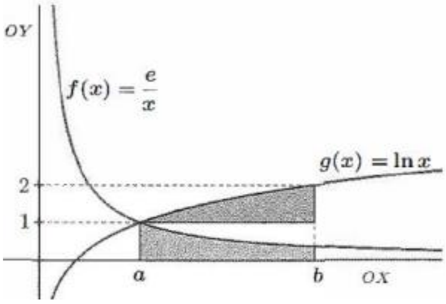
MATEMÁTICAS II

Modelo examen final 2022

NOMBRE:...

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que se puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quieras. Si respondes a más preguntas, **solo serán corregidas las 5 primeras**.

1. Calcula los valores de a y b que aparecen en el gráfico, y, después, comprueba que las áreas de las dos regiones sombreadas son iguales:



2. Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} 5-ax^2 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{6}{ax} & si \quad x>1 \end{cases}, \quad a\in\mathbb{R}, a\neq 0$$

   a. Calcula los valores de a para que la función sea continua.
   b. Determina justificadamente para qué valor de los anteriores se cumple que el recinto encerrado por la función, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = e$, tiene área = 6.

3. Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ c & 1 & 4 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ y } C=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

   Determina a, b y c sabiendo que A·B = C y que la matriz A tiene rango 2.

4. Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x-y+\ mz=-2 \\ mx\ +2y-3z=2 \\ (m-1)x+4z=-2 \end{cases}$
   a. Discute el tipo de sistema según el parámetro m.
   b. Resuélvelo para m = 0

5. Siendo a ≠ 0 , considera las rectas

$$r\equiv x-1=y-2=\frac{z-1}{a} \quad \text{y} \quad s\equiv\frac{x-3}{-a}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{2}$$

   a. Estudia la posición relativa según los valores del parámetro a.
   b. Para a = 2, calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto de corte de r y s y es perpendicular a ambas.

6. Se considera el punto A(1, -2,0) y la recta $r\equiv\begin{cases} x+y=0 \\ y-3z+2=0 \end{cases}$

a. Calcula la distancia del punto a la recta r
b. Calcula la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.

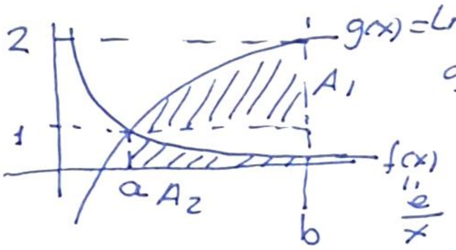
7. En ajedrez, la mitad de las partidas se juegan con piezas blancas y la otra mitad con negras. Un determinado jugador gana el 40% de las partidas que juega con blancas y el 30% jugando con negras.
   a. Calcula la probabilidad de que gane una partida cualquiera.
   b. Calcula la probabilidad de que haya jugado con blancas sabiendo que ha ganado.

8. En una determinada población de adultos sanos, la concentración media de colesterol en sangre sigue una distribución normal con media 190 mg/dl y desviación típica 30 mg/dl. Un nivel elevado de colesterol puede indicar posibles problemas de salud.
   a. Calcula la probabilidad de que un adulto sano de la población tenga un nivel de colesterol superior a 250 mg/dl.
   b. Calcula qué nivel de colesterol solo superan el 1% de adultos sanos de dicha población.

Tabla de distribución normal N(0,1)

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

1



a) cálculo de a y b según la gráfica que se muestra

$g(a)=1 \Rightarrow \ln a = 1 \Rightarrow a=e$

comprobamos que $f(e)=1$

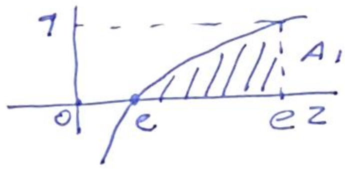
$f(e)=\frac{e}{e}=1$ cierto

$\Rightarrow \boxed{a=e}$

$g(b)=2 \Rightarrow \ln b = 2 \Rightarrow \boxed{e^2=b}$

b) i) Calculo el área A_1, delimitada por la función $g(x)=\ln x$ y las rectas $x=e$, $x=e^2$

