos**.
 - Expresi3n da probabilidade condicionada anterior e resultado: **0,50 puntos**.
 - Responder a porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.
- (b) **1 punto:**
- Expresi3n da probabilidade condicionada pedida: **0,25 puntos**.
 - Utilizar as propiedades adecuadas para chegar o resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

- (a) **1 punto:**
- Especificar as hip3teses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
 - Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
 - Decidir, cun 5% de nivel de significaci3n, se aceptamos ou rexeitamos a hip3tese nula: **0,25 puntos**.
 - Conclusi3n: **0,25 puntos**.
- (b) **1 punto:**
- Expresi3n do intervalo de confianza: **0,25 puntos**.
 - Calcular num3ricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos**.
 - Interpretar o intervalo de confianza obtido: **0,25 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **1,75 puntos:**

- Vértices da rexión factible: **1 punto**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os catro vértices).

(b) **1,25 puntos:**

- Puntos onde a función alcanza o valor máximo e o valor mínimo: **0,50 puntos**.
- Comprobar que non se obtén o mesmo valor máximo que no apartado anterior ao engadir a nova restrición: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,75 puntos:**

- Derivada da función: **0,75 puntos**.
- Calcular o punto crítico válido: **0,25 puntos**.
- Determinar o intervalo no que creceu a poboación: **0,25 puntos**.
- Determinar o intervalo no que decreceu a poboación: **0,25 puntos**.
- Calcular o valor máximo da poboación: **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**

- Calcular os anos pedidos: **0,75 puntos**.
- Obter o límite da función: **0,25 puntos**.
- Expresar o anterior resultado no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida, utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula e resultado: **0,75 puntos**.
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Formulación da probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade da unión anterior e chegar ao resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **1,50 puntos:**

- Cálculo da proporción mostral: **0,25 puntos**.
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Decidir se se acepta ou se rexeita a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

(b) **0,50 puntos:**

- Interpretar, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II: **0,50 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **1,75 puntos:**

- Calcular as matrices $3A^2$, $x \cdot A$ e $y \cdot I$: **0,75 puntos**.
- Operar alxébricamente coas matrices obtidas: **0,25 puntos**.
- Obter os valores de x e y : **0,50 puntos**.
- Comprobar que estes valores satisfán todas as ecuacións: **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**

- Calcular a matriz inversa de A : **0,75 puntos**.
- Despejar e obter a matriz X : **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,25 puntos:**

- Determinar a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Condición de máximo no punto $t = 2$: **0,25 puntos**.
- Condición de valor máximo nese punto: **0,25 puntos**.
- Resolver o sistema obtendo os valores de a e b : **0,50 puntos**.

(b) **1,75 puntos:**

- Meses nos que se rexistrou un aumento de visitantes: **0,25 puntos**.
- Meses nos que se rexistrou unha diminución de visitantes: **0,25 puntos**.
- Concavidade e convexidade da función: **0,50 puntos**.
- Representar a gráfica da función: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula e resultado: **0,75 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Formular a probabilidade condicionada pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e chegar ao resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **1,25 puntos:**

- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica, para o nivel de significación do 5%: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

(b) **0,75 puntos:**

- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos**.
- Interpretar o intervalo obtido: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 (3 puntos)

(a) **2,25 puntos:**

- Vértices da rexión factible: **1,25 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices).

(b) **0,75 puntos:**

- Punto onde a función alcanza o seu valor máximo: **0,25 puntos**.
- Puntos onde a función alcanza o seu valor mínimo: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 (3 puntos)

(a) **1,75 puntos:**

- Determinar a primeira derivada da función: **0,50 puntos**.
- Intervalos de crecemento e decrecemento do gasto: **0,50 puntos**.
- Comprobar se hai mínimo: **0,25 puntos**.
- Calcular o mes no que o gasto é mínimo e a canto ascende: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**

- Resolver a ecuación pedida no primeiro anaco da función: **0,25 puntos**.
- Resolver a ecuación no segundo anaco da función **0,25 puntos**.
- Responder, no contexto do exercicio, aos meses pedidos: **0,25 puntos**.
- Calcular o límite da función: **0,25 puntos**.
- Especificar o valor ao que tende o gasto: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Calcular a probabilidade da intersección: **0,50 puntos**.
- Xustificar que os sucesos son independentes: **0,50 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Formular e calcular a primeira probabilidade pedida: **0,50 puntos**.
- Formular e calcular a segunda probabilidade pedida: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 4 (2 puntos)

(a) **1 punto:**

- Calcular o peso medio: **0,25 puntos**.
- Identificar o radio do intervalo: **0,25 puntos**.
- Calcular o nivel de confianza: **0,50 puntos**.

(b) **1 punto:**

- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(a) **1'75 puntos.** Calcula as matrices B^{-1} e C^{-1} , inversas das matrices B e C respectivamente.

– Calcular a matriz $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ **0'75 puntos.**

– Calcular a matriz $C^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ **1 punto.**

(b) **1'25 puntos.** Despexa e calcula a matriz X que verifica $A^t + B \cdot X = 5C^{-1}$, A^t matriz trasposta de A.

– Despexar $X = B^{-1}(5C^{-1} - A^t)$ **0'50 puntos.**

– Operar coas matrices $5C^{-1} - A^t = 5 \cdot \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– Calcular $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

(a) **1'50 puntos.** Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = ax^2 + bx^3$ teña un punto de inflexión en (2, 16).

– Determinar a primeira e a segunda derivada da función

$$f'(x) = 2ax + 3bx^2 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

$$f''(x) = 2a + 6bx \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Condición de punto de inflexión no (2, 16) e condición de pasar a función por ese punto

$$f''(2) = 0 \Rightarrow 2a + 12b = 0 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow a + 6b = 0 \\ \rightarrow a + 2b = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a = 6 \\ b = -1 \end{array} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

$$f(2) = 16 \Rightarrow 4a + 8b = 16 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

(b) **1'50 puntos.** Consideremos a función $f(x) = -x^3 + 6x^2$. Calcula e clasifica os seus extremos relativos. Determina o punto ou puntos nos que a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.

