

1 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones usando el método de Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y - 3z = -4 \\ -x + y + 4z = 13 \\ 2x - 5y = -8 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3y - 4z = -1 \\ 2x + y + 4z = 8 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3z = -1 \\ x + 2y - z = 0 \\ 3x - 2y - 5z = -2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} -2x + 3y - z = 1 \\ 3x - y + 2z = -4 \\ x + 2y + z = -3 \end{cases}$$

Solución.

1 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones usando el método de Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y - 3z = -4 \\ -x + y + 4z = 13 \\ 2x - 5y = -8 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3y - 4z = -1 \\ 2x + y + 4z = 8 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3z = -1 \\ x + 2y - z = 0 \\ 3x - 2y - 5z = -2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} -2x + 3y - z = 1 \\ 3x - y + 2z = -4 \\ x + 2y + z = -3 \end{cases}$$

Solución.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y - 3z = -4 \\ -x + y + 4z = 13 \\ 2x - 5y = -8 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -4 \\ -1 & 1 & 4 & 13 \\ 2 & -5 & 0 & -8 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_1+F_2 \\ 2F_2+F_3}]{F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -4 \\ 0 & 3 & 1 & 9 \\ 0 & -3 & 8 & 18 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_2+F_3}]{F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -4 \\ 0 & 3 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 9 & 27 \end{array} \right)$$

Escribimos el sistema escalonado y resolvemos:

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z = -4 &\rightarrow x + 4 - 9 = -4 \rightarrow x = 1 \\ 3y + z = 9 &\rightarrow 3y + 3 = 9 \rightarrow y = 2 \\ 9z = 27 &\rightarrow z = 3 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3z = -1 \\ x + 2y - z = 0 \\ 3x - 2y - 5z = -2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & -5 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_1 - 2F_2 \\ 3F_2 - F_3}]{F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & -4 & -1 & -1 \\ 0 & 8 & 2 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{2F_2 + F_3}]{F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & -4 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Vista la última fila, se trata de un sistema con infinitas soluciones (compatible indeterminado)

Escribimos el sistema escalonado, en la segunda ecuación despejamos z y en la primera x :

$$2^{\text{a}} \text{ ec. } -4y - z = -1 \rightarrow -z = -1 + 4y \rightarrow z = 1 - 4y$$

$$1^{\text{a}} \text{ ec. } 2x - 3z = -1 \rightarrow 2x = -1 + 3z \rightarrow 2x = -1 + 3(1 - 4y) \rightarrow 2x = 2 - 12y$$

$$\rightarrow x = \frac{2 - 12y}{2} = 1 - 6y$$

Solución:

$$\begin{aligned} x &= 1 - 6y \\ y &\in \mathbb{R} \\ z &= 1 - 4y \end{aligned}$$

$$c) \begin{cases} 3y - 4z = -1 \\ 2x + y + 4z = 8 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

Al escribir la matriz del sistema escribiremos la primera ecuación en la segunda fila, así ya tenemos uno de los dos primeros ceros hecho.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & 8 \\ 0 & 3 & -4 & -1 \\ 2 & 4 & 0 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_1 - F_3}]{\substack{F_1 \\ F_2}} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & 8 \\ 0 & 3 & -4 & -1 \\ 0 & -3 & 4 & 11 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_2 + F_3}]{F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & 8 \\ 0 & 3 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{array} \right)$$

Vista la última fila en la matriz tenemos que el sistema no tiene solución (incompatible).

$$d) \begin{cases} -2x + 3y - z = 1 \\ 3x - y + 2z = -4 \\ x + 2y + z = -3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & 1 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_1 \\ F_2 - 3F_3 \\ F_1 + 2F_3}]{\substack{F_1 \\ F_2 \\ F_3}} \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & -7 & -1 & 5 \\ 0 & 7 & 1 & -5 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_1 \\ F_2 + F_3}]{\substack{F_1 \\ F_2 \\ F_3}} \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & -7 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Vista la última fila, se trata de un sistema con infinitas soluciones (compatible indeterminado)

Escribimos el sistema escalonado, en la segunda ecuación despejamos z y en la primera x :

$$2^{\text{a}} \text{ ec. } -7y - z = 5 \rightarrow -z = 5 + 7y \rightarrow z = -5 - 7y$$

$$1^{\text{a}} \text{ ec. } -2x + 3y - z = 1 \rightarrow -2x = 1 - 3y + z \rightarrow -2x = 1 - 3y - 5 - 7y \rightarrow \\ \rightarrow -2x = -4 - 10y \rightarrow x = \frac{-4 - 10y}{-2} = 2 + 5y$$

Solución:

$$\begin{aligned} x &= 2 + 5y \\ y &\in \mathbb{R} \\ z &= -5 - 7y \end{aligned}$$