Como $g(x)$ queda por encima del eje X 1 unidad, "bajo" (traslación) la gráfica una unidad para hacerla coincidir con el eje OX, así $\ln(x)-1$



* busco una primitiva para la función $F(x)=\int(\ln(x)-1)\,dx = \int \ln x\,dx + \int -1\,dx =$

$\uparrow$ ALPES

$\begin{bmatrix} u=\ln x \to du=\frac{dx}{x} \\ dv=dx \to v=x \end{bmatrix}$

$\int u\,dv = uv - \int v\,du$ por partes

$= \underbrace{x\ln x}_{u\cdot v} - \int \underbrace{x\frac{dx}{x}}_{v\,du} - x =$

$\left(x \in Dom(\ln x - 1) = (0,+\infty) \text{ por tanto } x\neq 0\right)$

$= x\ln x - \int dx - x = x\ln x - x - x + k =$

$= x\ln x - 2x + k = \boxed{x(\ln x - 2)+k}$ con $x\in(0,+\infty)$

* en particular $A_1 = \int_e^{e^2}(\ln x - 1)\,dx = F(e^2)-F(e) =$

$= e^2(\ln e^2 - 2) - e(\ln e - 2) = e^2\underbrace{(2-2)}_{0} - e(1-2) =$

$= -e(-1) = \boxed{e}$ u^2 de medida

b ii) Cálculo de A_2 $\Rightarrow$ área delimitada por la gráfica $f(x)=\frac{e}{x}$, el eje OX y las rectas $x=e$, $x=e^2$

$A_2 = \int_e^{e^2}\frac{e}{x}\,dx$

* Calculo la primitiva de esa función

$$F(x) = \int \frac{e}{x}\,dx = e \int \frac{dx}{x} \underset{\uparrow}{=} e\,Ln(x) + K'$$

$x \in Dom = (0, +\infty)$
$\underline{\underline{x > 0}}$

* calculo el área: $A = \displaystyle\int_e^{e^2} \frac{e}{x}\,dx = F(e^2) - F(e) =$

$$= e\,Ln(e^2) - e\,Ln(e) = e \cdot 2 - e \cdot 1 = 2e - e = \boxed{e} \text{ u}^2 \text{ de medida}$$

* Por tanto $A_1 = A_2$ como nos pidieron comprobar

Ej. $\boxed{2}$ $\quad f(x) = \begin{cases} 5 - ax^2 & si\ x \leq 1 \\ \dfrac{6}{ax} & si\ x > 1 \end{cases}$ $\quad a \in \mathbb{R},\ a \neq 0$

a) Calcular a para f continua

f función a trozos definida por

$f_1(x) = 5 - ax^2$ función polinómica grado 2, continua y derivable en todo $\mathbb{R}$, en particular f_2 continua en $(-\infty, 1]$ y deriv $(-\infty, 1)$

$f_2(x) = \dfrac{6}{ax}$ es una hipérbola, continua y derivable EN SU DOMINIO $= \mathbb{R} - \{ax = 0\}$
$\Rightarrow \boxed{a \neq 0}$ y además como f_2 está definida para $x > 1 \Rightarrow ax \neq 0$ por tanto f_2 cont en $(1, \infty)$ y deriv siempre que $a \neq 0$

Así que f cont y deriv. en $\mathbb{R}$ SALVO a lo sumo en el pto de unión de ambos trozos $(a \neq 0)$

* Miramos f cont en $x = 1$;

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} 5 - ax^2 = 5 - a \\ \quad {}^{\shortparallel} f(1) \\ \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{6}{ax} = \dfrac{6}{a} \end{cases}$$

Para ser continua $\begin{cases} 5 - a = \dfrac{6}{a} \\ a \neq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ $a \neq 0$

$a(5-a) = 6$; $5a - a^2 - 6 = 0$; $a^2 - 5a + 6 = 0$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \begin{cases} \boxed{3} \\ \boxed{2} \end{cases}$$

Dos posibles valores para ser continua que además cumplen $a \neq 0$

b) $\int_0^e f(x)\,dx = 6$?