– Calcular os puntos críticos $f'(x) = 0 \Rightarrow x(-3x + 12) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$ **0'25 puntos.**

– Determinar os extremos relativos,

$$f''(x) = -6x + 12 \begin{cases} \text{No } x = 0, & f''(0) = 12 > 0 \Rightarrow f(x) \text{ presenta un mínimo relativo no punto } (0,0) \quad \mathbf{0,25 \text{ puntos}} \\ \text{No } x = 4, & f''(4) = -12 < 0 \Rightarrow f(x) \text{ presenta un máximo relativo no punto } (4,32) \quad \mathbf{0,25 \text{ puntos}} \end{cases}$$

Tamén se poderían determinar os extremos estudando o crecemento e o decrecemento da función.

– Formular a condición pedida

$$x? \text{ tal que } f'(x) = 9 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x = 9 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Exemplos de resposta / Solucións

- Resolver a ecuación anterior para determinar os puntos pedidos

$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$. No punto (1, 5) **0'25 puntos** e no punto (3, 27) **0'25 puntos** a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Segundo os datos do ano 2013 relativos ás pensións básicas en alta da Seguridade Social na nosa Comunidade Autónoma, sábese que o 49'5% dos pensionistas son homes e deles o 11% ten 85 ou máis anos. Ademais sábese tamén que o 16% do total de pensionistas teñen 85 ou máis anos.

Sexan os sucesos:

- *H*: un pensionista da nosa CA, elixido ao azar, é home.
- *M*: un pensionista da nosa CA, elixido ao azar, é muller.
- *E*: un pensionista da nosa CA, elixido ao azar, ten 85 ou máis anos.

Datos: $P(H) = 0'495$; $P(M) = 0'505$; $P(E) = 0'16$; $P(E/H) = 0'11$.

(a) **1 punto.** *Calcula a porcentaxe de homes entre os pensionistas de 85 ou máis anos.*

- Formular a probabilidade condicionada pedida

$P(H/E)$ **0'25 puntos.**

- Expresión da probabilidade anterior e resultado

$$P(H/E) = \frac{P(H \cap E)}{P(E)} = \frac{0'495 \cdot 0'11}{0'16} = 0'34031 \approx 0'34 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

- Responder á porcentaxe pedida

"Aproximadamente, o 34% dos pensionistas de 85 ou máis anos, son homes" **0'25 puntos.**

(b) **1 punto.** *Elixese un pensionista ao azar e resulta ser muller, calcula a probabilidade de que teña 85 ou máis anos.*

- Expresión da probabilidade condicionada

$P(E/M)$ **0'25 puntos.**

- Utilizando o teorema das probabilidades totais

$$P(E) = P(H \cap E) + P(M \cap E) \Rightarrow 0'16 = 0'495 \cdot 0'11 + 0'505 \cdot P(E/M) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

$$P(E/M) = \frac{0'16 - 0'495 \cdot 0'11}{0'505} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Resultado

$$P(E/M) = 0'20900 \approx 0'21 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- *Tamén se podería facer así*

$$\underbrace{P(E/M)}_{\mathbf{0'25 \text{ puntos}}} = \underbrace{\frac{P(E \cap M)}{P(M)}}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} = \underbrace{\frac{P(E) \cdot P(M/E)}{P(M)}}_{\mathbf{0'50 \text{ puntos}}} = \frac{0'16(1 - 0'34)}{0'505} = \frac{0'1056}{0'505} \approx 0'21.$$

- *E no caso de facer a táboa*

	<i>H</i>	<i>M</i>	
<i>E</i>	5'445	10'555	16
\bar{E}	44'055	39'945	84
	49'5	50'5	100

Pola táboa ben feita: **1 punto.**

- (a) **0'50 puntos** $\left\{ \begin{array}{l} - P(H/E) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ - P(H/E) = \frac{5'445}{16} \approx 0'34. \text{ O } 34\%, \text{ aproximadamente, dos pensionistas de 85 ou máis anos, son homes } \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{array} \right.$
- (b) **0'50 puntos** $\left\{ \begin{array}{l} - P(E/M) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ - P(E/M) = \frac{10'555}{50'5} \approx 0'21 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{array} \right.$

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un fabricante garante a un laboratorio farmacéutico que as súas máquinas producen comprimidos cun diámetro medio non superior a 13 milímetros, que é o tope admitido polo laboratorio. Sábese que o diámetro dos comprimidos do fabricante segue unha distribución normal con desviación típica 0'6 milímetros. O laboratorio comproba unha mostra aleatoria de 100 comprimidos dese fabricante e obtén que o diámetro medio é 13,12 milímetros.

- (a) **1 punto.** Formula un test para contrastar que o diámetro medio dos comprimidos é o que afirma o fabricante, fronte a que é superior. ¿A qué conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?

Sexan:

X : diámetro, en milímetros, dun comprimido do fabricante $\sim N(\mu, \sigma = 0'6)$

$\downarrow n = 100$ $\mu \equiv$ diámetro medio dos comprimidos do fabricante (parámetro a estimar e contrastar)

\bar{X} : estatístico media mostral \equiv diámetro medio dos comprimidos, en mostras de 100 comprimidos

Valor particular do estatístico \bar{X} para a mostra dada, $\bar{x} = 13'12$

- Formular o contraste

$$\begin{cases} H_0: \mu \leq 13 \\ H_1: \mu > 13 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Estatístico de proba: $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

- Avaliar o estatístico de proba, "baixo a hipótese H_0 certa"

$$z_{ob} = \frac{13'12 - 13}{0'6/\sqrt{100}} = 2 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

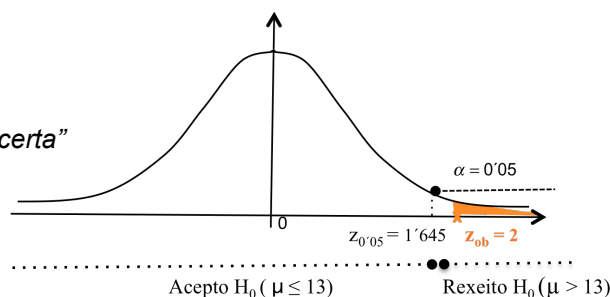
- Rexión crítica ($1'645, +\infty$)

- Decisión

$z_{ob} = 2 > z_{crit} = z_{0'05} = 1'645 \Rightarrow$ "Rexeito H_0 " **0'25 puntos.**

- Conclusión

"Cun risco de equivocarnos dun 5% podemos concluir, en base a mostra dada, que o diámetro medio dos comprimidos do fabricante supera o tope admitido polo laboratorio" **0'25 puntos.**



- (b) **1 punto.** Calcula un intervalo do 95% de confianza para o diámetro medio dos comprimidos dese fabricante. Interpreta o intervalo obtido.