por f continua y $a \neq 0$ $(a = 2$ ó $a = 3)$ $\Rightarrow$ $\int_0^e f(x)\,dx = \int_0^1 f_1(x)\,dx + \int_1^e f_2(x)\,dx =$

$$= \int_0^1 (5 - ax^2)\,dx + \int_1^e \frac{6}{ax}\,dx = \left(5x - \frac{ax^3}{3}\right]_0^1 + \left(\frac{6}{a}\ln x\right]_1^e =$$

como $x \in (1, e)$ $\Rightarrow x > 0$ no necesito valor absoluto

$$= 5 - \frac{a}{3} + \frac{6}{a}\underbrace{\ln e}_{=1} - \frac{6}{a}\underbrace{\ln 1}_{=0} =$$

$$= 5 - \frac{a}{3} + \frac{6}{a} = \frac{15a - a^2 + 18}{3a} = \frac{-a^2 + 15a + 18}{3a} = 6$$

$a \neq 0$

$-a^2 + 15a + 18 = 18a$; $-a^2 - 3a + 18 = 0$; $a^2 + 3a - 18 = 0$

$$a = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(-18)}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-3 \pm 9}{2}$$

$= \begin{cases} \boxed{3} \\ \cancel{-6} \end{cases}$

$\boxed{3}$ Este es el valor que hace que se cumpla la condición

$\cancel{-6}$ No puede ser ya que $a = 2$ ó $a = 3$ según vimos en el aptdo anterior

$\boxed{a = 3}$ ← Solución

Ej: $\boxed{3}$ $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&a&b\\c&1&4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$

calcular a,b,c para que $A\cdot B=C$ y $\text{rango}(A)=2$

i) $\begin{pmatrix}1&1&1\\1&a&b\\c&1&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix} \iff \begin{array}{l}1+1+1=3 \quad \checkmark \text{ cierto siempre}\\ \left.\begin{array}{l}1+a+b=2\\ c+1+4=1\end{array}\right\}\end{array}$

$\left.\begin{array}{l}\boxed{a+b=1}\\ \boxed{c=-4}\end{array}\right\}$

ii) para $r(A)=2$, el rango 2 como mínimo está garantizado p.q. el menor $\begin{vmatrix}1&1\\1&4\end{vmatrix}\neq 0$ así que $r(A)\geq 2$, como además no puede ser 3 $\Rightarrow \det A=0$, así que $\begin{vmatrix}1&1&1\\1&a&b\\c&1&4\end{vmatrix}=0$

ya sabemos que $c=-4 \Rightarrow \begin{vmatrix}1&1&1\\1&a&b\\-4&1&4\end{vmatrix}=0$;

$|A|=4a+1+b(-4)-(-4a+b+4)=4a+1-4b+4a-b-4=$

$=\boxed{8a-5b-3=0}$ junto con la condición $\boxed{a+b=1}$ } resolvemos sistema (sustitución)

$a=1-b \Rightarrow$

$8(1-b)-5b-3=0$

$8-8b-5b-3=0$

$-13b+5=0$

$\boxed{b=\dfrac{5}{13}}$

$\Rightarrow a=1-b=1-\dfrac{5}{13}=\dfrac{13-5}{13}=$

$=\boxed{\dfrac{8}{13}}$

$\Rightarrow$ La solución es $\boxed{a=\dfrac{8}{13},\ b=\dfrac{5}{13},\ c=-4}$ ✓

Ej. $\boxed{4}$

$$\left.\begin{array}{l} x-y+mz=-2 \\ mx+2y-3z=2 \\ (m-1)x+4z=-2 \end{array}\right\} \quad A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & m & -2 \\ m & 2 & -3 & 2 \\ m-1 & 0 & 4 & -2 \end{array}\right)$$

p. 5

a). • tomo el menor de orden 2 $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8-0 \neq 0$

tengo garantizado que tanto A como A^* tienen como mínimo rango 2 $\quad r(A) \geq 2$

• miro si puede ser rango 3

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & -3 \\ m-1 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 8+3(m-1)-\left(2m(m-1)-4m\right) =$$

$$= 8+3m-3-2m^2+2m+4m = -2m^2+9m+5$$

$$-2m^2+9m+5=0 \iff 2m^2-9m-5=0$$

$$m = \frac{9 \pm \sqrt{81-4\cdot 2\cdot(-5)}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{81+40}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{9 \pm 11}{4}$$

$$= \begin{cases} \frac{20}{4} = \boxed{5} \\ -\frac{2}{4} = \boxed{-\frac{1}{2}} \end{cases}$$

* si $m \neq 5$ y $m \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow$ rango $A = 3 = r(A^*) =$
por $r(A^*) \geq r(A)$
$=$ nº de incógnitas $\Rightarrow$ S.C.D. ($\exists$ solución)

* si $m=5$ ó $m=-\frac{1}{2} \Rightarrow r(A^*)=3 \neq 2 = r(A) \Rightarrow$ S.I ($\nexists$ solución)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & m & -2 \\ m & 2 & -3 & 2 \\ m-1 & 0 & \boxed{4} & -2 \end{array}\right)$$

$\neq 0 \quad \neq 0$

para $r(A^*)$ intercambiamos $C_1 \leftrightarrow C_4$

$$\det\begin{pmatrix} -2 & -1 & m \\ 2 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} = 4m-14$$

$$\det\begin{pmatrix} -2 & -1 & 5 \\ 2 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} = -16-6-(-20-8) = -22+28 \neq 0$$

$$\det\begin{pmatrix} -2 & -1 & -1/2 \\ 2 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} = -16-6-(2-8) = -22+6 \neq 0$$

continuación ~~3b)~~ 4b)

para $m=0$ $\quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 & -2 \end{array}\right)$ S.C.D. (para $m \neq 5$ y $m \neq -\frac{1}{2}$)

$$\xrightarrow{F_3+F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 & -4 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & -3 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3+2F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 5 & -6 \end{array}\right) \Rightarrow \quad 5z=-6 \Rightarrow \boxed{z=-\frac{6}{5}}$$

$-3+2\cdot 4=5$
$2+2(-4)=-6$

$-y+4z=-4; \; -y=-4-4z;$

$y=4+4z \Rightarrow y=4+4\left(-\frac{6}{5}\right)=4-\frac{24}{5}=\boxed{-\frac{4}{5}}$

$x-y=-2 \Rightarrow x=-2+y \Rightarrow x=-2-\frac{4}{5}=\boxed{-\frac{14}{5}}$

Solución $\boxed{x=-\frac{14}{5}\; ; \; y=-\frac{4}{5}\; ; \; z=-\frac{6}{5}}$

Ej 5 $a \neq 0$ $\quad r \equiv x-1=y-2=\frac{z-1}{a}$ $\qquad s \equiv \frac{x-3}{-a}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{2}$

$\vec{d_r}\,(1,1,a)$ $\qquad \vec{d_s}\,(-a,-1,2)$

$P_r\,(1,2,1)$ $\qquad P_s\,(3,3,-1)$

a) $\overrightarrow{P_rP_s}=(3,3,-1)-(1,2,1)=\boxed{(2,1,-2)}$

Estudiamos el rango de $B=\begin{pmatrix} \vec{d_r} \\ \vec{d_s} \\ \overrightarrow{P_rP_s} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ -a & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

tenemos un menor de orden 2 $\neq 0$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow r(B) \geq 2$

Veamos si puede ser rango 3:

$|B|=2-a^2+4-(-\cancel{2a}+2+\cancel{2a})=-a^2+6-2=-a^2+4=0 \iff \boxed{a=\pm 2}$

* Si $a=2$ ó $a=-2 \Rightarrow r(B)=2 \Rightarrow$ SECANTES
* Si $a \neq 2$ y $a \neq -2 \Rightarrow r(B)=3 \Rightarrow$ SE CRUZAN

---

b) $a=2 \Rightarrow r$ y s SECANTES calcular la ecuación de la recta t que pasa por $Q=r \cap s$ y es perpendicular a ambas

5 b) $r \equiv x-1 = y-2 = \frac{z-1}{2}$; paramétrica:

$\vec{d_r}\,(1,1,2)$

$P_r\,(1,2,1)$

$$r \equiv \begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = 2+\lambda \\ z = 1+2\lambda \end{cases}$$

$s \equiv \frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$; paramétrica:

$\vec{d_s}\,(-2,-1,2)$

$P_s\,(3,3,-1)$

$$s \equiv \begin{cases} x = 3-2\mu \\ y = 3-\mu \\ z = -1+2\mu \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1+\lambda = 3-2\mu \\ 2+\lambda = 3-\mu \\ 1+2\lambda = -1+2\mu \end{array}\right\} \quad \begin{array}{r} -1-\cancel{\lambda} = -\cancel{3}+2\mu \\ 2+\cancel{\lambda} = \cancel{3}-\mu \\ \hline 1 = +\mu \end{array} \Rightarrow \boxed{\mu=1}$$

$$\lambda = 3-\mu-2 \Rightarrow \lambda = 3-1-2 = 0 \Rightarrow \boxed{\lambda=0}$$

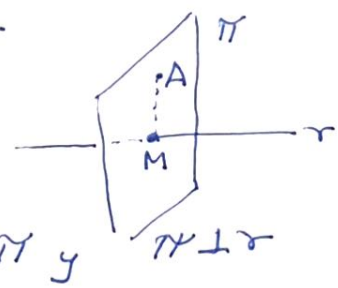
$$Q\begin{cases} x_0 = 1+0 = 3-2 = 1 \\ y_0 = 2+0 = 3-1 = 2 \\ z_0 = 1+0 = -1+2 = 1 \end{cases} \qquad \boxed{Q(1,2,1)}$$

Para que t sea $\begin{array}{l} t\perp r \\ t\perp s \end{array} \Rightarrow \vec{d_t} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \boxed{(4,-6,1)}$

La ecuación de la recta buscada es $t \equiv \begin{cases} x = 1+4\alpha \\ y = 2-6\alpha \\ z = 1+\alpha \end{cases}$

ó también $\boxed{\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z-1}{1}}$

Ej $\boxed{6}$ $A(1,-2,0)$ $\quad r \equiv \begin{cases} x+y=0 \\ y-3z+2=0 \end{cases}$



a) $d(A,r)$?

1º) calculo un plano auxiliar π t.q. $A\in\pi$ y

por $\pi\perp r \Rightarrow \vec{d_r} = \vec{n_\pi} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = \boxed{(-3,3,1)}$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \pi: -3x+3y+z+D=0 \\ \text{como } A(1,-2,0)\in\pi \end{array}\right\} \Rightarrow -3+3(-2)+0+D=0 \Rightarrow \boxed{D=9}$$

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{\pi: -3x+3y+z+9=0} \\ r: \begin{cases} x+y=0 \\ y-3z=-2 \end{cases} \end{array}\right\} \text{hago un sistema}$$

2º) Calculo $M = \pi \cap r$

$$\left.\begin{array}{r} -3x+3y+z=-9 \\ x+y \qquad =0 \\ y-3z=-2 \end{array}\right\} \left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 3 & 1 & -9 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow[F_1 \leftrightarrow F_2]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 1 & -9 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[F_2+3F_1]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & -9 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow[F_2 \leftrightarrow F_3]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 6 & 1 & -9 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-6F_2]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 19 & 3 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow 19z=3 \Rightarrow \boxed{z=\frac{3}{19}} \quad \Rightarrow y-3z=-2$$
$$y-3\cdot\frac{3}{19}=-2 \Rightarrow \boxed{y=-\frac{29}{19}}$$

$$x+y=0 \Rightarrow x=-y=\boxed{\frac{29}{19}}$$

$$M=\left(\frac{29}{19}, -\frac{29}{19}, \frac{3}{19}\right)$$

3º) $d(A,r)=d(A,M)=|M-A|=\left|\left(\frac{29}{19}, -\frac{29}{19}, \frac{3}{19}\right)-(1,-2,0)\right|$

$$=\left|\left(\frac{29}{19}-1, -\frac{29}{19}+2, \frac{3}{19}\right)\right|=\left|\left(\frac{10}{19}, \frac{9}{19}, \frac{3}{19}\right)\right|=$$