- Expresión do intervalo de confianza

$$P \left(\underbrace{\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_1} < \mu < \underbrace{\bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_2} \right) = 1 - \alpha \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Calcular numericamente os extremos do intervalo, avaliando os estatísticos L_1 e L_2 para a mostra dada

$$L_1 \xrightarrow{\text{avaliamos para a mostra dada}} 13'12 - 1'96 \cdot \frac{0'6}{\sqrt{100}} = 13'12 - 0'1176 = 13'0024 \cong 13'002 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

$$L_2 \xrightarrow{\text{avaliamos para a mostra dada}} 13'12 + 1'96 \cdot \frac{0'6}{\sqrt{100}} = 13'12 + 0'1176 = 13'2376 \cong 13'238 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

- Interpretar o resultado, respondendo no contexto do exercicio

"Estimamos, cun 95% de confianza e en base a mostra dada, que o diámetro medio dos comprimidos dese fabricante está entre 13'002 milímetros e 13'238 milímetros" (pode observarse que se superan os 13 milímetros). **0'25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

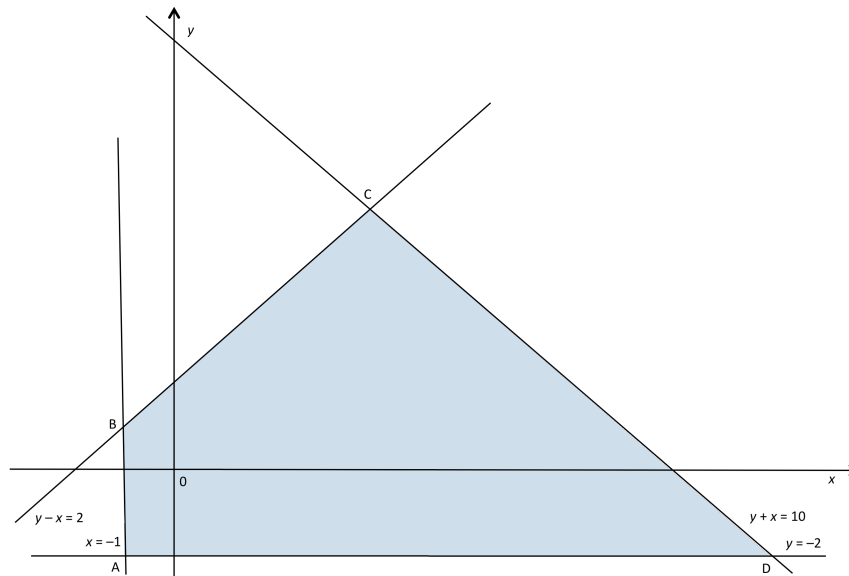
OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función $f(x,y) = x + 2y$ suxeita ao conxunto de restricións $y \leq x + 2$, $x + y \leq 10$, $x \geq -1$, $y \geq -2$.

(a) **1'75 puntos.** Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

- Representamos as rectas
 $y = x + 2$, pasa polos puntos $(0, 2)$ e $(-2, 0)$.
 $x + y = 10$, pasa polos puntos $(0, 10)$ e $(10, 0)$
 $x = -1$ e $y = -2$
- Representación gráfica da rexión factible **0'75 puntos**

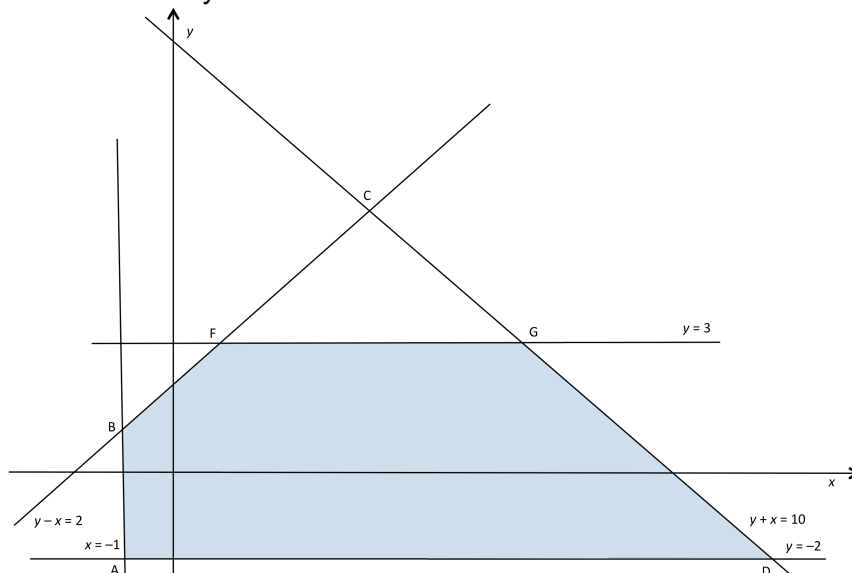


- Vértices
 $A(-1, -2)$ **0'25 puntos**; $B(-1, -1)$ **0'25 puntos**; $C(4, 6)$ **0'25 puntos**; $D(12, -2)$ **0'25 puntos**.

(b) **1'25 puntos.** Calcula o punto ou puntos onde a función f alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo. Razona se se obtén o mesmo valor máximo se engadimos a restricción $y \leq 3$ ao conxunto de restricións anteriores.

- A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto $A(-1, -2)$ **0'25 puntos**.
- A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto $C(4, 6)$ **0'25 puntos**.

0'75 puntos.
Se engadimos a nova restricción $y \leq 3$



Exemplos de resposta / Solucións

- Razoamos, ou ben especificando que os novos vértices da nova rexión factible $F(1, 3)$ e $G(7, 3)$ están por baixo do vértice C , co que xa non se obtería o mesmo valor máximo que o que se obtivo no vértice C
- Ou calculamos, no punto $F: f(1, 3) = 7$, no punto $G: f(7, 3) = 13$ e vemos que non é o mesmo valor máximo que antes, que era no punto $C, f(4, 6) = 16$

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función de poboación $P(t) = 8 + \frac{12t}{t^2 + 9}$, $t \geq 0$, onde t é o tempo transcorrido en anos e $P(t)$ a poboación en millóns de individuos.

(a) **1'75 puntos.** Estuda o crecemento e decrecemento da poboación. Calcula o valor máximo da poboación.

- Determinar a primeira derivada da función

$$P'(t) = \frac{12(t^2 + 9) - 12t \cdot 2t}{(t^2 + 9)^2} = \frac{12(-t^2 + 9)}{(t^2 + 9)^2} \quad \mathbf{0'75 \text{ puntos.}}$$

- Calcular o punto crítico válido

$$P'(t) = 0 \Rightarrow t^2 = 9 \begin{cases} t = -3 & \text{solución non válida} \\ t = 3 & \text{solución válida} \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Determinar o intervalo no que creceu e no que decreceu a poboación

	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
t	$t = 1$	$t = 4$
signo de $P'(t)$	$P'(1) > 0$	$P'(4) < 0$

“A poboación crece nos tres primeiros anos **0'25 puntos** e decrece a partir do terceiro ano” **0'25 puntos.**

- Calcular o valor máximo da poboación

$P(t)$ alcanza o máximo no punto $t = 3$, sendo $P(3) = 10$,
 “A poboación máxima é de 10 millóns de individuos” **0'25 puntos.**

(b) **1'25 puntos.** Calcula cando a poboación é de 9'6 millóns de individuos. Estuda o comportamento da poboación a longo prazo.

- Calcular os anos pedidos

$$P(t) = 9'6 \Rightarrow 8 + \frac{12t}{t^2 + 9} = 9'6 \Rightarrow 1'6t^2 - 12t + 14'4 = 0 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

$$t^2 - 7'5t + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3/2 \\ t = 6 \end{cases}$$

“A poboación alcanza os 9'6 millóns de individuos ao ano e medio e aos seis anos” **0'50 puntos.**

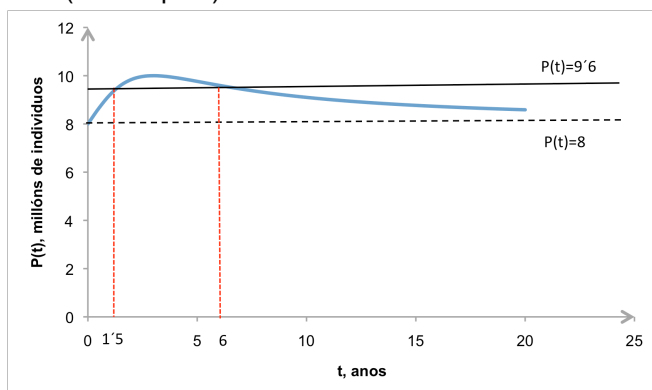
- Obter o límite da función

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(8 + \frac{12t}{t^2 + 9} \right) = 8 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Expresar o anterior resultado no contexto do exercicio

“A poboación tende a estabilizarse ao redor dos oito millóns de individuos” **0'25 puntos.**

- A gráfica da función (non se pide)



Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha tenda que vende os seus produtos a través de Internet utiliza tres empresas de transporte para a entrega dos seus pedidos A , B e C . Reparten a entrega de pedidos entre as empresas, de forma que A entrega a metade, B a terceira parte e C o resto dos pedidos. O 84% dos pedidos entregados por A , o 90% dos entregados por B e o 96% dos entregados por C , cumpren co prazo de entrega establecido.

(a) **1 punto.** ¿Que porcentaxe de pedidos son entregados no prazo establecido?

Denominamos aos sucesos "A": un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa A,
 "B": un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa B,
 "C": un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa C.
 "E": un pedido, elexido ao azar, cumpre co prazo de entrega establecido.

As probabilidades que nos dan no enunciado son

$$P(A) = 1/2, \quad P(E/A) = 0'84$$

$$P(B) = 1/3, \quad P(E/B) = 0'90$$

$$P(C) = 1/6, \quad P(E/C) = 0'96$$

- Formular a probabilidade pedida e utilizar o teorema das probabilidades totais

$$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E) = P(A) \cdot P(E/A) + P(B) \cdot P(E/B) + P(C) \cdot P(E/C) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Identificar as probabilidades da fórmula coas do enunciado do exercicio e resultado

$$P(E) = \frac{1}{2} \cdot 0'84 + \frac{1}{3} \cdot 0'9 + \frac{1}{6} \cdot 0'96 = 0'88 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe

"Un 88% dos pedidos son entregados no prazo establecido" **0'25 puntos.**

(b) **1 punto.** Calcula a probabilidade de que un pedido, seleccionado ao azar, ou é entregado pola empresa B ou non cumpre co prazo establecido.

- Formulación da probabilidade pedida

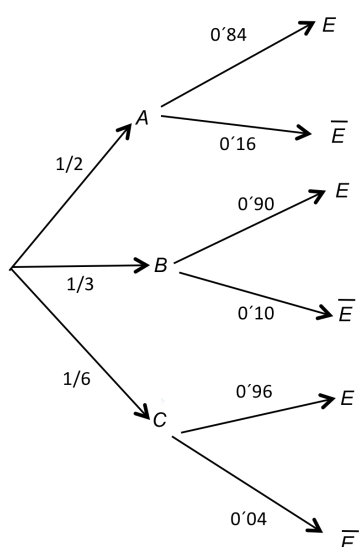
$$P(B \cup \bar{E}) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Expresión da probabilidade da unión e da probabilidade da intersección de sucesos dependentes

$$P(B \cup \bar{E}) = P(B) + P(\bar{E}) - P(B \cap \bar{E}) = P(B) + P(\bar{E}) - P(B) \cdot P(\bar{E}/B) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Identificar as probabilidades anteriores e resultado

$$P(B \cup \bar{E}) = \frac{1}{3} + (1 - 0'88) - \frac{1}{3} \cdot (1 - 0'9) = 0'42 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0'75 puntos pola árbore ben feita e despois

- | | | |
|---|-----|--|
| { | (a) | Resultado 0'25 puntos |
| | | Expresión da porcentaxe 0'25 puntos |
| { | (b) | Formular a probabilidade pedida 0'25 puntos |
| | | Fórmula da unión de sucesos 0'25 puntos |
| | | Resultado 0'25 puntos |

Ao realizar exercicios onde interveñan fraccións do tipo $1/3$, $1/6$..., convén recalcar que hai que operar con elas como fraccións e non pasalas a decimais $0'3$, $0'33$, $0'16$ Por exemplo, no exercicio anterior a suma das probabilidades das tres primeiras ramas da árbore non daría 1, co que non habería partición e non se verificarían as hipóteses do teorema das probabilidades totais, (igualmente se non utilizamos a árbore).