$$=\sqrt{\left(\frac{10}{19}\right)^2+\left(\frac{9}{19}\right)^2+\left(\frac{3}{19}\right)^2}=\frac{1}{19}\sqrt{100+81+9}=\frac{1}{19}\sqrt{190}$$

$$=\boxed{\frac{\sqrt{190}}{19} \text{ u. de medida}} \simeq 0'7255 \text{ u}$$

b) Calcular la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r

$A(1,-2,0) \in \pi$

$r \begin{cases} x+y=0 \\ y-3z+2=0 \end{cases} \quad r \subset \pi$

$\vec{d_r}(-3,3,1)$ (calculado aptdo a) Busco otro pto del plano.

un pto que pertenezca a r p. ejemplo

$z=0 \Rightarrow y+2=0$
$\Rightarrow y=-2$
$x+y=0 \Rightarrow x=-y$
$x=2$

tengo $B(2,-2,0) \in r \subset \pi$

$A(1,-2,0) \in \pi$

$\vec{d_r}$ un vector director de π

$\vec{AB}$ otro vector director de π

$\vec{AB}=(2,-2,0)-(1,-2,0)=(1,0,0)$ $\Big\} \Rightarrow$

π plano que pasa por $A(1,-2,0)$ y tiene como vectores directores $\vec{d_r}\,(-3,3,1)$ (p. 9)

$\vec{AB}\,(1,0,0)$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z \\ -3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \iff \boxed{y-3z+2=0} \checkmark$$

—— o ——

B = juega blancas
N = juega negras
G = gana partida
$\overline{G}$ = pierde partida o tablas

Ej 7

$$B\ (0'5) \begin{cases} G \to 0'4 = P(G/B) \\ \overline{G} \to 0'6 = P(\overline{G}/B) \end{cases} \qquad N\ (0'5) \begin{cases} G \to 0'3 = P(G/N) \\ \overline{G} \to 0'7 = P(\overline{G}/N) \end{cases}$$

a) $P(G) \underset{\text{Prob. Totales}}{=} P(G\cap B) + P(G\cap N) = 0'4\cdot 0'5 + 0'3\cdot 0'5 = \boxed{0'35} = \boxed{35\%}$

b) $P(B/G) \underset{\text{Bayes}}{=} \dfrac{P(B\cap G)}{P(G)} = \dfrac{P(G\cap B)}{P(G)} \underset{\text{Bayes}}{=} \dfrac{P(G/B)\cdot P(B)}{P(G)} =$

$= \dfrac{0'4\cdot 0'5}{0'35} \simeq \underline{0'57143} \simeq \underline{57'14\%}$

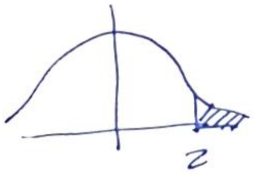
—— o ——

Ej 8 Z = "concentración media de colesterol en sangre" $\in N(190,30)$

$Z' = \dfrac{Z-190}{30}$ $Z' \in N(0,1)$

a) $P(Z>250) = P\left(Z' > \dfrac{250-190}{30}\right)$

$= P(Z'>2) = 1 - P(Z'<2) = 0'0228 = \boxed{2'28\%}$



b) $P(Z>k) = 1\% = 0'01$ k? (Tabla inversa)

$P\left(Z' > \dfrac{k-190}{30}\right) = 0'01$

$\quad \shortparallel$

$1 - P\left(Z' < \dfrac{k-190}{30}\right) = 0'01 \Rightarrow P\left(Z' < \dfrac{k-190}{30}\right) = 1 - 0'01 =$
$= 0'99$

buscamos en la tabla el valor más próximo a 0'99

para $k_1 = 2'33 \Rightarrow 0'9901$ (se pasa)
$k_2 = 2'32 \Rightarrow 0'9898$ (se queda corto) $\Big\}$ el valor

$\Rightarrow$ intermedio $2'325 = \dfrac{k-190}{3} \Rightarrow \boxed{k = 259'75}$