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha empresa multinacional que posúe delegacións en Francia e España, realiza un estudo sobre a satisfacción dos seus empregados no traballo. Polo estudo realizado na delegación francesa, sabemos que o 45% dos empregados están satisfeitos co seu traballo. Na delegación española, dunha mostra aleatoria de 1600 empregados 672 están satisfeitos co seu traballo.

- (a) **1'50 puntos.** Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de empregados satisfeitos na delegación española é polo menos a mesma que na delegación francesa fronte a que é inferior. ¿Cal sería a conclusión cun 1% de nivel de significación?

Sexan

" p : proporción de empregados satisfeitos co seu traballo na delegación española". **Parámetro poboacional descoñecido (é o que nos mandan contrastar)**

Estatístico proporción mostral $\equiv \hat{P}$: proporción de empregados satisfeitos co seu traballo,

en mostras de 1600 empregados, na delegación española $\xrightarrow{\text{valor particular do estatístico } \hat{P}, \text{ para a mostra dada}}$ $\hat{p} = \frac{672}{1600} = 0'42$

0'25 puntos.

p_0 : proporción de empregados franceses satisfeitos = 0'45

- Especificar as hipóteses nula e alternativa:

$$\begin{cases} H_0 : p \geq 0'45 \\ H_1 : p < 0'45 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Estatístico de proba: $\frac{\hat{P} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

- Avaliar o estatístico de proba, "baixo a hipótese H_0 certa", para a mostra dada:

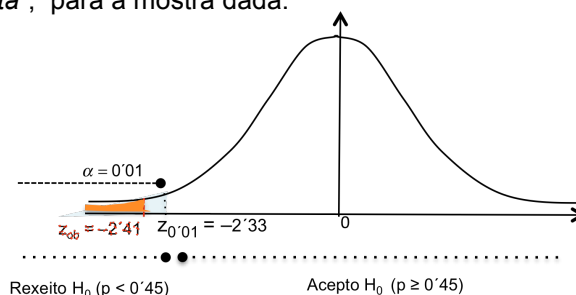
$$z_{ob} = \frac{0'42 - 0'45}{\sqrt{\frac{0'45 \cdot 0'55}{1600}}} \cong -2'41 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Establecer a rexión crítica, para $\alpha = 0'01$, $(-\infty, -2'33)$ **0'25 puntos.**

- Decidir se se acepta ou se rexeita a hipótese nula $z_{ob} = -2'41 < z_{crit} = -2'33 \Rightarrow$ **Rexeito H_0 0'25 puntos.**

- Conclusión

"Cun risco de equivocarnos dun 1%, podemos concluír que a proporción de empregados satisfeitos co seu traballo é menor na delegación española que na francesa" **0'25 puntos.**



- (b) **0'50 puntos.** Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.

- **Erro tipo I** $\equiv \alpha = P(\text{Rexeitar } H_0 / H_0 \text{ certa}) \equiv$ "concluír que a proporción de empregados españois satisfeitos co seu traballo é menor que a de franceses, cando realmente non o é" **0'25 puntos.**
- **Erro tipo II** $\equiv \beta = P(\text{Acepto } H_0 / H_0 \text{ falsa}) \equiv$ "concluír que a proporción de empregados españois satisfeitos co seu traballo é polo menos a mesma que a de franceses, cando realmente o certo é que sería menor" **0'25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (A ou B)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) **1'75 puntos.** Determina os valores de x e y para os que se verifica a seguinte ecuación $3A^2 - xA + yI = O$, onde I é a matriz identidade de orde 2 e O é a matriz nula da mesma orde.

$$\begin{cases} 3A^2 = 3 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 15 \end{pmatrix} & \mathbf{0'25 \text{ puntos.}} \\ xA = x \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x & x \\ x & 2x \end{pmatrix} & \mathbf{0'25 \text{ puntos.}} \\ yI = y \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix} & \mathbf{0'25 \text{ puntos.}} \end{cases}$$

– Operar alxébricamente coas matrices obtidas

$$3A^2 - xA + yI = O \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 6+x+y & 3-x \\ 3-x & 15-2x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Obter os valores de x e y

$$\begin{cases} 6+x+y=0 & \Rightarrow y=-9 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ 3-x=0 & \Rightarrow x=3 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ 15-2x+y=0 & \text{comprobar que } x=3 \text{ e } y=-9 \text{ satisfán esta ecuación} & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{cases}$$

(b) **1'25 puntos.** Despexa e calcula a matriz X na ecuación matricial $2A + X = 3A^{-1}$ (A^{-1} é a matriz inversa de A)

$$\text{– Calcular a matriz inversa de } A, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{0'75 \text{ puntos}}$$

– Despexar X , $X = 3A^{-1} - 2A$ **0'25 puntos**

$$\text{– Obter a matriz pedida } X = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O número de persoas, en centos, que visitou unha exposición que permaneceu aberta durante tres meses nun museo, estimouse pola función $N(t) = -t^3 + at^2 + bt$, $0 \leq t \leq 3$, onde t é o tempo transcorrido en meses desde a inauguración.

(a) **1'25 puntos.** Calcula os valores de a e b , se se sabe que no segundo mes se alcanzou o máximo de 400 visitantes.

– Determinar a primeira derivada

$$N'(t) = -3t^2 + 2at + b \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

– Condición de máximo no punto $t = 2$

$$N'(2) = 0 \Leftrightarrow 4a + b = 12 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

– Condición de valor máximo nese punto

$$N(2) = 4 \Leftrightarrow 4a + 2b = 12 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}}$$

– Resolver o sistema, obtendo o valor de $a = 3$ **0'25 puntos** e de $b = 0$ **0'25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

- (b) **1'75 puntos.** Para $a = 3$ e $b = 0$, estuda en que período de tempo se rexistrou un aumento e no que se rexistrou unha diminución do número de visitantes. Estuda a concavidade e convexidade da función e representa a súa gráfica.

$$- N'(t) = -3t^2 + 6t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$$

	(0, 2)	(2, 3)
t	$t = 1$	$t = 2.5$
signo de $N'(t)$	$N'(1) > 0$	$N'(2.5) < 0$

“Desde a súa apertura ao segundo mes rexistrouse un aumento do número de visitantes” **0'25 puntos**

“Do segundo ao terceiro mes rexistrouse unha diminución do número de visitantes” **0'25 puntos**

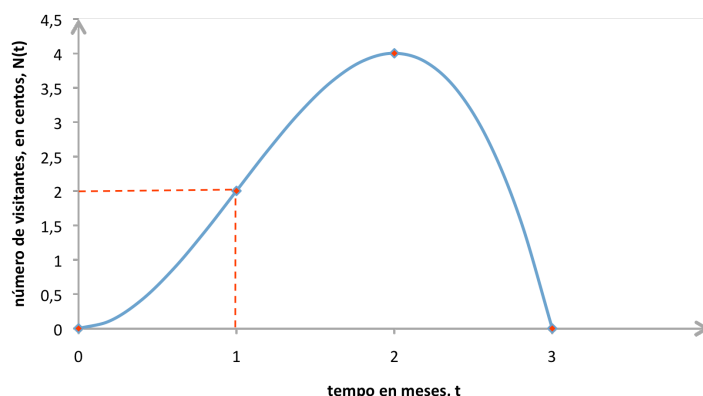
$$- N''(t) = -6t + 6 = 0 \Rightarrow t = 1$$

	(0, 1)	(1, 3)
t	$t = 1/2$	$t = 2$
signo de $N''(t)$	$N''(1/2) > 0$	$N''(2) < 0$

“No intervalo (0, 1) a función é CONVEXA (CÓNCAVA HACIA ARRIBA)” **0'25 puntos**

“No intervalo (1, 3) a función é CÓNCAVA (CÓNCAVA HACIA ABAIXO)” **0'25 puntos**

- Representación gráfica **0'75 puntos** (valórase o punto de inflexión (1, 2) e os puntos de corte da función co eixo de abscisas)



Non se valorará o estudo dunha función elemental ou dunha función definida a anacos se para iso constrúe as súas gráficas baseándose soamente nos puntos obtidos a partir dunha táboa de valores. (Exceptúase o caso das funcións polinómicas de grao un).

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Uns grandes almacéns teñen á venda un determinado artigo en dous formatos diferentes: A e B. Entre os compradores do artigo, dous de cada cinco elixen o formato A e o resto elixen o formato B. Quedan satisfeitos o 80% dos que elixen o formato A e o 85% dos que elixen o formato B.

- (a) **1 punto.** Determina a probabilidade de que unha persoa quede satisfeita coa compra do artigo.

Denominamos aos sucesos “A”: un comprador do artigo, seleccionado ao azar, elixe o formato A,

“B”: un comprador do artigo, seleccionado ao azar, elixe o formato B,

“S”: un comprador do artigo, seleccionado ao azar, queda satisfeito coa compra.

As probabilidades que nos dan no enunciado son

$$P(A) = 2/5, \quad P(S/A) = 0.80$$

$$P(B) = 3/5, \quad P(S/B) = 0.85$$

- Formular a probabilidade pedida $P(S)$ **0'25 puntos.**

- Formular o teorema das probabilidades totais,

$$P(S) = P(A)P(S/A) + P(B)P(S/B) \quad \mathbf{0'25 puntos.}$$

- Identificar cada unha das probabilidades da fórmula coas do enunciado do exercicio e resultado

$$P(S) = \frac{2}{5} \cdot 0.80 + \frac{3}{5} \cdot 0.85 = 0.83 \quad \mathbf{0'50 puntos.}$$

- (b) **1 punto.** Se un comprador do artigo, elixido ao azar, non quedou satisfeito coa compra, ¿cal é a probabilidade de que elixise o formato A?

- Formular a probabilidade condicionada pedida $P(A/\bar{S})$ **0'25 puntos.**

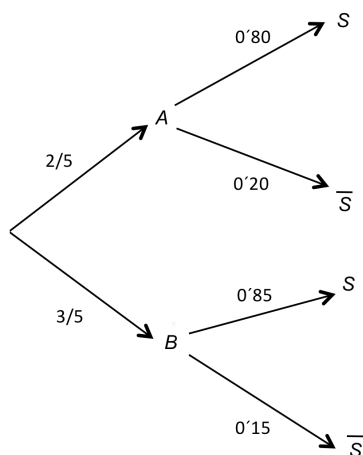
Exemplos de resposta / Solucións

- Expresión da probabilidade condicionada

$$P(A|\bar{S}) = \frac{P(A \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Identificar as probabilidades anteriores e resultado

$$\frac{P(A \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{\frac{2}{5} \cdot 0'2}{1 - 0'83} \cong 0'47 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0'75 puntos pola árbore ben feita e despois

- (a) { Formular o teorema das probabilidades totais: **0'25 puntos**
Resultado: **0'25 puntos**
- (b) { Formular a probabilidade pedida: **0'25 puntos**
Expresión da probabilidade condicionada: **0'25 puntos**
Resultado: **0'25 puntos**

E no caso de facer a táboa hai que calcular, a partir dos datos, as probabilidades das interseccións:

	S	\bar{S}	
A	0'32	0'08	0'4
B	0'51	0'09	0'6
	0'83	0'17	1

Pola táboa ben feita: **1 punto.**

- (a) Resultado: **0'25 puntos**
- (b) { Formular a probabilidade condicionada: **0'25 puntos**
Expresión da fórmula anterior: **0'25 puntos**
Resultado: **0'25 puntos**

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un estudo revela que polo menos o 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. Elixida unha mostra aleatoria de 200 universitarios galegos comprobouse que 146 deles practican algún deporte.

- (a) **1'25 puntos.** Formula un test para contrastar a información do estudo fronte a que menos do 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

Sexan

“ p : proporción de universitarios galegos que practican algún deporte”. **Parámetro poboacional descoñecido (é o que nos mandan contrastar)**

Estatístico proporción mostral $\equiv \hat{P}$: proporción de universitarios galegos que practican algún deporte,

en mostras de 200 universitarios galegos $\xrightarrow{\text{valor particular do estatístico } P, \text{ para a mostra dada}} \hat{p} = \frac{146}{200} = 0'73$

- Especificar as hipóteses nula e alternativa:

$$\begin{cases} H_0 : p \geq 0'8 \\ H_1 : p < 0'8 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Estatístico de proba: $\frac{\hat{P} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

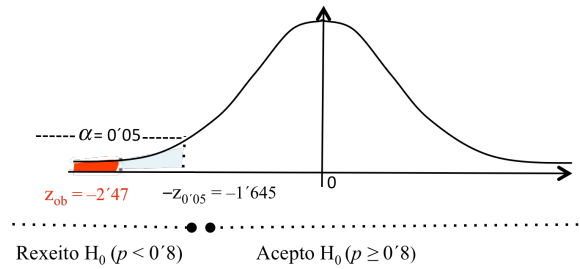
- Avaliar o estatístico de proba, “baixo a hipótese H_0 certa”, para a mostra dada:

$$z_{ob} = \frac{0'73 - 0'8}{\sqrt{\frac{0'8 \cdot 0'2}{200}}} \cong -2'47 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Exemplos de resposta / Solucións

- Establecer a rexión crítica, para $\alpha = 0'05$, $(-\infty, -1'645)$ **0'25 puntos.**

- Decidir se se acepta ou se rexeita a hipótese nula
 $z_{ob} = -2'47 < z_{crit} = -1'645 \Rightarrow$ **Rexeito H_0 0'25 puntos.**



- Conclusión:
“Cun risco de equivocarnos dun 5%, podemos concluír que a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte é inferior ao 80% que afirma o estudo” **0'25 puntos.**

(b) **0'75 puntos.** A partir da mostra dada, calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte. Interpreta o intervalo obtido.

- Calcular numericamente os extremos do intervalo

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0'73 - 1'96 \sqrt{\frac{0'73 \cdot 0'27}{200}} = 0'73 - 0'061 = 0'669 \cong 0'67 \text{ 0'25 puntos} \\ \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0'73 + 1'96 \sqrt{\frac{0'73 \cdot 0'27}{200}} = 0'73 + 0'061 = 0'791 \cong 0'79 \text{ 0'25 puntos} \end{array} \right.$$

- Interpretación

“Estimamos que a porcentaxe de universitarios galegos que practican algún deporte, está entre un 67% e un 79%, aproximadamente, cun 95% de confianza” **0'25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

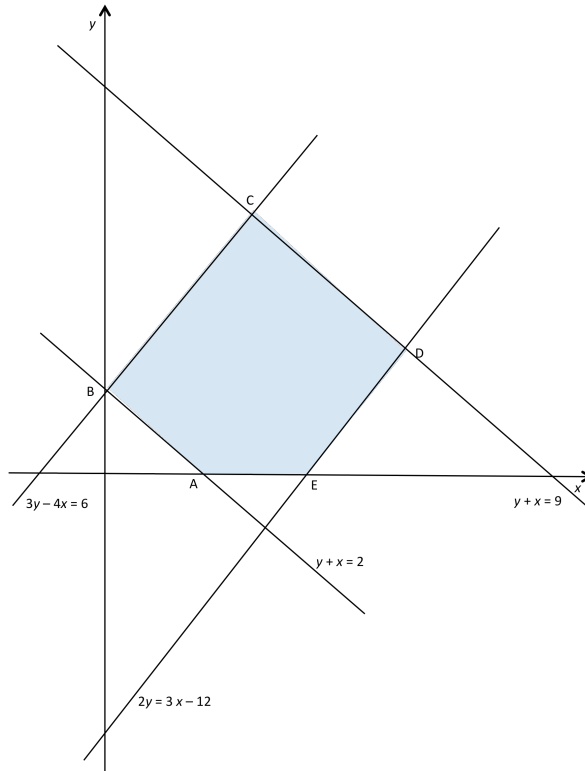
OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Consideremos o sistema de inecuacións $y \geq 0$, $2 \leq y + x \leq 9$, $3y - 4x \leq 6$, $2y \geq 3x - 12$.

(a) **2'25 puntos.** Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

- Representamos as rectas
 $y + x = 2$, pasa polos puntos (0, 2) e (2, 0).
 $y + x = 9$, pasa polos puntos (0, 9) e (9, 0).
 $3y - 4x = 6$, pasa polos puntos (0, 2) e $(-3/2, 0)$.
 $2y = 3x - 12$, pasa polos puntos (0, -6) e (4, 0).
- Vértices da rexión factible,
vértices: $A (2, 0)$, $B (0, 2)$, e $E (4, 0)$ **0'25 puntos.**
vértice $C (3, 6)$ **0'50 puntos.**
vértice $D (6, 3)$ **0'50 puntos.**
- Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices) **1 punto:**



(b) **0'75 puntos.** ¿En que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función $f(x,y) = 4x - 3y + 2$?

- A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto $E (4, 0)$ **0'25 puntos.**
- A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto $B (0, 2)$ e no punto $C (3, 6)$ **0'25 puntos** e tamén nos infinitos puntos do segmento BC **0'25 puntos.**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Os gastos de mantemento $G(t)$, en miles de euros, da maquinaria dunha empresa estímase en función do tempo t , en meses, que dita maquinaria leva en funcionamento por:

$$G(t) = \begin{cases} -\frac{1}{9}t + \frac{7}{2} & \text{se } 0 \leq t \leq 18 \\ 6 - \frac{144}{t+14} & \text{se } t > 18 \end{cases}$$

Exemplos de resposta / Solucións

(a) **1'75 puntos.** *Calcula os intervalos de crecemento e de decrecemento do gasto de mantemento. ¿Nalgún mes o gasto é mínimo? Nese caso, ¿a canto ascende?*

- Determinar a primeira derivada da función

$$G'(t) = \begin{cases} -\frac{1}{9} & \text{se } 0 < t < 18 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ \frac{144}{(t+14)^2} & \text{se } t > 18 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{cases}$$

- No intervalo $(0, 18)$ $G(t)$ é decrecente **0'25 puntos**. No $(18, +\infty)$ $G(t)$ é crecente **0'25 puntos**.
- Comprobar se hai mínimo

$$\begin{cases} G(0) = 3'5 \\ G(18) = 1'5 \\ G(t) \text{ é crecente para } t > 18 \end{cases} \Rightarrow \text{para } t = 18 \text{ a función } G(t) \text{ presenta un mínimo. } \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

“O gasto foi mínimo no mes 18 **0'25 puntos** e ascendeu a 1500 euros” **0'25 puntos**.

(b) **1'25 puntos.** *Determina en que mes ou meses o gasto é de 3000 euros. Xustifica e calcula o valor ao que tende o gasto co paso do tempo.*

- Resolver a ecuación no primeiro anaco da función,

$$G(t) = 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{9}t + \frac{7}{2} = 3 \Rightarrow t = \frac{9}{2} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Resolver a ecuación no segundo anaco da función,

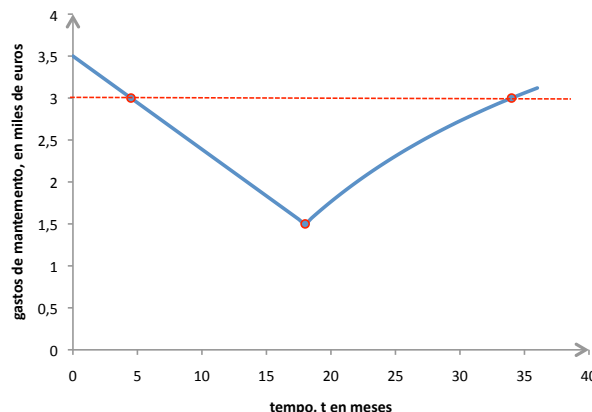
$$G(t) = 3 \Leftrightarrow 6 - \frac{144}{t+14} = 3 \Rightarrow t = 34 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Responder no contexto do exercicio,
“No cuarto mes e medio e no mes 34, o gasto ascendeu a 3000 euros” **0'25 puntos**.
- Calcular o límite da función,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(6 - \frac{144}{t+14} \right) = 6 - \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{144}{t+14} = 6 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Especificar o valor ao que tende o gasto,
“Co paso do tempo, o gasto de mantemento da maquinaria tende a alcanzar o valor de 6000 euros” **0'25 puntos**.

Esbozo da gráfica (non a piden)



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sexan A e B sucesos tales que $P(A) = 0'80$, $P(B) = 0'60$ e $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0'52$, onde \bar{A} e \bar{B} son os sucesos contrarios ou complementarios de A e B , respectivamente.

(a) **1 punto.** *Calcula $P(A \cap B)$. Xustifica se son independentes ou non os sucesos A e B .*

- Pola propiedade da probabilidade da unión de complementarios

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos,}}$$

$$0'52 = 1 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0'48 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Exemplos de resposta / Solucións

- Xustificar se os sucesos son ou non independentes

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = 0'48 \\ P(A) \cdot P(B) = 0'8 \cdot 0'6 = 0'48 \end{array} \right\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow \text{"A e B son independentes"}$$

0'25 puntos 0'25 puntos

- (b) **1 punto.** Formula e calcula as probabilidades de: "que aconteza A e non aconteza B" e "que non aconteza nin A nin B".

- Formular a probabilidade de que aconteza A e non B: $P(A \cap \bar{B})$ **0'25 puntos.**

- Calcular a probabilidade anterior

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0'8 - 0'48 = 0'32 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Tamén se podería calcular utilizando a fórmula da probabilidade da intersección de dous sucesos independentes $P(A \cap \bar{B}) \stackrel{\equiv}{=} P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0'8 \cdot 0'4 = 0'32$
por ser independentes A e \bar{B}

- Formular a probabilidade de que non aconteza nin A nin B: $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ **0'25 puntos.**

- Calcular a probabilidade anterior $P(\bar{A} \cap \bar{B}) \stackrel{\equiv}{=} P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0'2 \cdot 0'4 = 0'08$ **0'25 puntos.**

Tamén se podería calcular utilizando a fórmula da probabilidade da unión de sucesos

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B}) \Rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0'2 + 0'4 - 0'52 = 0'08.$$

No caso de facer a táboa hai que calcular primeiro o apartado (a) **1 punto** e utilizar o resultado:

	B	\bar{B}	
A	48	32	80
\bar{A}	12	8	20
	60	40	100

{ táboa : **0'50 puntos**
(b) **0'50 puntos**

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O peso das robalizas capturadas polos pesqueiros dun porto da costa galega distribúese normalmente con media μ e desviación típica $\sigma = 500$ gramos. Elíxese unha mostra aleatoria de 25 robalizas do devandito porto.

- (a) **1 punto.** Obtense o intervalo de confianza (2083, 2517) para a media μ . Calcula o peso medio das robalizas da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.

Sexa

X : peso, en gramos, dunha robaliza capturada por un pesqueiro dese porto $\sim N(\mu, \sigma = 500)$

$\downarrow n = 25$ $\mu \equiv$ peso medio das robalizas do devandito porto (parámetro)

\bar{X} : estatístico media mostral \equiv peso medio das robalizas, en mostras de 25 robalizas $\mapsto \bar{x}$?

- Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a media poboacional μ e cálculo do valor observado da media mostral, \bar{x} :

$$\begin{cases} \bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{500}{\sqrt{25}} = 2083 \\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{500}{\sqrt{25}} = 2517 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = \frac{2083 + 2517}{2} = 2300 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

"O peso medio das robalizas da mostra é 2300 gramos"

- Identificar o radio do intervalo de confianza co valor numérico que lle corresponde:

$$z_{\alpha/2} \cdot \frac{500}{\sqrt{25}} = 217 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

- Operar e buscar nas táboas

$$z_{\alpha/2} = 2'17 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - \alpha/2 = 0'985 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

usando a táboa

- Cálculo do nivel de confianza

$$1 - \alpha = 0'97. \quad \text{"O nivel de confianza do intervalo é do 97%"} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto.** Utilizando o peso medio da mostra obtido no apartado (a), formula un test para contrastar que o peso medio das robalizas que alí se pescan é de polo menos 2500 gramos como afirman os pescadores do lugar, fronte a que é inferior. ¿A qué conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

– Formular o contraste

$$\begin{cases} H_0 : \mu \geq 2500 \\ H_1 : \mu < 2500 \end{cases} \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Estatístico de proba: $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

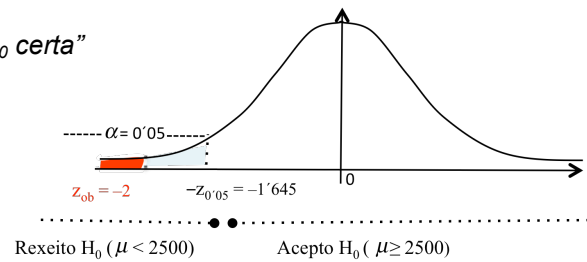
– Avaliar o estatístico de proba, “baixo a hipótese H_0 certa”

$$z_{ob} = \frac{2300 - 2500}{500/\sqrt{25}} = -2 \quad \mathbf{0'25 \text{ puntos.}}$$

– Rexión crítica $(-\infty, -1'645)$ **0'25 puntos.**

– Decisión e conclusión

$$z_{ob} = -2 < z_{crit} = -z_{0'05} = -1'645 \Rightarrow \text{“Rexeito } H_0\text{”}$$



“Cun risco de equivocarnos dun 5% podemos concluir, en base a mostra dada, que o peso medio das robalizas que se pescan nese porto da costa galega é inferior a 2500 gramos” **0'25 puntos.**